

## Comment on résout un problème

**PROBLEME.** – Ma chambre mesure 4,25 m de long, 3,80 m de large et 2,90 m de haut. Papa veut passer trois couches de peinture sur les murs. Il y a lieu de déduire 6,25 m<sup>2</sup> pour les ouvertures. Combien fut-il acheter de pots de peinture, sachant qu'un pot couvre 9m<sup>2</sup> ?

### Analyse du problème ou raisonnement

**1<sup>er</sup> problème simple** : On demande le nombre de pots de peinture à acheter que l'on obtient en divisant l'aire de la surface à peindre par l'aire de la surface couverte par un pot de peinture.

**2<sup>ème</sup> problème simple** : On pourra le déterminer si l'on connaît l'aire de la surface à peindre qui vaut trois fois l'aire des murs hors ouverture puisque l'on passe 3 couches.

**3<sup>ème</sup> problème simple** : On doit donc calculer l'aire des murs hors ouvertures.

**4<sup>ème</sup> problème simple** : On l'obtient en enlevant l'aire des ouvertures à l'aire des murs ouvertures comprises.

**5<sup>ème</sup> problème simple** : Mais comme l'aire des murs est un rectangle qui a comme largeur la hauteur de ma chambre et comme longueur son périmètre, il faut calculer le périmètre de la chambre.

**6<sup>ème</sup> problème simple** : Pour calculer le périmètre, il faut d'abord calculer le demi-périmètre.

*Analyser le problème, c'est le décomposer ainsi en une suite de problèmes simples qui permettront d'en calculer la réponse.*

### REDACTION AU PROPRE

Solution	Opérations																																																																																																																																																																																				
<p><b>[6°]</b> Demi-périmètre de la chambre : 4,25 m + 3,80 m = 8,05 m</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td>4</td><td>2</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td>8</td><td>0</td><td>5</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>+</td><td>3</td><td>8</td><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td>×</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>8</td><td>0</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>6</td><td>1</td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>6</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td>6</td><td>6</td><td>9</td><td></td></tr> <tr><td>×</td><td></td><td>2</td><td>9</td><td></td><td></td><td></td><td>-</td><td></td><td>6</td><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>4</td><td>4</td><td>9</td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td>0</td><td>4</td><td>4</td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>6</td><td>6</td><td>9</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>0</td><td>4</td><td>4</td><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>×</td><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>7</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		4	2	5				8	0	5			+	3	8	0				×			2			8	0	5				1	6	1	0															1	6	1				4	6	6	9		×		2	9				-		6	2	5		1	4	4	9				4	0	4	4		3	2	2										4	6	6	9																					4	0	4	4			1	2	1	3	2	×				3				3	1				1	2	1	3	2				4	3											7														
		4	2	5				8	0	5																																																																																																																																																																											
+		3	8	0				×			2																																																																																																																																																																										
		8	0	5				1	6	1	0																																																																																																																																																																										
		1	6	1				4	6	6	9																																																																																																																																																																										
×		2	9				-		6	2	5																																																																																																																																																																										
	1	4	4	9				4	0	4	4																																																																																																																																																																										
	3	2	2																																																																																																																																																																																		
	4	6	6	9																																																																																																																																																																																	
	4	0	4	4			1	2	1	3	2																																																																																																																																																																										
×				3				3	1																																																																																																																																																																												
	1	2	1	3	2				4	3																																																																																																																																																																											
									7																																																																																																																																																																												
<p><b>[5°]</b> Périmètre de la chambre : 8,05 m × 2 = 16,10 m.</p>																																																																																																																																																																																					
<p><b>[4°]</b> Aire des murs ouvertures comprises : 16,10m × 2,90 m = 46,69 m<sup>2</sup></p>																																																																																																																																																																																					
<p><b>[3°]</b> Aire des murs hors ouverture : 46,69 m<sup>2</sup> - 6,25 m<sup>2</sup> = 40,44 m<sup>2</sup></p>																																																																																																																																																																																					
<p><b>[2°]</b> Aire de la surface à peindre : 40,44 m<sup>2</sup> × 3 = 121,32 m<sup>2</sup></p>																																																																																																																																																																																					
<p><b>[1°]</b> Nombres de pots à acheter : 121,32 m<sup>2</sup> : 9 m<sup>2</sup> ≈ 13, 4</p>																																																																																																																																																																																					
<p><b>Réponse : Il faut acheter 14 pots de peinture.</b></p>																																																																																																																																																																																					

*REMARQUE. - Pour résoudre tous les problèmes simples, il a fallu résoudre d'abord le dernier, puis l'avant-dernier, et ainsi de suite, en procédant dans l'ordre inverse de l'analyse.*

## Vérification du résultat

<p><i>On s'attachera, <u>avant de se lancer dans des calculs exacts</u>, à prévoir par des opérations mentales faites sur des nombres approchés, quelle peut être environ la réponse.</i></p>
---

Dans le cas de ce problème, il faut estimer :

- le périmètre de la chambre :  $(4\text{ m} + 4\text{ m}) \times 2 = 8\text{ m} \times 2 = 16\text{ m}$ .
- l'aire des murs ouvertures comprises :  $16\text{ m} \times 3\text{ m} = 48\text{ m}^2$
- l'aire des murs hors ouverture :  $48\text{ m}^2 - 6\text{ m}^2 = 42\text{ m}^2 \approx 40\text{ m}^2$
- l'aire de la surface à peindre :  $40\text{ m}^2 \times 3 = 120\text{ m}^2$
- le nombre de pots à acheter :  $120\text{ m}^2 : 9\text{ m}^2 \approx 13$  car  $9 \times 13 = 117$ .

<p><i>On s'assurera que le nombre trouvé répond à la question et qu'il n'est point contraire au bon sens.</i></p>
---

La nature du nombre doit correspondre à la question posée

Il faut faire attention à ne pas donner comme réponse un nombre décimal ou une fraction pour un type d'unités qui ne peut être fractionné. Par exemple, répondre que, après une partie de billes, il reste 3,2 billes ou  $15/4$  de billes à un des joueurs. Dans le problème ci-dessus, ce type d'erreur consisterait à répondre qu'il faut acheter 13,4 pots de peinture alors que les pots ne s'achètent qu'à l'unité.

**L'ordre de grandeur de la réponse doit correspondre à la nature de l'objet qu'elle décrit**

On ne doit pas écrire qu'une tranche de jambon pèse 1 223 500 grammes, ce qui représente 1,2 tonne qui est à peu près le poids d'une voiture. On s'aperçoit plus difficilement de cette erreur si l'on écrit la réponse sans mentionner l'unité. **Il faut donc toujours écrire les unités dans la réponse à une question.**

**Le sens des opérations doit toujours être respecté**

*Le sens des opérations*, qui figure dans la définition de chaque opération, permet de prévoir, en connaissant les unités des nombres de départ, quelle unité exprimera le résultat.

**Vérifier vos calculs**

Vous savez que *on ne peut pas ajouter des litres et des mètres* et vous éviterez donc de faire des opérations de ce type qui n'ont pas de sens.

Vous connaissez de plus un certain nombre de propriétés des opérations comme

" *Le multiplicande et le produit ont les mêmes unités*"

" *Si je multiplie des mètres par des mètres, je trouve des mètres carrés,*" c'est-à-dire

" *Le produit d'une longueur par une longueur est une aire*" ou encore :

" Si le dividende et le diviseur ont la même unité, le quotient est un nombre pur – sans unités – qui représente un nombre de fois ou un nombre de parts".

Vous auriez pu utiliser ces règles dans le problème donné pour vérifier le résultat :

**Vous calculez le périmètre de la chambre en écrivant :**

$$(4,25\text{ m} + 3,80\text{ m}) \times 2 = 8,05\text{ m} \times 2 = 16,10\text{ m}.$$

L'addition de deux longueurs  $4,25\text{ m} + 3,80\text{ m}$  donne logiquement une longueur  $8,05\text{ m}$  ; puis vous calculez le double de cette longueur  $8,05\text{ m} \times 2$ , multiplication dans laquelle le multiplicande est exprimé en mètres et donc le produit,  $16,10$ , qui a même unité que le multiplicande, sera exprimé en mètres, ce qui est bien une longueur  $16,10\text{ m}$  comme le périmètre que l'on recherche.

Si par exemple, vous aviez écrit

$$(4,25\text{ m} \times 3,80\text{ m}) \times 2,$$

le produit de deux longueurs  $4,25\text{ m} \times 3,80\text{ m}$  représenterait une aire ; son double  $(4,25\text{ m} \times 3,80\text{ m}) \times 2$  représenterait aussi une aire exprimée en  $\text{m}^2$ . Elle ne peut donc pas représenter le périmètre recherché qui est une longueur exprimée en mètres.

De la même manière, la division

$$121,32\text{ m}^2 : 9\text{ m}^2$$

est une division dont le dividende et le diviseur ont la même unité. Le quotient représente donc le nombre de fois que le dividende  $121,32\text{ m}^2$  contient le diviseur  $9\text{ m}^2$  qui est bien égal au nombre de pots de peinture recherché.

### Vérifier vos formules

De plus, la connaissance du sens des opérations permet de vérifier une formule dont on n'est pas sûr.

Par exemple si vous confondez

la formule du périmètre du cercle de rayon  $R$  :  $2 \times \pi \times R$

la formule de l'aire du disque de rayon  $R$  :  $\pi \times R \times R (= \pi \times R^2)$ ,

il suffit de remarquer

- que  $2 \times \pi \times R$  et le produit du nombre pur  $2 \times \pi (\approx 6,28)$  par une longueur, c'est-à-dire une longueur et il ne peut donc s'agir d'une formule donnant une aire. Il s'agit donc de la formule donnant le périmètre du cercle.

- que  $R \times R$  est le produit d'une longueur par une longueur et représente une aire. Donc  $\pi \times R \times R$  est le produit d'un nombre pur  $\pi (\approx 3,14)$  par une aire ( $R \times R$ ), c'est donc une aire et cette formule ne peut être celle donnant le périmètre. Il s'agit donc de la formule donnant l'aire du disque.

\*\*\*

20/06/2004 Michel Delord