

## Le mot *unité* a-t-il deux sens ?

A propos du fil du forum Neoprofs « Compter, calculer au CE1 »<sup>1</sup>

[Extraits du Forum Neoprofs](#)

[Deux sens au mot unité ?](#)

[Mesure « continue » et comptage « non continu » ?](#)

[Difficultés disciplinaires et difficultés pédagogiques](#)

[Une proposition pour aborder la « question des unités »](#)

[Document 1907 - Brouet Haudricourt.](#)

[Documents 1972 - Références APMEP.](#)

\*

\* \*

On peut lire successivement sur ce fil du forum les remarques suivantes :

**Re: Compter Calculer au CE1**  
**par phi le Sam 8 Sep - 9:11**

Rikki a écrit:

Oui, c'est ça qui la faisait flipper aussi, le mot "unité", elle ne comprenait pas, pour elle "unité" c'est après "centaines" et "dizaines", elle ne voulait pas faire une leçon en utilisant le mot "unité" dans un autre sens, ça la perturbait complètement.

J'attends l'avis des pros mais je compte passer vite sur le mot "unité" et insister surtout sur "que comptons nous?" "nous comptons des poires, oui" "et là, comptons nous des poires?" "non, nous comptons des litres" etc etc...

\* \*

**Re: Compter Calculer au CE1**  
**par doublecasquette le Sam 8 Sep - 9:40**

Je ne sais pas comment lui dire mais, justement, c'est exprès que "ça mélange tout" et c'est parce que ça aborde le mètre dès la troisième leçon, juste après celle où l'enfant a appris (ce qui est vrai, si on regarde les définitions mathématiques) que l'unité est "l'objet qu'on est en train de compter", bien avant d'apprendre que, dans la numération décimale, on a pris le parti de les grouper par dix puis par cent, ces unités, pour qu'elles soient plus faciles à appréhender globalement.

En effet, cet objet, qui est central pour lui depuis le début de sa manie de la collection, vers 18 mois, devient un "objet mathématique" sous le nom d'unité.

Il suffit donc, depuis le CP ou la GS, et même au CE1 si ce n'a pas été fait avant, de remplacer à "parts égales" les mots "objet", "chose", "truc" ou "bidule" par le vrai mot de grands mathématiciens : nous comptons des unités. L'unité, c'est l'objet que l'on compte.

En GS, au CP, on n'allait pas plus loin, mais là, on a affaire à des CE1 qui vont aborder les mesures. Or, les mesures sont des unités particulières, puisque, contrairement aux objets, aux personnes ou aux animaux, que l'on peut détailler un à un, on se retrouve là en face d'unités appartenant à un système continu.

Le passage sera délicat. Il est donc important de le préparer en douceur. D'où cette leçon sur cet objet incontournable des salles de classe, le mètre du tableau, à cheval entre l'objet que l'on compte et la grandeur continue que l'on apprécie.

Bien entendu, il faut que les enfants aient ce mètre en main, qu'ils cherchent dans la classe des objets mesurant moins d'un mètre, un mètre exactement, entre un et deux mètres, environ deux mètres, etc. C'est là qu'ils commenceront à saisir intuitivement cette particularité de "grandeur continue".

Ensuite, comme dans la vie, ils mesureront pour comparer, mesureront pour ajouter, mesureront pour soustraire, multiplier ou diviser et que c'est ce qu'ils ont saisi de ce qu'ils voient autour d'eux, lorsque le médecin les mesure et dit qu'ils ont grandi de ... cm, lorsque leurs parents additionnent des doubles décimètres pour savoir la longueur de l'étagère qu'ils pourront installer dans la chambre du grand frère qui entre en 6° ou lorsqu'ils comptent à grands pas la distance entre le carrefour et le point d'impact, le jour où cet imbécile de voisin a percuté encore une fois la porte du garage en faisant sa manœuvre, eh bien, c'est ce qu'ils vont faire, en additionnant (sans utiliser le signe, pour parer à toute éventualité, il est des

<sup>1</sup> <http://www.neoprofs.org/t50630p20-compter-calculer-au-ce1-par-catherine-huby-et-pascal-dupre> et <http://www.neoprofs.org/t50630p40-compter-calculer-au-ce1-par-catherine-huby-et-pascal-dupre> .

Je n'interviens pas ici immédiatement sur la suite des questions évoquées dans ce fil et qui sont postérieures au 8 septembre 12 :07 bien que par exemple, le débat sur la table de multiplication le mériterait.

classes de CP où cet enseignement a laissé de telles séquelles d'incompréhension qu'il est prudent de revenir au cerveau d'enfant "vierge de toute pédagogisation", celui qui sait que s'il a avancé de trois pas puis encore de deux pas, il a fait cinq pas) des mètres avec des mètres, parce que, comme disait la Mlle Lévy de Rikki, on n'additionne pas des choux et des carottes.

Alors, bien sûr, on peut ne pas adhérer, je le comprends, et n'employer le mot unité que dans le sens de dixième de dizaine, centième de centaine, millième de milliers et n'utiliser le mètre que pour désigner, sans le considérer comme une unité comme les autres, sans le recours aux quatre opérations qui permet de gagner un temps considérable (aller mesurer les douze côtés d'un dodécagone régulier alors qu'on peut n'en mesurer qu'un et multiplier le résultat par douze, de la même façon qu'on trouvera le nombre de pommes de douze sacs en ne dénombrant que le contenu de l'un d'entre eux).

C'est le choix qu'ont fait les auteurs de nombreux fichiers actuellement sur le marché.

Ce n'est pas le choix des auteurs de Compter, Calculer qui pensent que, même petit, on doit apprendre des choses justes et que pour que ces choses justes s'impriment correctement dans le cerveau, il faut qu'elles soient tirées du concret de l'enfant et reliées entre elles à tous moments par des milliers de fils ténus mais aussi solides que ceux d'une toile d'araignée.

J'espère que Padre P. Lucas aura le temps de venir compléter mon propos un peu décousu parce qu'il faut que je me dépêche de préparer ma classe avant de partir en week-end à la meeeeeer !

\* \*

**Re: Compter Calculer au CE1**  
**par phi le Sam 8 Sep - 9:44**

Elle a trop de la chance la maîtresse, elle part à la meeeeeer!

Moi je suis d'accord avec tout ça, le souci c'est que déjà pour la leçon sur les chiffres, un des rares trucs que TOUS se rappelaient de leur cp c'est que les nombres avant 10, c'étaient des "unités" Donc ça va être délicat de l'utiliser en plus dans un autre sens...

\* \*

**Re: Compter Calculer au CE1**  
**par Padre P. Lucas le Sam 8 Sep - 12:07**

phi a écrit:

Rikki a écrit:

Oui, c'est ça qui la faisait flipper aussi, le mot "unité", elle ne comprenait pas, pour elle "unité" c'est après "centaines" et "dizaines", elle ne voulait pas faire une leçon en utilisant le mot "unité" dans un autre sens, ça la perturbait complètement.

J'attends l'avis des pros mais je compte passer vite sur le mot "unité" et insister surtout sur "que comptons nous?" "nous comptons des poires, oui" "et là, comptons nous des poires?" "non, nous comptons des litres" etc etc...

Oui, le mot "unité" a deux sens différents.

Oui, il faut insister sur le "que comptons nous ?".

Mais c'est quand même pratique de dire que le "que comptons nous ?", c'est le nombre d'unités.

Après tout, les enfants utilisent bien d'autres mots à double sens sans que cela prête pour eux à tant de confusions.

Si on n'installe pas assez tôt la notion "unités" = "choses que l'on compte", on risque d'avoir de gros problèmes quand on abordera plus tard les changements d'unités et les conversions. Il faut donc commencer par le sens le plus important du mot "unité" et y insister.

On établira le rapport entre les deux sens du mot quand on distinguera le "nombre d'unités" du "chiffre des unités".

\* \*

\*

On a ici un subtil mélange de positions qui sont, soit très confuses soit explicitement erronées.

### **De deux sens supposés au mot unité ?**

Commençons par ce qui est explicitement faux : Rikki commence par écrire qu'il convient « d'utiliser le mot unité dans un autre sens », et Padre Lucas - *id est* Pascal Dupré – confirme : « Oui, le mot unité a deux sens différents ». Mais - et la confusion est également présente - aucun des deux ne donne explicitement ces deux sens différents car, s'ils les donnaient, on verrait que leur raisonnement est inconsistant.

Je suppose cependant que les « deux sens » sont du type :

- i) ce qu'on écrit après le nombre, c'est-à-dire *cm* dans 7 cm,
- ii) le dernier chiffre à droite, c'est-à-dire 3 dans 1743.

C'est ce que semble sous-entendre la phrase « *On établira le rapport entre les deux sens du mot quand on distinguera le "nombre d'unités" du "chiffre des unités"* ». Mais cette phrase ne prouve rien quant à l'existence de deux sens au mot unité car s'il est vrai que l'expression « le nombre d'unités » ne désigne pas la même chose que l'expression « le chiffre des unités », cela ne prouve en rien que le mot unité change de sens, pas plus que le fait que si « mort d'homme » et « trou d'homme » ne veulent bien évidemment pas dire la même chose, « homme » ne change pas de sens. Remarquons cependant que Rikki, Padre Lucas et Double casquette - *id est* Catherine Huby - ne sont pas les seuls à voir deux sens au mot unité et certains, comme Remi Duvert, professeur à l'IUFM de Lille et auteur en 2001 d'un article célèbre « *Faut-il mettre les unités dans les calculs ?* » [Bulletin de l'A.P.M.E.P. n° 436, novembre - décembre 2001, page 637], le disent aussi explicitement :

Dans cet article, comme dans l'enseignement, le mot « unité » peut avoir deux sens : soit celui de symbole officiel (« kg », par exemple), soit celui d'une grandeur parmi d'autres choisie comme unité (la masse « un kilogramme », par exemple) pour pouvoir parler de mesure.

Ce qui semble signifier que le « symbole officiel » n'est pas « une grandeur parmi d'autres choisie comme unité pour pouvoir parler de mesure »<sup>2</sup>.

Donc, à moins que Rikki, Padre Lucas et Double casquette nous donnent effectivement les deux sens différents du mot unité, il y a bien un sens et un seul au mot unité qui est « ce que l'on compte » : en effet, si l'on mesure on compte aussi des unités. Donc lorsque l'on écrit 7 mètres ou 7 maisons, l'unité est « mètre » dans le premier cas et « maison » dans le second.

Bon me direz-vous, mais lorsque l'on écrit « 7 », quelle est l'unité ? Réponse : c'est « un » ou « 1 », car lorsque l'on écrit 7, on écrit en fait *sept uns* - comme lorsque l'on écrit *sept mètres* - ou  $7 \times 1$  que l'on lit « sept fois un »<sup>3</sup>. Et donc 7 désigne le nombre de *uns*<sup>4</sup> exactement de la même manière que 7 mètres<sup>5</sup> désignait le nombre de mètres.

Passons maintenant à la question dont Pascal Dupré obscurcit le contenu et le sens : considérons d'abord 734. En ce cas, 7 est le chiffre des centaines d'unités car il donne le nombre de centaines d'unités contenues dans 734. De même, 3 indique le nombre de dizaines d'unités et 4 le nombre d'unité dites simples (puisque ce n'est ni un nombre de dizaines ni un nombre de centaines). Et l'on fait le même raisonnement pour 25 734 : là, le 5 compte le nombre de mille (il est donc judicieux qu'il s'appelle le chiffre des unités de mille), 2 compte le nombre de dizaines de mille. Et

<sup>2</sup> Cet article est assez célèbre car il traite de l'abandon des opérations sur les grandeurs, c'est-à-dire de la position que l'APMEP considérait comme LA position fondamentale et centrale de la réforme des maths modernes. Outre qu'il oublie de mentionner ce *léger détail* qu'est l'importance centrale donnée à cette position par son organisation, Rémi Duvert aborde la question par l'angle formel de l'écriture - ce qui est exactement l'angle formaliste sous lequel il était abordé dans les programmes de 70\* - en niant pratiquement qu'il s'agit en fait de la double question fondamentale : *Faut-il, dès le début de l'enseignement i) enseigner le lien entre nombre naturel et grandeurs, mesure et comptage ii) enseigner les opérations sur les grandeurs et certaines formes simples d'analyse dimensionnelle ?*

\* Pour mémoire, le programme des maths modernes du 2 janvier 70 liquide la question des opérations sur les grandeurs sans la mentionner en affirmant : « *Les phrases telles que: 8 pommes + 7 pommes = 15 pommes n'appartiennent en fait, ni au langage mathématique, ni au langage usuel.* » <http://michel.delord.free.fr/bo70.pdf>

<sup>3</sup> Et pas une fois sept. C'est un des cas qui fait qu'il tout à fait se méfier de l'affirmation péremptoire « *3 fois 5 doit s'écrire 5 × 3* ». J'y reviendrai mais en attendant, et j'y reviendrai aussi, on peut noter que la problématique pédagogique - d'origine piagétienne - de présentation initiale de la multiplication comme « loi de composition interne du groupe multiplicatif » qui considère la multiplication comme une loi de composition interne et privilégie la commutativité et la notion d'élément neutre est un obstacle considérable à la compréhension de ce qu'est l'unité puisque

- au prétexte que  $3 \times 1 = 1 \times 3$ , on ne distingue pas trois fois un et une fois trois

- au prétexte que  $3 \times 1 = 1 \times 3 = 3$ , on réduit le rôle de 1 au rôle de « d'élément neutre de la multiplication », ce qui est vite compris comme le fait « qu'il ne change rien » alors que considéré comme unité, il est la base de tout comptage et de toute mesure.

<sup>4</sup> De plus, l'article « Un » peut « prendre le pluriel » avec s. [Modifié le 18/10/2012, MD]

<sup>5</sup> Sans oublier, mais j'y reviendrai, que « 7 mètres » est aussi un *produit*, ce qui fait que la question des unités est indissolublement liée à la question de la multiplication.

donc après 999, il est non seulement possible mais indispensable<sup>6</sup> d'introduire la notion de *classe* et d'*ordre* : classes des unités simples, des mille, des millions, des milliards... chaque classe étant composée de trois ordres (les unités, les dizaines, les centaines), ces ordres comptant par centaines, par dizaines, ou à l'unité. Tant qu'on y est, je pense qu'il est également utile de donner les mots pour penser, par exemple, les deux valeurs de 8 dans 872, c'est-à-dire sa « valeur absolue » qui est 8, tandis que 800 est sa « valeur relative »<sup>7</sup>.

Il y a certes une difficulté mais qui n'est pas du tout celle signalée par Catherine Huby ou Pascal Dupré - voir aussi ci-dessous : *Difficultés disciplinaires et difficultés pédagogiques* - mais celle que je signalais déjà dans l'exposé que j'avais fait à Banff en 2004 cité *infra* - : *ce n'est pas le « mot » « unité » qui a deux sens mais c'est 1 qui a en quelque sorte deux natures ou deux fonctions puisque 1 est à la fois, simultanément, l'unité et un nombre, c'est-à-dire ce que l'on compte et le résultat du comptage.*

« En quelque sorte le fait que tout nombre ne soit pas conçu comme une grandeur vient simplement du fait que l'unité n'est plus conçue comme une grandeur, c'est-à-dire sous la forme d'un nombre concret.

Et c'est là que l'on retrouve la dualité de 1 que l'on peut exprimer [certes pas en primaire et même dans le secondaire] sous la forme  $1 = 1 \times 1$  ou  $1 = 1 \times u$ , ou  $u = 1 \times u$ ,  $u$  étant l'unité, c'est-à-dire la dualité de 1 conçu comme unité et comme premier nombre, ou simultanément comme nombre abstrait et comme représentation abstraite de la grandeur unité. Cette difficulté n'a d'ailleurs été levée historiquement qu'en 1585 par Simon Stevin qui dès la deuxième définition de son *Arithmétique* affirme pour la première fois sous la forme euclidienne des demandes " Que l'unité est nombre". Mais que cette difficulté ait été levée en 1585 n'empêche qu'elle ne peut être levée que si elle a existé pour celui qui apprend. »

Michel Delord, *A propos des nombres concrets et abstraits : Un témoignage historique sur l'école primaire française*, 4/12/2004 <http://michel.delord.free.fr/banff.pdf>

Et ce n'est donc qu'à partir de cette époque que l'on commencé à compter en partant de 1. Avant on commençait à compter à partir de 2 qui était donc le premier nombre<sup>8</sup>. Il faut d'ailleurs dire que s'il est utile de considérer 1 comme un nombre pour « des questions de calcul »<sup>9</sup> - par exemple pour que le 10<sup>ème</sup> de 1 soit aussi un nombre -, ce n'est pas pour une question de comptage car il ne commence à être intéressant de compter que lorsqu'on dépasse zéro et un et que l'on « passe au pluriel » (s'il n'y a pas de duel).

### **Mesure « continue » et comptage « non continu » ?**

Poursuivons. Catherine Huby ne dit pas explicitement que le mot unité a plusieurs sens mais sa longue remarque est une argumentation tendant à prouver que les deux sens du mot unité sont *unités de comptage* et *unités de mesure* (autrement je ne comprends pas pourquoi elle en parlerait) :

« En GS, au CP, on n'allait pas plus loin, mais là, on a affaire à des CE1 qui vont aborder les mesures. Or, les mesures sont des unités particulières, puisque, contrairement aux objets, aux personnes ou aux animaux, que l'on peut détailler un à un, on se retrouve là en face d'unités appartenant à un système continu. »

Ceci, nous allons le voir, est au moins doublement dangereux : il faut donc vraiment faire attention à ce que l'on dit lorsque l'on dit que la mesure est séparée du comptage.

<sup>6</sup> Je dis indispensable car sans cette notion, on oublie que « le chiffre des mille » représente le nombre des unités de mille, autrement dit qu'il n'est pas que le « 4<sup>ème</sup> chiffre, après les centaines », mais le premier de la classe des mille. Si l'on veut cependant introduire cette notion, on peut dire, par exemple pour 67 312, que 6 est, soit l'ordre des centaines dans la classe des mille, soit représente les unités de 5<sup>ème</sup> ordre.

<sup>7</sup> Cf Article *Numération* du DP.

<sup>8</sup> Les maths modernes avaient même décidé que l'on comptait à partir de zéro qui était, *pour faire concret*, « le nombre de cochons qui volent ». Cf. Yves Meyer, *Actes des journées mathématiques à la mémoire de Jean Leray - Nantes, 2002*, Jean Leray et la recherche de la vérité, chap. 8. Jean Leray et la réforme de l'enseignement des mathématiques.

[http://smf4.emath.fr/Publications/SeminairesCongres/2004/9/html/smf\\_sem-cong\\_9\\_1-12.html](http://smf4.emath.fr/Publications/SeminairesCongres/2004/9/html/smf_sem-cong_9_1-12.html)

<sup>9</sup> Ajoutons ce qui est certes un truisme mais qui doit être systématiquement répété puisque, depuis les programmes de « maths modernes » de 1970, on a séparé l'enseignement de la numération de celui du calcul en n'enseignant que l'addition au moment de l'apprentissage de la numération jusqu'à 100 : la fonction d'un nombre - non ordinal - n'est pas seulement de compter mais de calculer.

Lorsque l'on écrit que l'on peut, pour le comptage, « *détailler un à un... les objets, personnes, animaux* » en expliquant qu'on ne peut pas le faire pour les mesures, on sous-entend l'idée que la **\*\*seule\*\*** chose qui compte est la nature des objets comptés. Or, en général, lorsque l'on se propose de « compter quelque chose », la première étape n'est pas de compter mais de définir l'unité ; l'unité - et donc le résultat du comptage - dépend donc non seulement de la nature des objets comptés mais d'un choix humain.

Et en particulier par exemple, si l'on doit compter des huîtres qui sont bien des animaux, on peut les compter à l'unité, par douzaine, ou par *grosse* (douzaine de douzaines) ; on peut aussi vendre les objets par paire ou à l'unité, etc.

Ceci est bien expliqué par Ron Aharoni<sup>10</sup> qui montre qu'il n'y a pas quatre opérations mais cinq et que la cinquième, qui est la plus importante, est le choix de l'unité<sup>11</sup>.

Et lorsque l'on a choisi la précision que l'on désire pour une mesure (au mm près par exemple), on peut toujours trouver une unité de mesure « suffisamment petite » pour que l'on n'ait à faire qu'un calcul sur les entiers.

Reprenons le raisonnement de Catherine Huby :

En GS, au CP, on n'allait pas plus loin, mais là, on a affaire à des CE1 qui vont aborder les mesures. Or, les mesures sont des unités particulières, puisque, contrairement aux objets, aux personnes ou aux animaux, que l'on peut détailler un à un, on se retrouve là en face d'unités appartenant à un système continu. Le passage sera délicat. Il est donc important de le préparer en douceur. D'où cette leçon sur cet objet incontournable des salles de classe, le mètre du tableau, à cheval entre l'objet que l'on compte et la grandeur continue que l'on apprécie.

Bien entendu, il faut que les enfants aient ce mètre en main, qu'ils cherchent dans la classe des objets mesurant moins d'un mètre, un mètre exactement, entre un et deux mètres, environ deux mètres, etc. C'est là qu'ils commenceront à saisir intuitivement cette particularité de "grandeur continue".

Cette affirmation sur la différence de principe qu'il y aurait entre mesure et comptage, puisqu'elle n'est pas argumentée sur le fond, renverra inévitablement à la seule problématique connue qui défend ce type de position, c'est-à-dire au *background* théorique des maths modernes qui est celui que tous les enseignants en exercice ont actuellement en tête. Et toute position qui veut être comprise doit *a priori* avoir comme objectif, à moins de l'approuver, de s'en démarquer.

Je cite donc les deux textes de référence<sup>12</sup> de l'époque des maths modernes sur la question (C'est moi qui souligne. M.D.) :

A)

En fait, c'est bien là qu'est demandée aux maîtres une mutation radicale, qui exigera d'eux de grands efforts de vigilance, de surveillance d'eux-mêmes, une véritable conversion intellectuelle.

Car les naturels ne sont plus liés à la mesure des objets du monde physique et, surtout, les opérations sur les naturels ne sont plus tirées des opérations sur les "grandeurs" du monde physique ou de l'univers quotidien telles que longueurs, poids, prix, capacités. L'abandon des "opérations sur les grandeurs" est bien la mutation fondamentale apportée par les programmes transitoires, c'est lui qui transforme profondément les démarches de la pensée dans l'enseignement élémentaire.

Marguerite Robert, *Un nouvel état d'esprit*, in *La mathématique à l'école élémentaire*, Paris, Supplément au bulletin APMEP n° 282, 1972, 502 pages

B) Le nombre naturel

C'est le nombre entier, positif ou nul, de notre enfance. Il résulte de la considération des ensembles, disons, sans inconvénient, des collections d'objets ; c'est par là qu'il faut commencer. Une telle affirmation peut paraître banale. Il faut la répéter. Elle implique une séparation nette entre le nombre utilisé comme cardinal d'un ensemble et le nombre utilisé pour exprimer une mesure ; une séparation, nette et honnête entre : "Il y a 6 crayons sur cette

<sup>10</sup> <http://www.math.technion.ac.il/~ra/birminghamapril2003.doc>

<sup>11</sup> On peut remarquer dans ce cas que la multiplication et la division sont des changements d'unité, ce qui permet d'envisager à la fois la multiplication et la division et d'autre part les changements d'unité sous un autre angle.

<sup>12</sup> Si je dis « les » deux textes de référence, ce n'est pas un hasard. En effet ce sont deux textes qui font partie du grand ouvrage de référence pour l'enseignement en primaire, c'est un livre de plus de 500 pages et il n'y en aura pas d'autres, de l'organisation en pointe de la réforme des maths modernes à l'école primaire, l'APMEP. Et ce livre ne peut passer pour un texte trop précoce puisqu'il paraît après deux ans d'expérience nationale de la réforme.

table" et "Ce crayon mesure 6 centimètres".

Rupture avec les Instructions de 1945, qui déclaraient : "On enseignera le décimètre en même temps que la dizaine". On s'interdit d'enseigner le décimètre tant que les enfants risquent de ne pas appréhender les dix segments d'un centimètre, voire de les confondre avec les traits de division qui les limitent (et qui sont 11), et surtout tant qu'ils voient mal le rôle de ces traits lors d'une mesure.

Il faut en outre laisser intacte chez l'enfant l'idée qu'une mesure a bien des chances de ne pouvoir se traduire par un nombre naturel, et qu'il est plus honnête de parler d'encadrements.

[...] Il y a un abîme entre le discret et le continu. Le continu est remis à plus tard : la mesure a disparu du Cours Préparatoire.

P. JACQUEMIER, *Promenade au long du programme du 2 Janvier 1970 et des commentaires qui les accompagnent*, in *La mathématique à l'école élémentaire*, Paris, Supplément au bulletin APMEP n° 282, 1972, 502 pages.

On ne peut donc que remarquer au minimum un manque de distanciation pour ne pas dire une convergence notable non seulement entre le thème général du texte de Catherine Huby et celui des thèses de 1972 mais plus précisément entre les affirmations de 1972 « *Le continu est remis à plus tard : la mesure a disparu du Cours Préparatoire.* », « *les naturels ne sont plus liés à la mesure des objets du monde physique* » et la suivante de C. Huby « *En GS, au CP, on n'allait pas plus loin, mais là, on a affaire à des CE1 qui vont aborder les mesures...* » puisqu'elles signifient toutes les deux que l'on sépare l'apprentissage de la numération de celui de la mesure.

Il faudra donc revenir sur cette question et je fais *infra* « *Une proposition pour aborder la question des unités* ».

La suite est encore plus problématique :

...

« Alors, bien sûr, on peut ne pas adhérer, je le comprends, et n'employer le mot unité que dans le sens de dixième de dizaine, centième de centaine, millième de milliers et n'utiliser le mètre que pour désigner, sans le considérer comme une unité comme les autres, sans le recours aux quatre opérations qui permet de gagner un temps considérable (aller mesurer les douze côtés d'un dodécagone régulier alors qu'on peut n'en mesurer qu'un et multiplier le résultat par douze, de la même façon qu'on trouvera le nombre de pommes de douze sacs en ne dénombant que le contenu de l'un d'entre eux). C'est le choix qu'ont fait les auteurs de nombreux fichiers actuellement sur le marché. »

« *Alors, bien sûr, on peut ne pas adhérer, je le comprends, et n'employer le mot unité que dans le sens de dixième de dizaine, centième de centaine, millième de milliers et n'utiliser le mètre que pour désigner ...* ». Le premier problème est que cette phrase est incompréhensible puisque, dans la suite de la phrase, on ne sait pas ce que « mètre » servira à désigner.

Ceci dit, on peut certes - car on peut aussi être stupide ou arriviste et c'est même bien vu - adhérer à cette conception « *qui n'emploie le mot unité que dans le sens de dixième de dizaine...* » mais c'est une conception, qui a son origine à l'époque des maths modernes

1) qui rend incompréhensible la liaison entre les mathématiques et la physique

2) qui transforme le calcul et la résolution de problèmes en numérologie puisque si on réduit le calcul à du « calcul sans unités », qu'elles soient écrites ou non, on peut effectuer toutes les opérations que l'on veut tandis que, si  $5 + 3$  correspond à 5 vaches plus 3 mètres,  $5 + 3$  n'a pas de sens.

Autrement dit, affirmer que l'on peut « [comprendre] le choix qu'ont fait les auteurs de nombreux fichiers actuellement sur le marché », signifie affirmer que l'on peut « comprendre » l'obscurantisme contemporain au sens où Rudolf Bkouche emploie ce terme dans l'article *Des pseudosciences : variations sur l'obscurantisme contemporain*<sup>13</sup> et en suivant précisément la critique qu'il fait des thèses de Piaget qui sont en fait le background des prises de position citées ici sur la

<sup>13</sup> in *A propos de la Science (Science et Société)*, sous la direction de Nabil El Haggag et Rudolf Bkouche, L'Harmattan, Paris 2011, p. 401-425. <http://michel.delord.free.fr/rb/rb-pseudosciences2.pdf>



mesure.

Maintenant, on peut se demander pourquoi on trouve cette position chez des membres du GRIP actuel<sup>14</sup> comme Catherine Huby - position que Pascal Dupré ne critique pas. On connaît l'adage . Qui ne dit mot consent.

Il y a, à mon sens, plusieurs raisons qui se renforcent mutuellement

- une mauvaise compréhension du contenu disciplinaire - c'est explicite ici -
- une explication de la question des unités qui ne rompt pas vraiment - c'est le moins que l'on puisse en dire - avec la position des maths modernes, ce qui est assez normal puisque, tant qu'une idéologie dominante n'est pas explicitement critiquée, elle reste justement la problématique dominante et « la pratique » - ici la pratique de l'enseignement, la rédaction de cours et de manuels -, peut indiquer qu'il y a un problème mais ne peut en aucun cas le résoudre tant que cette critique n'est pas faite.

- une volonté de « pas choquer », pour « être compréhensible », position que l'on peut comprendre si elle ne touche pas à des sujets essentiels. Mais n'aboutit-elle pas ici à de la pure démagogie puisqu'on défend - pour ne pas se couper desdits *praticiens*, marchés potentiels de l'éditeur GRIP, présents sur les forums ? - des affirmations profondément fausses sur des sujets si importants.

### **Difficultés disciplinaires et difficultés pédagogiques**

Lorsque Pascal Dupré explique « *Après tout, les enfants utilisent bien d'autres mots à double sens sans que cela prête pour eux à tant de confusions.* », il a tout à fait raison en général - puisque personne ne confond ce que veut dire changer d'échelle pour grimper sur le toit et changer d'échelle sur une carte -, mais en ce cas précis, l'argument est aussi faux que pernicieux. En effet, il transporte et transforme à son insu une erreur sur le contenu disciplinaire, ici mathématique - *il y a deux sens au mot unité* - en difficulté pédagogique / didactique. Il faut absolument se méfier de cet type de « transposition des difficultés » pour deux raisons :

- une en quelque sorte théorique : elle converge avec les positions de la didactique officielle apparue dans les années 70 qui, pour des raisons historiques - voir les textes de Rudolf Bkouche - pense les difficultés disciplinaires comme des difficultés d'enseignement de la discipline notamment parce qu'elle ne veut pas reconnaître que la réforme des maths modernes, dont les « nouveaux didacticiens » ont été les partisans, comporte de nombreuses erreurs de contenu. Cette didactique moderne est donc fondamentalement une méthode qui permettrait d'enseigner des contenus « inenseignables ». Mais cela est impossible.

- une autre beaucoup plus « pratique » et « politique » : la permanence d'un enseignement de bas niveau ou faussement abstrait depuis plusieurs décennies fait que les enseignants, et en particulier pour ce qui nous intéresse ici, les enseignants du primaire<sup>15</sup>, ont une formation très insuffisante en mathématiques. Et lorsque l'on<sup>16</sup> tente de traiter de l'enseignement d'une question mathématique sans connaître mathématiquement cette question - historiquement et théoriquement - on ne peut que quitter le terrain des mathématiques, puisqu'on ne le connaît pas, pour faire porter le débat sur des questions de « pratiques de classes » pédagogiques, didactiques (ou morales). Et cet aspect est encore accentué lorsque l'on prétend donner *rapidement* une réponse à une question,

<sup>14</sup> Alors qu'elle va contre une des positions cardinales que j'avais tenté de définir pour le GRIP : simultanément de l'enseignement du calcul et de la numération et apprentissage simultané du calcul sur les nombres et sur les grandeurs. Je ne veux pas dire que ce que je proposais est indépassable mais qu'au vu de l'importance qui était - ou semblait être - attachée à cette position par le GRIP, il est pour le moins révélateur qu'elle soit contredite en public au détour d'un débat et sans autre forme de procès.

<sup>15</sup> Mais pas seulement ceux-ci et pas seulement pour les mathématiques : il suffit de lire des listes de discussion comme mathlycee ou profsfr ou neoprofs pour avoir une idée du niveau de formation en mathématiques et en français des enseignants actuels.

<sup>16</sup> Lorsque je dis « on », il faut bien comprendre que je ne parle pas de « l'enseignant de base qui fait ce qu'il peut avec ce qu'il a » mais de celui qui prétend donner des réponses à la crise de l'enseignement en proposant des cours, des manuels, des formations, etc. sans avoir véritablement pris le temps de réfléchir et penser un ensemble de difficultés théoriques.

comme celle des unités dont il est question ici, *en ne décidant pas a priori qu'il faut séparer les questions de contenu et de méthodes en commençant par exposer les contenus et en se tenant à cette méthode de débat,*

i) sans donner la formation mathématique adéquate,

ii) sans démonter les fausses interprétations qui dominent la manière de poser la question.

Mais une fois que ceci est donné, l'enseignant sait donc ce qu'il a à enseigner et trouvera de toutes les façons dans l'immense majorité des cas<sup>17</sup> la manière de l'enseigner, même s'il est loin d'être inutile qu'il s'appuie sur quelques manuels et conseils pratiques (mais le livre du maître par exemple ne remplit vraiment son rôle que si les connaissances correspondants aux points i) et ii) sont maîtrisées).

### **Une proposition pour aborder la « question des unités »**

Si je fais toute ces critiques, c'est parce qu'il me semble, pour les raisons données, que ce serait une mauvaise chose que les thèses défendues sur cette question par Pascal Dupré et Catherine Huby se répandent puisqu'elles ne peuvent qu'engendrer des confusions théoriques sur des questions premières, fondamentales, ce qui est d'autant plus probable que leurs thèses volent plus haut que les « thèses d'en face ». Pour aborder ces questions, je propose de confronter deux problématiques cardinales - qui s'opposent explicitement puisque la position des maths modernes propose de « rompre avec les instructions de 1945 » qui sur ce point ne diffèrent en rien des précédentes - :

- celle des maths modernes que je reproduis *infra* en B)

- celle présente dans une présentation classique de la numération et du calcul d'un manuel de CM d'avant la première guerre mondiale, reproduite en A).

#### A) Brouet et Haudricourt Frères, *Arithmétique et système métrique*, Cours Moyen, Paris, 1907 . Première leçon

##### ARITHMÉTIQUE

##### NOTIONS PRÉLIMINAIRES

1. - On appelle quantité tout ce qui peut être augmenté ou diminué, comme une somme d'argent, un nombre d'arbres, la hauteur d'un mur.

2. - L'unité est une quantité connue qui sert à mesurer à évaluer toutes les quantités de la même espèce qu'elle.  
Ex. : Si l'on compte les tables de la classe, les arbres de la cour, l'unité est une table, un arbre.

3. - Un nombre est le résultat obtenu en comparant une quantité à son unité. Il est concret s'il désigne l'espèce d'unité, comme 12 litres; il est abstrait s'il ne désigne pas l'espèce d'unité, comme 12.

4. - Il y a trois espèces de nombres

1° Le nombre entier, qui ne contient que des unités entières : quatre francs : 4 fr.

2° La fraction, qui ne contient que des parties de l'unité : vingt-cinq centimètres : 0m,25; - deux tiers :  $\frac{2}{3}$ .

3° Le nombre fractionnaire, qui est un nombre entier accompagné d'une fraction : trois francs quarante

<sup>17</sup> On ne répétera jamais assez dans cette époque de faible formation disciplinaire des enseignants ce que disait Compayré à propos de l'enseignement primaire, même s'il emploie le mot professeur : « *La première condition pour être un bon professeur, ce sera toujours de posséder à fond la science qu'on est chargé de professer* »\*. Pendant tout un temps seuls les « pédagogistes » défendaient explicitement la position contraire, mais commencent à apparaître des « instructionnistes » qui tendent plus ou moins honteusement vers ce type de position. Marc le Bris, lorsque de débats portant sur les contenus d'enseignement, a toujours privilégié l'avis des « praticiens du primaire » au détriment de la définition des contenus. Mais maintenant apparaît une nouvelle forme d'opposition à la primauté de la maîtrise disciplinaire qui ne s'oppose pas explicitement à la position de Compayré mais en vient à la nier pratiquement en disant que l'on ne peut séparer la question des contenus de la question des méthodes. Un bon exemple en est, mais il est loin d'être seul, un certain Bad Wolf sur le blog Education de Luc Cédelle. On pourra trouver ses positions et ma critique, très modérée, au choix, soit sur <http://education.blog.lemonde.fr/2012/03/26/la-syllabique-cest-pas-automatique-reflexions-sur-la-lecture-et-lecriture/>; soit dans *Réponse rapide aux messages de B.Wemague, Bad Wolf et T.Venot*, <http://michel.delord.free.fr/re-bwbwtv-31042012.pdf>

\* Gabriel Compayré, *COURS DE PEDAGOGIE THÉORIQUE ET PRATIQUE*, Librairie classique Paul Delaplane, Paris 1897. DEUXIÈME PARTIE : PÉDAGOGIE PRATIQUE, PREMIÈRE LEÇON, LES METHODES EN GENERAL, Esprit général d'une bonne méthode.  
<http://michel.delord.free.fr/comp-pp-01.pdf>



centimes : 3fr. 40 - deux unités un tiers :  $2 \frac{1}{3}$

5. - L'arithmétique est la science des nombres et du calcul.

6. - Le calcul est l'art de combiner les nombres

B) Extraits de : *La mathématique à l'école élémentaire*, Paris, Supplément au bulletin APMEP n° 282, 1972, 502 pages.

I)

En fait, c'est bien là qu'est demandée aux maîtres une mutation radicale, qui exigera d'eux de grands efforts de vigilance, de surveillance d'eux-mêmes, une véritable conversion intellectuelle.

Car les naturels ne sont plus liés à la mesure des objets du monde physique et, surtout, les opérations sur les naturels ne sont plus tirées des opérations sur les "grandeurs" du monde physique ou de l'univers quotidien telles que longueurs, poids, prix, capacités. L'abandon des "opérations sur les grandeurs" est bien la mutation fondamentale apportée par les programmes transitoires, c'est lui qui transforme profondément les démarches de la pensée dans l'enseignement élémentaire.

Marguerite Robert, *Un nouvel état d'esprit*

II)

Le nombre naturel

C'est le nombre entier, positif ou nul, de notre enfance. Il résulte de la considération des ensembles, disons, sans inconvénient, des collections d'objets ; c'est par là qu'il faut commencer. Une telle affirmation peut paraître banale. Il faut la répéter. Elle implique une séparation nette entre le nombre utilisé comme cardinal d'un ensemble et le nombre utilisé pour exprimer une mesure ; une séparation, nette et honnête entre : "Il y a 6 crayons sur cette table" et "Ce crayon mesure 6 centimètres".

Rupture avec les Instructions de 1945, qui déclaraient : "*On enseignera le décimètre en même temps que la dizaine*". On s'interdit d'enseigner le décimètre tant que les enfants risquent de ne pas appréhender les dix segments d'un centimètre, voire de les confondre avec les traits de division qui les limitent (et qui sont 11), et surtout tant qu'ils voient mal le rôle de ces traits lors d'une mesure.

Il faut en outre laisser intacte chez l'enfant l'idée qu'une mesure a bien des chances de ne pouvoir se traduire par un nombre naturel, et qu'il est plus honnête de parler d'encadrements.

Le maître écrit  $7\text{cm} + 2\text{cm}$  ; il demande de traduire le signe + par ceci : dessiner un segment de 2cm dans le prolongement d'un segment de 7cm qu'il vient de dessiner. C'est beaucoup demander au signe +. Les enfants de Cours Préparatoire, en ce mois de Janvier, ne répondent pas, évidemment, puis docilement disent oui quand le maître termine le dessin. Additionner deux longueurs est une opération mentale plus complexe qu'additionner les cardinaux de deux collections. Les difficultés des enfants viennent de là et un retour aux bûchettes ou aux jetons ne saurait les aider.

Il y a un abîme entre le discret et le continu. Le continu est remis à plus tard : la mesure a disparu du Cours Préparatoire.

P. Jacquemier,

*Promenade au long du programme du 2/01/1970 et des commentaires qui les accompagnent*

\* \*  
\*

Bonne lecture.

Ceci dit, la méthodologie que je recommande me semble justifiée puisque je propose d'aborder prioritairement des questions qui ont été au centre des débats fondateurs des cinquante dernières années, qui sont à la fois fondamentales et placées au début du cursus, positions sur lesquelles personne (? On va le voir) ne peut prétendre, pour quelques raisons que ce soit, que l'on peut se contenter de positions floues<sup>18</sup>.

Calne, 25 septembre 2012 - **Michel Delord**

\* \*  
\*

<sup>18</sup>Et d'autre part ceci facilitera le travail de Catherine Huby puisque, avec le texte de Brouet et Haudricourt, elle dispose d'un ensemble de positions explicites pour exercer sa critique.

**Biblio MD** (Je compléterai ultérieurement cette bibliographie) :

**2002**

i)MD, *De la didactique et des grandeurs : le contrat didactique ou comment éliminer les mathématiques*, partie D de l'exposé *Sur l'enseignement primaire en France* (Université Bocconi, Milan, Avril 2002 )

<http://michel.delord.free.fr/milan+.pdf>

ii)MD, *Michèle Artigue et l'âge du capitaine* <http://michel.delord.free.fr/captain1-0.pdf>

**2004**

iii)MD, *A propos des nombres concrets et abstraits : Un témoignage historique sur l'école primaire française*,

<http://michel.delord.free.fr/banff.pdf>

**2005**

iv)MD, *A propose de la multiplication*

<http://michel.delord.free.fr/mult2005.pdf>

v)MD, *Résumé sur la notation « de la multiplication de base »*

<http://michel.delord.free.fr/notation-multprim.pdf>