Sur l'enseignement primaire en France

Milan 19 Avril 2002

Plan:

*****

Une anecdote non mathématique qui permet d'entrevoir des questions qui touchent aux mathématiques:

La dictée est une spécialité, très française puisque les anglophones n'en font pas, où l'on dicte un texte à un élève que l'on note en fonction du nombres de fautes d'orthographes. Le débat s'est développé depuis les années 50/60 entre partisans de la dictée qui disaient que son rôle était essentiel pour l'acquisition de l'orthographe et opposants qui prétendaient que ce n'était pas le cas . Nous sommes arrivés au point où la dictée est supprimée du cursus … mais où le président du Conseil National des Programmes , Luc Ferry, qui interdit la dictée à l'école reconnaît qu'il en fait faire à la maison à sa fille !!!(www.sauv.net/ferry.php)

Il se trouve que la dictée avait aussi un rôle que n'entrevoyait aucun des deux camps qui est une fonction de concentration de l'élève sur le sens du texte car l'écriture orthographique dépend du sens. Et, en ce sens, la disparition des dictées à visée orthographique est un des facteurs du fait qu'il n'est pratiquement plus possible actuellement de … dicter, sans écrire au tableau, une définition ou un théorème en sixième.

Or il y a une double caractéristique des réformes depuis une cinquantaine d'année :

- elle mettent en avant l'intelligence contre le "mécanique" et la réalisation matérielle contre l'idée: dans le cas de l'apprentissage de la langue l'écriture elle même est opposée au caractère littéraire du texte et, de toutes façons, à son sens. On va voir que l'on retrouve exactement le même type d'opposition en mathématiques où le calcul est opposé au sens du calcul. Comme le dit **Hung-Hsi Wu**:

"*Education seems to be plagued by false dichotomies. Until recently, when research and common sense gained the upper hand, the debate over how to teach beginning reading was characterized by many as "phonics vs. meaning." It turns out that, rather than a dichotomy, there is an inseparable connection between decoding—what one might call the skills part of reading—and comprehension. Fluent decoding, which for most children is best ensured by the direct and systematic* *teaching of phonics and lots of practice reading, is an indispensable condition of comprehension. "Facts vs. higher order thinking" is another example of a false choice that we often encounter these days, as if thinking of any sort—high or low—could exist outside of content knowledge. In mathematics education, this debate takes the form of "basic skills or conceptual understanding." This bogus dichotomy would seem to arise from a common misconception of mathematics held by a segment of the public and the education community that the demand for precision and fluency in the execution of basic skills in school mathematics runs counter to the acquisition of conceptual understanding. The truth is that in mathematics, skills and understanding are completely intertwined. In most cases, the precision and fluency in the execution of the skills are the requisite vehicles to convey the conceptual understanding. There is not "conceptual understanding" and "problem-solving skill" on the one hand and "basic skills" on the other. Nor can one acquire the former without the latter. .. The analogue of the same phenomenon in the artistic domain is even more transparent. A violinist who still worries about fingering positions cannot hope to impress with the beauty of tone or the elegance of phrasing, and an opera singer without the requisite high notes would try in vain to stir our souls with searing passion. In good art as in good mathematics, technique and conception go hand in hand.* "

in "*Basic skills versus conceptual understanding a bogus dichotomy in mathematics education*"

(http://www.aft.org/publications/american_educator/fall99/wu.pdf)

- elles opposent en fait mécaniquement tous les aspects de l'enseignement et des contenus de celui-ci, détruisent le sens an nom du sens et détruisent l'interdisciplinarité au nom de l'interdisciplinarité puisque le sens est le lien entre les différents domaines de la pensée et le lien – multiple – entre l'activité immédiate du sujet et ces différents domaines.

Laurent Schwartz , dans le texte qu'il écrit pour la " Commission du bilan " en 1981 note bien cette séparation pour la liaison entre la science et la physique : "*Les idées modernes de liens de toutes les sciences et connaissances entre elles, et des sciences (y compris mathématiques) avec la technologie, sont étrangères à Bourbaki*".

Le seul problème est qu'il ne s'agit pas d'une " *idée moderne* " car, jusqu'au début du XX^{ème}, siècle il est impossible de dire si, sans compter les Newton, Gauss…, Poincaré, par exemple, est un mathématicien ou un physicien. Ce qui est moderne, au contraire est, comme l'indique VI. Arnold, la séparation entre les mathématiques et la physique dont la conséquence est la recherche dans l'enseignement d'une interdisciplinarité de complémentarité formelle a posteriori comme réaction à la spécialisation forcenée de l'enseignement initial. C'est d'ailleurs le constat que fait VI. Arnold dans *On teaching mathematics* :

"*In the middle of the twentieth century it was attempted to divide physics and mathematics. The consequences turned out to be catastrophic. Whole generations of mathematicians grew up without knowing half of their science and, of course, in total ignorance of any other sciences. They first began teaching their ugly scholastic pseudo-mathematics to their students, then to schoolchildren… Since scholastic mathematics that is cut off from physics is fit neither for teaching nor for application in any other science, the result was the universal hate towards mathematicians both on the part of the poor schoolchildren (some of whom in the meantime became ministers) and of the users*".

(*in* http://pauli.uni-muenster.de/~munsteg/arnold.html)

A) Pourquoi suis-je ici pour parler de l'enseignement primaire?

1) Parce que je suis à l'origine d'un Appel (www.sauv.net/prim) contre les nouveaux programmes du primaire en France proposés par la commission Joutard, appel dont le contenu est assez radical et qui , probablement à cause de ce contenu radical, a obtenu la signature de nombreuses personnalités prestigieuses, scientifiques et littéraires, françaises et étrangères mais souvent peu médiatiques.

Personnalités prestigieuses, scientifiques et littéraires, françaises et étrangères

Alain Connes, Laurent Schwartz, Pierre Vidal Naquet, Francis Jeanson, Rudolf Bkouche, JP Demailly, Gustave Choquet, Roger Balian….
David Klein, Richard Askey, R. James Milgram , Hung-Hsi Wu, Georges Andrews, Ralph A. Raimi, E.D. Hirsch …*2+2=4 Mathematically Correct* (voir http://www.mathematicallycorrect.com/)
Voir ftp://ftp2.sauv.net/sauv/textes/prim_us1.pdf

Contenu radical :

- titre : *Ne plus apprendre à lire, écrire, compter et calculer. Proscrire toute forme de pensée cohérente***.**
- remise en cause des réformes depuis au moins 1970
- arguments :

> - ***s'opposer à la spirale infernale, depuis longtemps en action, qui prétend faciliter la compréhension en allégeant les savoirs fondamentaux.*** *Le résultat en est l'exact contraire : la “ structure en gruyère ” des programmes rend plus difficile ou même impossible la compréhension des savoirs fondamentaux rescapés. Cela servira de prétexte à d'autres allégements mais surtout détruit déjà chez l'enfant toute possibilité d'accession à la rationalité, lui apprend au contraire systématiquement à “ penser ” de manière incohérente et réduit l'enseignement à des contenus procéduraux qui ne peuvent même plus être maîtrisés car la simple maîtrise de mécanismes suppose justement un minimum de rationalité.*
>
> - ***s'opposer à la justification de cette spirale*** *qui sépare l' “ intelligence conceptuelle ” de ses manifestations concrètes, de la maîtrise des techniques de base et de l'utilisation de la mémoire : on est censé comprendre la division sans la pratiquer, écrire un récit sans connaître les temps du passé, étudier la densité de population sans la calculer, etc. On pourra donc parler de tout sans rien connaître. Conception qui autorise la rédaction de “ programmes ” dont l'enflure verbale proliférante a de plus en plus de mal à masquer un contenu réel de plus en plus misérable.*

Ceci prouve donc qu'il y a une place pour les arguments avancés dans la pétition, ce qui prouve *a contrario* que les différents organismes qui traitent en France de la question scolaire (commissions officielles, sociétés savantes, organisations syndicales, associations de didacticiens…) n'ont pas su prendre cette place soit qu'elles approuvent, par exemple, les derniers programmes du primaire, bruyamment ou en silence, soit qu'elles n'aient pas trouvé les moyens de rendre publique leur opposition.

2) Pourquoi sur l'enseignement primaire ?

Comme le dit JP Demailly :

"*L'étude des sciences a ses exigences incontournables : elle présuppose la maîtrise des bases du calcul et des ordres de grandeurs comme celle du sens des concepts, puis, a un niveau plus avancé, celle d'un certain langage codé, du raisonnement et de la démarche hypothético-déductive. Or, les programmes actuels tendent a négliger les savoirs fondamentaux, et, avec peu de souci de cohérence et de progression, privilégient sans grand discernement des savoirs plus élabores ou plus techniques alors que les fondements ne sont pas assurés…. La situation actuelle est le résultat de l'accumulation de réformes plus ou moins ratées, de dégradations successives qui ont affecté tous les niveaux d'étude… L'enseignement, celui des sciences en particulier, peut être vu comme une pyramide se construisant a partir de sa base sur toute la durée de la scolarité d'un élève. Les savoirs fondamentaux comme le calcul et la lecture doivent être acquis de façon suffisamment précoce et solide pour que les étages supérieurs puissent ensuite être construits de façon cohérente*."

Il est bien évident que, dans ces conditions, c'est-à-dire surtout si le niveau primaire est puissamment touché, c'est vers ce niveau qu'il faut porter son attention sans quoi le risque est que les meilleures intentions du monde pour le niveau supérieur se transforment en pratique dans le contraire exact de ce qui était prévu, c'est-à-dire un fossé grandissant entre

- d'un coté, des ambitions conceptuelles démesurées qui se traduisent, comme le dit Rudolf Bkouche, en illusion langagières chez l'élève qui croit alors comprendre alors qu'il ne fait qu'employer un langage ampoulé et superficiel (il faut dire qu'une bonne fraction des "*élites*" de la société valorise cette attitude)
- de l'autre coté, un manque de maîtrise des opérations techniques de base dû tout autant aux manques de bases du primaire qu'au fait, comme le dit la pétition, que "*la simple maîtrise de mécanismes suppose justement un minimum de rationalité".*

Or cette position de bons sens qui dit qu'il y a un ordre d'apprentissage des choses n'est plus une position dominante dans les cercles chargés de l'élaboration des programmes : au nom *de "l'élève au centre* " et de la "*pédagogie de projet*", il est maintenant admis et pratiquement appliqué l'idée suivant laquelle tout ordre d'enseignement des connaissances est un carcan puisque l'élève, devenu "*l'apprenant*" ou mieux le "*s'apprenant*" doit construire son propre savoir en suivant la logique de ses propres intérêts et désirs. Sans entrer dans des détails que je ne pourrais développer ici, je voudrais donner deux pistes de réflexion qui montrent comment ce type de pédagogie s'apparente en fait au contrôle social:

- la pédagogie de projet à la Kilkpatrick des années 1920 aux USA qui se caractérise par *" Teach the childl, don't teach the subject*" n'est peut être pas aussi progressiste qu'elle prétend l'être puisque un de ses plus ardents promoteurs fut Giovanni Gentile comme l'indique le mathématicien Richard Askey qui cite également la position de Gramsci

Cf. www.mathematicallycorrect.com/hirsch.htm et http://www.wgquirk.com/content.html

- G.S. Hall, fondateur de la psychologie expérimentale aux USA, inspirateur également de la pédagogie de projet et créateur du *pédocentrisme* ou " *l'élève au centre*" minimisait pour le moins l'enseignement des contenus, justement au nom de la centralité de l'élève : " *Nous devons dépasser le fétichisme de l'alphabet, de la table de multiplication, de la grammaire des gammes, du livre, et nous devons nous dire que nos ancêtres étaient, il y a quelques générations illettrés... Que Cornélie, Ophélie, Béatrice et même la bienheureuse Mère de Notre-Seigneur ne savaient ni lire ni écrire*". (Extrait de " *Children's lies*" 1890)

Enfin, du point de vue théorique, une raison qui rend fondamentale la discussion sur le contenu des enseignements en primaire est que ne peuvent s'y introduire facilement les justifications habituelles données pour les niveaux plus élevés pour lesquelles les Sciences de l'Education expliquent que la baisse des compétences requises serait due à l'entrée dans ces niveaux de "catégories sociales plus défavorisées" qui n'y avait pas accès auparavant : en novlangue chère à Georges Orwell, cela se traduit par : "*Il n'y a pas eu démocratisation mais massification*" .

B) Un exemple : l'étude des opérations

1) Pourquoi les opérations ?

Deux types de raisons

- L'exemple américain où ce débat est central. Dans ce pays les dégâts du cognitivisme, du "pédocentrisme " sont beaucoup plus anciens et massifs ce qui a produit une riposte menée notamment par *2+2=4 MathematicallyCorrect* : ce collectif de parents et d'universitaires s'oppose depuis de nombreuses années aux *Fuzzy Math* et les mathématiciens de *Mathematically Correct* ont publié en 1999 une lettre Ouverte à M. Riley, Secrétaire d'Etat à l'Education, signée notamment par plusieurs médailles Fields (Paul Cohen, Jones Vaughan et Edward Witten)et Prix Nobel : cette lettre combattait l'utilisation abusive des calculettes, justifiée par l'idée suivant laquelle "*Il est temps d'admettre que continuer à enseigner à nos élèves les [calculs papier-crayon sur des nombres à plusieurs chiffres] n'est pas nécessaire, mais est même contre-productif et carrément dangereux*" . D'autre part, la commission *ad hoc* de l'*American Mathematical Society* reprenait ces critiques et expliquait toute l'importance mathématique de l'apprentissage des algorithmes opératoires arithmétiques en montrant que leur rôle n'est pas seulement, comme la calculette , de "*trouver un résultat*".
La lettre ouverte à M. Riley est à :
www.mathematicallycorrect.com/riley.htm
"*Reports of AMS Association Resource Group*" est à:
http://www.ams.org/notices/199802/comm-amsarg.pdf

- c'est un sujet qui est aussi en débat en France puisque le projet de programme pour le primaire de 1999 proposait de réduire l'apprentissage de l'algorithme de la division "*en restant dans le champ de la table de multiplication liée au diviseur (si on divise par 6, le dividende ne dépassera pas 60)"* . Donc, la division de 43 par 3 était hors programme du primaire : c'est à dire que la division est globalement hors programme du primaire puisque savoir faire une division signifie justement se servir "*du champ de la table multiplication*" ….. pour faire une division.

2) Quelques éléments de base pour juger la situation en France

Sans entrer dans les détails de l'évolution des programmes du primaire qui sont cependant essentiels pour comprendre le processus de dégénérescence de l'enseignement (pour une analyse plus détaillée, voir ftp://ftp2.sauv.net/sauv/textes/prim_dp1.pdf), on peut expliciter les exigences des programmes de 1945 applicables jusqu'en 1970 et essentiellement stables depuis 1882 et celles les programmes actuels :

Programmes de 1882, 1902, 1925, 1945

CP : les quatre opérations sur les nombres entiers, au fur et à mesure de l'apprentissage de la numération jusqu'à 100 : la division se limitait à la division par 2 et 5 (Les Instructions Officielles de 1945 du Cours Préparatoire disaient explicitement :"*La multiplication et la division sont limitées au cas d'un multiplicateur ou d'un diviseur 2 ou 5, alors que l'ancien programme* [celui de 1925 - MD] *prévoyait aussi le calcul par 3*".)
CE1/CE2 : les quatre opérations sur les entiers étaient maîtrisées (limitation de la division à la division d'entier quelconque par un entier à deux chiffres).
CM1/2: Toutes les opérations sur les décimaux sont maîtrisées en fin de CM.

Programmes actuellement appliqués (1995 à 2002):

CP/CE1 : Addition : « *maîtriser la technique opératoire de l'addition (seule technique dont la maîtrise est exigée à la fin de ce cycle)*."

CE2/CM1/CM2 :

a) Opérations sur les entiers :
Addition , soustraction. Pour les autres opérations , le programme de primaire est rédigée de manière extrêmement floue mais :

- le programme explicite les "Compétences exigibles" <u>en fin de sixième</u> :
  "*Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne d'un nombre entier par un nombre entier d'un ou deux chiffres*."
- le nouveau programme adopté en février 2002 dit :
  "*calculer le produit de deux entiers ou le produit d'un décimal par un entier (3 chiffres par 2 chiffres), par un calcul posé ;*
  - calculer le quotient et le reste de la division euclidienne d'un nombre entier (d'au plus 4 chiffres) par un nombre entier (d'au plus 2 chiffres),par un calcul posé."

b) Opérations sur les décimaux :
Addition, soustractions, multiplication d'un entier par un décimal "*3 chiffres par 2 chiffres*" . Toute compétence de "calcul à la main" sur la multiplication de deux décimaux, le quotient de deux décimaux, d'un décimal par un entier et le quotient décimal de deux entiers sont supprimés … mais ils figurent dans las compétences car on peut et même on doit:

"*utiliser une calculatrice pour calculer […] le produit de deux nombres entiers ou celui d'un nombre décimal par un entier, le quotient entier ou décimal (exact ou approché) de deux entiers ou d'un décimal par un entier"*

Résumons:

- à la sortie du primaire, un élève n'a à connaître ni l'algorithme de la multiplication des nombres entiers ni celui de la division, c'est-à-dire savoir faire une multiplication ou une division dans tous les cas.

- on recommande qu'il fasse à la calculette les opérations qu'il ne sait pas faire à la main et dont il ne connaît pas l'algorithme et ceci explicitement pour "*le quotient entier ou décimal (exact ou approché) de deux entiers ou d'un décimal par un entier".*

- les compétences demandées en fin de CM2 pour les opérations sur les entiers sont inférieures à celles demandées en fin de CE2 jusqu'aux années 70 (multiplication et division). Par rapport au CM2 lui-même : disparition du quotient approché d'un entier par un entier, disparition du produit et du quotient de deux nombres décimaux.

- si la baisse de capacité des élèves est importante, ce qui l'est encore plus est la justification donnée de cette baisse de niveau qui oppose la maîtrise de l'algorithme au " sens de l'opération " alors que , comme on va le voir ces deux éléments se renforcent et que la séparation, au contraire, rend impossible et l'apprentissage de l'algorithme et celui du "sens de l'opération". Disons cependant que la tendance dominante qui prétend qu'il faut "donner du sens " prétend par la même que ce qu'elle enseigne n'a pas de sens, ce qui revient à défendre une conception des mathématiques qui s'oppose au sens leur utilisation comme outil de modélisation.

- On pourrait objecter que le report de l'apprentissage de la multiplication et de la division au niveau du cycle 3 (CE2, CM1/2) alors que les 4 opérations étaient apprises auparavant dès le CP n'est qu'un simple ajournement. Or, il n'en est rien ; c'est la liaison que les quatre opérations entretiennent du point de vue de leur sens et de leurs algorithmes qui en facilite l'apprentissage. La commission Joutard prétend produire des programmes ayant l'ambition de conduire les élèves sur le chemin de la résolution des problèmes. Bien que de nombreux "pédagogues" considèrent cette affirmation comme une monstruosité, résoudre un problème, c'est rechercher quelles sont les opérations à utiliser pour parvenir au résultat . Mais le report de trois ans pour la mise en place de la soustraction, de la multiplication et de la division (programme de 1995) produit cet étrange résultat : pendant ces trois ans, l'entraînement hautement productif de l'élève à la résolution des problèmes se limite au choix entre l'addition… et l'addition. Il est donc inutile d'entreprendre de vastes recherches didactiques pour savoir pourquoi les élèves confondent *opération* et *addition* ou choisissent très souvent comme opération pour résoudre un problème la dernière qu'ils ont étudiée. Le recours explicatif à des "déficits d'images mentales", des "problèmes de conflits cognitifs" ne sert qu'à masquer le déficit intellectuel des programmes.

3) Sens, algèbre , unités du SI et grandeurs : Nous sommes toujours à l'époque des mathématiques modernes…sans les mathématiques

Pour avancer sur la question du calcul si l'on ne le réduit pas au pur numérique, il est utile de préciser également l'état de l'enseignement des unités du Système International en primaire . Alors que jusqu'aux années 70, il y avait un enseignement complet des unités de base du SI – les unités de longueur servant d'introduction aux nombres décimaux - et une pratique du changement d'unités, petit à petit nous en sommes arrivés à la situation suivante :

- les unités de volume ne sont plus au programme et les volumes doivent être évalués en litres
- l'apprentissage des autres unités (longueur, aire, poids …) sont réduites aux "unités usuelles" : le nouveau programme adopté en Février nous dit : "*connaître et utiliser les unités usuelles (cm ^{2}, dm^2, m^2 et km^2) ainsi que quelques équivalences (1m^2 = 100 dm^2 , 1dm^2 =100 cm^2 , 1 km^2 = 1000000 m^2). …*"

On peut remarquer

1) que, alors que la commission Joutard prétend s'attacher au sens et refuser les apprentissages mécaniques, le non enseignement de la logique du SI (Système International de mesure) et la réduction de l'apprentissage des unités aux unités "usuelles" fait que les *"quelques équivalences (1m^2 = 100 dm^2 , 1dm^2 =100 cm^2 , 1 km^2 = 1000000 m^2). …*" devront être apprises "par cœur" de la manière la plus mécanique possible.

2) que l'on perd également la logique de l'écriture *longeur * aire = volume* qui se traduit par $1m * 1m^2 = 1m^3$ ce qui fait que la longueur d'un double décimètre vaut donc … 200L/m^2 !!! On peut également remarquer que cette problématique interdit le calcul du volume d'une boite rectangulaire.

L'allégement … du "sens"

Depuis une trentaine d'années, une des marottes des « pédagogues » est de justifier les réformes au nom de la "défense du sens", en mettant au centre des mathématiques la "résolution des problèmes" et "l'interdisciplinarité". Cette réforme n'y échappe pas et l'on nous dit : "*La résolution de problèmes est au centre des activités mathématiques et permet de donner leur signification à toutes les connaissances qui y sont travaillées : nombres entiers et décimaux, calcul avec ces nombres, approche des fractions, objets du plan et de l'espace et certaines de leurs propriétés, mesure de quelques grandeurs*."

Nous ne nous intéresserons pas à la validité complète de ces affirmation qui ne sont vraies que très partiellement mais simplement au fait que, en prenant au mot les concepteurs des programmes justement sur la question qui nous intéresse ici, c'est-à-dire l'enseignement des opérations, des unités des aires et des volumes, l'enseignement proposé, en négligeant le rôle de l'apprentissage des algorithmes des opérations arithmétiques, détruit l'idée même de « sens » comme il empêche la possibilité même de ce qu'il préconise : la résolution des problèmes.

On peut s'intéresser à un premier sens oublié par la commission Joutard qui est le lien qui existe entre les algorithmes opératoires arithmétiques et l'algèbre des polynômes et des fractions rationnelles . En effet, la numération de position et la structure même de polynôme formel fait que la suite $(1,2,0,3,\ldots)$ représente aussi bien le nombre entier 3021 qui est égal à $3*10^3+0*10^2+2*10^1+1$ que le polynôme $3X^3+0X^2+2X^1+1$. Cette ressemblance se poursuit – avec quelques différences secondaires tenant à la nature des coefficients et au fait que l'on ne fait pas de "retenues" en calcul polynomial – jusqu'au domaine justement des algorithmes opératoires puisque le produit

	(1, 2, 0, 3,…) * (1,0,2,..)	= (1,2,2,7,0,7…)
représente aussi bien	$3021*201=707\,221$	$=7*10^5+7*10^3+2*10^2+2*10+1$
que	$(3X^3+2X^1+1)*(2X^2+1)$	$=7X^5+7X^3+2X^2+2X+1.$

Dans ces conditions, on peut "poser" la multiplication $(3X^3+0X^2+2X^1+1)*(2X^2+0X^1+1)$ exactement comme l'on pose $3021*201$. Il est donc bien évident que la non maîtrise des opérations arithmétiques est un handicap pour la maîtrise future de l'algèbre et que l'introduction ultérieure des polynômes formels est facilitée par le fait que, sans recours explicite au polynôme défini comme suite, l'écriture du nombre dans une base donnée traduit bien l'idée d'une suite infinie dont seul un nombre fini d'éléments n'est pas nul. D'autant plus que l'on peut poursuivre cette isomorphie en direction des fractions rationnelles en prenant comme base les nombres décimaux puisque $10*20{,}3=203$ correspond aussi à $X*(2X+\frac{3}{X})=2X^2+3$.

Il faut également observer que la réduction de l'apprentissage des unités aux unités "usitées" repose sur une conception du "sens" qui n'entretient aucun rapport avec la cohérence, basée sur une réduction de celui-ci à une pratique aveugle, à "l'expérience immédiate" confondue allègrement avec l'expérimentation raisonnée alors que cette dernière est toujours expérimentation d'une théorie. Lorsque que cette réduction de l'enseignement des unités de longueur et d'aire aux unités usitées se double du refus d'apprentissage des unités de volume (remplacées par des unités de contenances), il ne reste plus rien :

- du sens de l'apprentissage des bases de la physique qu'est le SI.
- de la logique qui lie la cohérence du SI aux bases d'apprentissage de l'algèbre : si l'écriture en numération de position d'un nombre entretient des liens étroits avec le calcul polynomial, l'écriture des égalités liées au système métrique entretient des rapports étroits préparatoires au calcul sur les monômes : un élève qui s'est approprié très tôt des habitudes d'écritures du type $2m+3m=5m$, $2m*3m=6m^2$, ne sera pas dépaysé lorsqu'il devra écrire $2X+3X=5X$ et $2X*3X=6X^2$. On évite ainsi facilement les erreurs du type $2X+3X=5X^2$, $2X+3X=6X$, etc. Mon expérience de près de trente ans de "remédiation" montre que la référence au système métrique, pourtant fort efficace, peut être de moins en moins employée puisque l'on n'a plus enseigné aux élèves les connaissances de base nécessaires.
- de la préparation d'une notion de dimension qui apparaît beaucoup plus tard dans l'enseignement : celle de dimension d'un espace vectoriel. Mais là, comme pour les conséquences de la disparition de la division sur l'enseignement ultérieur des différences entre nombres décimaux et rationnels, ceci n'a plus aucune importance puisque les espaces vectoriels ne sont plus au programme : une des raisons qui font que la disparition de pans entiers de l'enseignement primaire ne se voit que peu facilement est que les parties logiquement liées à celles-ci dans la suite du cursus ont disparu soit précédemment soit comme conséquences de l'impossibilité de les enseigner.

On peut donc dire que, autant pour ce qui est du sens lié à l'apprentissage des unités que du lien existant entre calcul arithmétique et calcul algébrique, la commission Joutard ne brille pas vraiment non plus, ni par sa cohérence ni par sa perspicacité. Il nous reste donc à voir ce qu'elle est capable de faire dans ce qu'elle-même met au premier plan, c'est-à-dire la "résolution des problèmes".

Lorsque l'on a à "résoudre un problème", la réponse à ce problème, surtout au niveau primaire, est le plus souvent un prix, une aire, un poids, un nombre de places… et la résolution du problème consiste à comprendre le phénomène étudié jusqu'à saisir quelles sont les opérations à utiliser pour trouver la réponse. Il faut remarquer que l'on a là, et nous sommes justement dans le domaine du "sens" des mathématiques qui concerne le rapport qu'elles entretiennent avec la réalité qu'elle modélise, un aspect non strictement numérique des opérations : on s'en aperçoit lorsque l'on dit que le produit d'une aire par une longueur est un volume, que le quotient d'une distance par une durée est une vitesse ou lorsque l'on remarque que les 4 opérations $2*3$pommes=6pommes, $2*3Fr=6Fr$, $2m*3m=6m^2$, $2m*3m^2=6m^3$ sont différentes bien qu'elles aient le même substrat purement numérique multiplicatif $2*3=6$.

Un des outils les plus puissants pour trouver la "bonne opération", celle qui permet de trouver le résultat demandé est d'utiliser les bases de ce que l'on appelle le calcul dimensionnel qui permet de déterminer cette opération à un coefficient multiplicatif près.. Prenons un exemple simple: si l'on connaît la longueur 6m et la largeur 2m d'un rectangle et que l'on cherche son aire, on sait que l'on doit trouver un résultat exprimé en m^2 : l'addition 6m+2m et la soustraction 6m-2m sont éliminées puisque, sans effectuer aucun calcul numérique, on sait qu'elles auront pour résultat "des mètres" qui n'est pas une aire. La division l'est également puisque 6m : 2m donne $\frac{6m}{2m} = \frac{6}{2} = 3$ qui est le "nombre de fois" 2m dans 6m, c'est-à-dire un nombre sans dimension ni unité qui ne peut donc pas être une aire. Il ne reste donc plus qu'une possibilité qui est la multiplication $6m*2m=12m^2$.

Si le raisonnement permettant de parvenir à ce résultat tient du calcul dimensionnel qui est une des bases de la physique , une traduction dans les différentes opérations que nous avons écrites ($2*3$ pommes = 6 pommes, $6m*2m=12m^2$...) fait partie de ce que l'on appelle le calcul sur les grandeurs**... <u>explicitement rejeté hors-programme par l'Education nationale depuis 1970</u>**. Cette interdiction encore confirmée récemment, fait donc partie des allégements de programmes depuis cette date, allégement sur lequel la commission Joutard n'est pas revenue malgré sa soi-disant volonté de "donner du sens aux mathématiques", de centrer l'enseignement sur la "résolution des problèmes" et de pratiquer "l'interdisciplinarité" …en coupant les mathématiques de la physique et des sciences de la terre.

Reprenons :

i) <u>Le calcul sur les grandeurs est interdit depuis 1970</u> :

Le B.O.E.N. du 2 Janvier 1970 qui introduit officiellement les mathématiques modernes en primaire dans un programme dit "transitoire", écrivait :*" Les phrases telles que 8 pommes +7 pommes = 15 pommes n'appartiennent [pas] au langage mathématique* ".

L'A.P.M.E.P., Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public, à la pointe de la réforme, confirmait la chose dans le numéro spécial consacré à cet événement en disant que c'était bien là la question fondamentale de la réforme au primaire : « *L'abandon des " opérations sur les grandeurs " est bien la mutation fondamentale apportée par les programmes transitoires, c'est lui qui transforme profondément les démarches de la pensée dans l'enseignement élémentaire* » [*APMEP 72*, "Un nouvel état d'esprit", Marguerite Robert, page 17].

L'affirmation que le calcul sur les grandeurs "n'est pas mathématique" est bien évidemment une imbécillité complète fausse mathématiquement puisque dès 1968, soit trois ans avant la publication du B.O. de 70, mais il faut dire que les Américains subissaient la réforme des mathématiques modernes depuis le début des années 60 -, le grand géomètre Whitney Hassler publiait un texte qui donnait un cadre mathématique axiomatique, "moderne", au calcul sur les grandeurs. Il s'agit de "*The Mathematics of Physical Quantities. Part I: Mathematical Models for Measurement, Part II: Quantity Structures and Dimensional Analysis*" que l'on trouve dans le volume 75 de l'*American Mathematical Monthly*. Il y déclare notamment – et démontre en donnant la structure mathématique sous-jacente- qu'il est tout à fait "mathématique" d'écrire :

"5 cakes + 2 cakes = (5+2) cakes = 7 cakes " ou bien " 2 yd = 2 (3 ft) = 6 ft ".

Ceci prouve essentiellement l'incompétence en "mathématiques modernes de l'époque", c'est-à-dire tout simplement en mathématiques, des défenseurs des "mathématiques modernes" dans l'enseignement primaire. La pratique du calcul sur les grandeurs est bien plus "moderne" que la réduction du calcul au calcul numérique qui a, elle, fait le lit de l'utilisation abusive et même exclusive des calculettes.

<u>ii) Cette interdiction a encore été confirmée officiellement récemment :</u>

Trente ans après, les concepteurs des programmes persistent et l'on trouve dans **<u>l'actuel</u>** "*Document d'accompagnement des programmes de troisième*" l'antienne : «*En mathématiques, on ne travaille pas sur les grandeurs*» .

D'autre part, mais cela sortirait du cadre de cet exposé , on peut montrer facilement la prégnance actuelle quasi exclusive de ces thèses et <u>de leurs conséquences</u> non seulement dans les organismes centraux de l'éducation nationale, dans les commissions chargés de la rédaction des programmes mais encore dans l'enseignement donné dans les IUFM, dans les manuels du primaire, chez les didacticiens et comme idéologie dominante chez une écrasante majorité de professeurs des écoles (il suffit pour cela de fréquenter les grosses listes de discussion d'instituteurs et j'en donnerai des exemples éloquents).

Ceci n'est pas étonnant car :

- la réduction du calcul au numérique et le refus du calcul des grandeurs n'est même pas mentionnée dans les histoires des réformes de l'enseignement des mathématiques : on peut consulter par exemple aussi bien l'article de B. Charlot dans " Histoire d'une réforme : idées directrices et contexte" [page 25-46] que dans les articles par exemple de l'ouvrage collectif *"Les Sciences au lycée. Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger"* (INRP et Vuibert, Paris, 1996, 330 p.). Le rapport sur le calcul de la commission Kahane mentionne la question des grandeurs et parle de "réduction au numérique" mais ne parle pas du calcul sur les grandeurs.

- le caractère central de cet abandon revendiqué pourtant par ses promoteurs n'est lui, <u>jamais relevé</u>. Il peut sembler admissible de dire que les hommes ne font pas leur propre histoire consciemment, mais il y a des limites.

Nous sommes dans une situation curieuse : bien que l'on prétende être sorti de l'enseignement des mathématiques modernes, nous y sommes encore complètement plongés, et sur des questions non secondaires présentant ce que les mathématiques modernes avaient de pire. Comme le dit Rudolf Bkouche, il nous reste les "mathématiques modernes " … sans les mathématiques, c'est-à-dire que tout le fatras constructiviste règne sans partage. Les thuriféraires de la première période, sans qu'ils s'en expliquent, sont devenus aussi mécaniquement empiristes qu'ils avaient été mécaniquement formalistes. Ce n'est donc probablement pas par hasard si la commission Kahane a une position au minimum ambiguë sur l'apprentissage des grandeurs (et encore plus sur la nécessité de l'apprentissage des algorithmes des opérations arithmétiques) et que l'on n'y trouve aucune critique du parallélisme piagétien entre le développement cognitif de l'enfant et la structuration axiomatique des mathématiques, mais au contraire, une référence positive à Piaget dans le rapport sur la géométrie .

Si l'on veut redonner une cohérence à l'enseignement des mathématiques, au lien entre la physique et les mathématiques, entre l'arithmétique du primaire et l'algèbre, on ne peut pas faire l'économie d'une critique des positions réelles qui ont été successivement développées par les différents acteurs, car une conception fausse perdure tant qu'elle n'a pas été explicitement analysée. Ce n'est donc pas par purisme que ce débat est nécessaire.

C) Aspect logique / aspect intuitif des mathématiques : le rôle des grandeurs. L'enseignement de l'ordre de grandeur … sans grandeur

Dans le débat “ *Les mathématiques sont elles une science expérimentale ou sont elles strictement logiques?* ”, on doit répondre : les deux et dans ce cas, elles doivent être apprises en tant que telles car les apprendre en les réduisant à un seul de leurs deux aspects équivaut à ne pas pouvoir les apprendre du tout; mais l’essentiel est de donner, par rapport au débat qui nous intéresse ici, c’est-à-dire la pédagogie des mathématiques, quelques exemples sur ce que peut signifier cet aspect expérimental et cet aspect logique ainsi que leurs liens. Je m’inspire ici assez librement du livre de Ferdinand Gonseth paru en 1936, «*Les mathématiques et la réalité : essai sur la méthode axiomatique*» (Paris, Librairie Scientifique et Technique Albert Blanchard, 1974)

Pour montrer ce qu’est l’aspect logique des mathématiques, prenons pour exemple les axiomes de la numération, c’est-à-dire ceux qui permettent de définir la suite des nombres entiers :

Axiome 1 : A chaque nombre a succède un nombre entier a’ différent de a
Axiome 2 : Seul le nombre 1 ne succède à aucun nombre
Axiome 3 : Tout nombre succède, directement ou par intermédiaire, à 1

Mais ceci ne suffit pas, car , si la suite 1,2,3,4,5,6….. convient bien, la suite 1,2,3,4,2,3,4,2,3,4… conviendrait aussi .
On ajoute donc :

Axiome 4 : La suite des nombres qui, de proche en proche succèdent à un nombre a quelconque est isomorphe à la suite construite à partir de 1.

Et effectivement, toute suite qui satisfait à ces quatre axiomes est isomorphe à la suite des entiers naturels 1,2,3,4,5,6,7…..

Mais justement si l’on s’intéresse aux suites ci-dessous : S2 : 2,4,6,8,10,12…. S10 : 10,20,30,40,50,60…. S100 : 100,200,300,400,500,600… elles possèdent toutes la même structure logique qui est celle de la suite des entiers naturels et sont donc des modèles de cette suite et pourtant l’on sent bien, intuitivement, que 1 n’est égal ni à 2, ni à 10 ni à 100.

Intéressons nous plus particulièrement à la deuxième suite S10 :10,20,30,40,50,60…. Et définissons dans S10

- une addition qui est l’addition ordinaire 20 + 30 = 50
- une multiplication notée * qui est le quotient par 10 de la multiplication ordinaire : par exemple 20 * 30 = (20 * 30) :10 = 60 de la même manière que 2 * 3 = 6

Dans ces conditions, 10 * 30 = (10 * 30) :10 = 30 et, en général, pour tout nombre a de S10, on a : a*10 = 10*a = a. Ce qui fait que “ 10 ” est bien “ l’unité ” puisque “ 10 ”

- est bien la différence entre deux “entiers successif ” de S10
- est bien l’élément neutre pour la multiplication ainsi définie, c’est-à-dire que 10 joue bien pour S10 le rôle de 1 pour la suite des entiers naturels munie de l’addition et de la multiplication “classiques”.

On pourrait bien sûr définir les opérations correspondantes pour S2 , S100 , S1000 aussi bien que pour S3, S4,S5 …que pour S1 qui est l’ensemble des entiers naturels.

La structure logique de l’arithmétique des entiers est justement cette structure commune : l’intéressant est d’observer ce que l’on perd en passant de la conception intuitive de la suite des entiers à la structure logique (et qui plus est à la structure axiomatique. Cf .F. Gonseth) On y perd essentiellement, dit Ferdinand Gonseth, "*tout un côté [de la notion de nombre] que les axiomes ne touchent pas : c'est justement celui qui, dans l'exercice de la pensée, nous importe le plus ; celui qui se rapporte à l'idée de grandeur*".

Il dit explicitement (p. 131.) :

> «45. *L'essence du numérique. - Cette axiomatisation s'accompagne d'une analyse de la notion de nombre qui n'est pas sans valeur: Mais il ne faut pas en exagérer la portée. Dans tous les cas, les axiomes ne sont aucunement des décrets librement et arbitrairement formulés, avec l'intention et le pouvoir de conférer l'existence aux entités que sont les nombres. En particulier (qu'on veuille se souvenir à cette occasion de notre analyse du géométrique) il y a dans la notion de nombre tout un côté que les axiomes ne touchent pas : c'est justement celui qui, dans l'exercice de la pensée, nous importe le plus ; celui qui se rapporte à l'idée de grandeur et que, par analogie avec le côté spécifiquement géométrique des notions spatiales, nous pourrions nommer le côté spécifiquement arithmétique ou numérique*.»

Une parenthèse : on ne peut réduire la géométrie à la logique. Si Hilbert explique à juste titre que la structure logique de la géométrie euclidienne, qui ne traite que des rapports des concepts entre eux, fait que l'on peut remplacer droite par table et point par chaise dans l'énoncé des théorèmes, ceci ne signifie pas –et d'ailleurs il ne l'a jamais proposé – que l'enseignement doive commencer par traiter strictement cet aspect logique et s'y réduire. De plus, on peut également montrer les limitations, tout à fait parallèles à celles que nous avons rencontré pour la numération, qu'entraîne une définition purement logique de la géométrie puisque, tout comme pour la numération, peut y exister plusieurs modèles par exemple de la géométrie euclidienne. Ceci est également à rapprocher de la critique que l'on peut faire des positions de la commission Kahane qui privilégie comme problématique d'approche de l'enseignement de la géométrie le programme d'Erlangen dont il faudrait prouver qu'il est bien à sa place dans cette fonction (alors qu'il semble pouvoir tout à fait être, au moins partiellement c'est-à-dire pour certaines géométries convenablement choisies, un objectif raisonnable d'enseignement de fin du secondaire). D'autant plus que, comme le rappelle François Lurçat dans *L'autorité de la Science* , Riemann, reprenant Gauss et Lobatchevski, commence par confirmer le rôle de l'expérience dans ce qui est la définition du *local* : " *Les Propositions de la Géométrie ne peuvent se déduire des concepts généraux de grandeur, mais […] les propriétés par lesquelles l'espace se distingue de toute autre grandeur imaginable de trois dimensions, ne peuvent être empruntées qu'à l'expérience*".

Mais revenons à la numération : il est bien évident que, si l'on ne considère "**1**" en lui-même comme " *nombre pur* " et non comme "*nombre concret*" , disaient les Instructions Officielles de 1882 jusqu'en 1945, c'est-à-dire dans ce qu'il a d'équivalent "*en tant qu'unité*" à 2 , 3 … on a supprimé toute idée de grandeur, c'est à dire aussi toute liaison non seulement avec la physique mais aussi d'une manière plus générale avec le nombre utilisé comme on le dit maintenant comme outil de modélisation ou plus simplement comme outil pour poser et résoudre des problèmes. De plus si l'on ne considère les opérations comme n'opérant que sur ces nombres purs on supprime toute perception de " l'ordre de grandeur " puisque celle-ci s'acquiert certes par la perception de la suite des nombres entiers mais à la condition express de ne pas le séparer des manipulations physiques et des opérations correspondantes - directement ou non - sur les différents types de grandeurs. A titre d'exemple, on ne peut comprendre que 6 est le double de 3 que si l'on perçoit - physiquement dirais-je - ce que signifie que 6 m est le double de 3 m, 6 m^2 est le double de $3m^2$, 6 m^3est le double de $3m^3$, 6 kg est le double de 3kg, 6 g est le double de 3g… En ce sens , il est absolument impossible de réduire l'arithmétique à la logique et ce qui permets de ne pas opérer cette réduction est justement de l'associer en permanence à la notion de grandeur. Ceci explique aussi l'importance de l'apprentissage de toutes les unités de masse, de longueur, d'aire, de volume et de capacité en retrouvant les très riches distinctions, du point de vue du calcul et de la manipulation, entre unités légales, usuelles, fictives et effectives.

D) De la didactique et des grandeurs : le contrat didactique ou comment éliminer les mathématiques

Lorsque je parle ici de didactique, je ne parle pas de toute la didactique puisque la première

Chair of Didactics a été crée en 1873 dans la *State University of Iowa* (in *An Elusive Science : The Troubling History of Education Research,* Ellen Condliffe Lageman, University of Chicago Press, 2000, p. 10) mais de celle qui naît au moment des maths modernes et va donc construire toute sa problématique en liaison avec cette réforme c'est-à-dire pour résoudre non pas les problèmes d'apprentissage des mathématiques mais pour résoudre les problèmes posés par l'apprentissage de contenus qui ne peuvent être appris tels qu'ils sont présentés : il s'agit en effet d'enseigner directement " *la conception constructive, axiomatique, structurelle des mathématiques*" (in *Charte de Chambéry*, 1968) . Cette position n'est pas du tout exagérée et je voudrais donner l'exemple du *contrat didactique*.

Michèle Artigue donne dans l'article " *Mathématiques : les leçons d'une crise* " (Sciences et Vie Hors Série N° 180 de Septembre 92) les leçons qu'elle tire de la crise des maths modernes et en profite pour expliquer ce qu'est le contrat didactique (" *concept clé* " de la didactique selon M.A.) et elle en donne comme exemple les fameux problème d'*âge du capitaine*. Elle en donne plusieurs exemples " *Dans une classe, il y a 4 rangées de 8 places, quel âge a la maîtresse ? Dans une classe, il y a 15 garçons et 14 filles, quel est l'âge de la maîtresse ? Un berger a trois chiens et 120 moutons , quel est l'âge du berger ?* ". Et elle ajoute : " *Et scandale ! on s'aperçut que les élèves de l'école élémentaire s'appliquaient dans leur grande majorité, comme si de rien n'était, à résoudre ces problèmes, ne choisissant même pas au hasard les opérations : la maîtresse était créditée de 32 ans dans le premier cas, de 29 dans le second , le berger de 40 ans ..* " . Pour les didacticiens - car , 10 ans après personne n'a critiqué ce texte - , et en particulier pour M.A., l'erreur des élèves vient du poids du " *contrat didactique* " qui serait dans ce cas défini - consciemment ou inconsciemment- par le fait que " *dans la quasi totalité des problèmes scolaires, d'une part toutes les données nécessaires à la résolution sont fournies, d'autre part toutes les données fournies sont utiles* ".

Or , si l'on observe les résultats donnés par les élèves

- dans le premier cas les élèves ont multiplié un nombre de rangées par un nombre de places et ont trouvé un âge (c'est-à-dire un nombre d'années)
- dans le deuxième cas, ils ont ajouté un nombre de garçons et un nombre de filles et ont trouvé un âge
- dans le troisième cas, ils ont divisé un nombre de moutons par un nombre de chiens et ont trouvé un âge

C'est à dire que, dans les trois cas , un retour à la définition des opérations telle qu'elle était faite avant les maths modernes, c'est-à-dire en tant qu'opération sur les grandeurs, ce qui est exactement ce que les didacticiens ont voulu supprimer, suffisait - sur le modèle : *on n'ajoute pas des serviettes et des torchons* - pour que les élèves ne donnent pas ces réponses. Et il est donc bien normal que Michèle Artigue et tous les didacticiens - qui ont construit toutes leur théories sur la négation de l'enseignement des grandeurs- soient aveugles à cette interprétation et soient obligé d'inventer un nouveau concept qui ne sert qu'à masquer les carences du curriculum qu'ils ont soutenu et continuent à soutenir.

On pourrait montrer de la même manière que tous les concepts-clés de la didactique ne sont que des fausses oppositions qui ne prennent corps que dans la mesure où elles répondent à des difficultés provoquées par une conception fausse des progressions et des méthodes d'enseignement : les conceptions des didacticiens ne sont que les réponses aux maladies nosocomiales du système qu'ils ont eux-mêmes provoqués. Mais le plus grave n'est pas qu'elles soient basées sur de fausses oppositions mais l'effet lui même de ces fausses oppositions sur l'enseignement lui-même : la didactique donne de fausses réponses à des vrais problèmes (car un élève qui essaie de résoudre un problème d'arithmétique en s'appuyant sur un enseignement des nombres purs a de vrais problèmes) et, ce faisant, contribue à les aggraver et à créer ainsi un " *besoin de didactique* " dont la réalisation ne peut qu'aggraver encore la situation. Reprenons l'exemple basée sur le traitement " didacticien " des problèmes " d'âge du capitaine " : la véritable solution pour traiter la question de *ces "problèmes infaisables* " - en tenant compte du fait qu'il n'existe pas de méthodes absolues sur le sujet : on ne peut guère aller plus loin que ce que disait Lebesgue : il y a des domaines où *il y a des nombres* et où l'arithmétique ne s'applique pas (si l'on *ajoute* 3 liquides miscibles , on trouve 1 liquide) - est de passer un maximum de temps à donner des méthodes pour résoudre les problèmes scolaires et faisables et notamment de donner les rudiments du calcul dimensionnel qui permettent de supprimer un certain nombre de solutions qui sont incohérentes par rapport aux choix des unités. Ceci permet une compréhension plus effective de ces questions et, par différence, permet de voir le caractère infaisable des problèmes " d'âge du capitaine " : cette méthode n'est pas absolue mais celles qui prétendent l'être sont à priori fausses. Tout au contraire , dans la mesure où la vision didacticienne pointe le fait que *" dans la quasi totalité des problèmes scolaires, d'une part toutes les données nécessaires à la résolution sont fournies, d'autre part toutes les données fournies sont utiles ",* la conséquence va être de minimiser l'importance et de diminuer le temps passé à résoudre les problèmes classiques (c'est une composante importante de la disparition des problèmes de mélanges, de crédit, de proportionnalité inverse, etc.… ce qui fait que ces types de problèmes deviennent réellement des problèmes infaisables pour les élèves) tout en leur faisant faire un plus grand nombre de problèmes type " âge du capitaine ", le résultat en étant de diminuer encore les capacités à résoudre des problèmes et à reconnaître les problèmes infaisables : un ami prof en IUFM me signalait justement qu'une des grandes modes actuelles est justement de conseiller aux instituteurs stagiaires de faire faire aux élèves un maximum de ce type de problèmes, le tout étant soutenu par l'édition pédagogique qui sort actuellement des recueils dont le titre est du type : 1000 problèmes infaisables. Une remarque cependant : je ne nie pas, même si l'on employait ce que je recommande, qu'il existerait des élèves - certes beaucoup moins nombreux- qui considèrent que faire un problème, c'est essentiellement utiliser tous les nombres donnés dans l'énoncé, ce que je nie c'est que la solution essentielle pour résoudre ce type de difficultés soit la réponse mécaniste à la *forme* de la question qui consiste principalement à leur faire résoudre des problèmes où il ne faut pas utiliser tous les nombres de l'énoncé.

E) Rapide Conclusion:

Je n'ai abordé la question du primaire que sous un angle, celui des opérations et encore en supprimant de nombreux aspects fondamentaux parmi lesquels on peut citer:

- le rapport étroit qui existe entre la domination du " tout numérique", la réduction du calcul au numérique et la "mercantilisation de l'enseignement" qui atteint même les contenus enseignés
- l'utilisation massive et irraisonnée des calculettes : ce n'est pas l'utilisation des calculettes qui entraîne l'abandon du calcul, c'est au contraire la conception du calcul précédente prédominante réduite au numérique qui justifie l'utilisation massive de cet instrument.
- lorsque, pour être moderne et enseigner directement la conception axiomatique du nombre au nom des structures algébriques (en fait les plus simples : groupes, anneaux, corps), on abandonne l'enseignement de règles du type *" la mesure d'une grandeur est divisée par k si l'unité utilisée est multipliée par k*" , on est pas du tout moderne puisque l'on n'enseigne plus un produit tensoriel : si $<v ; u^{*}>$ est l'abscisse de v dans la base u, on a bien $<v,(ku)^{*}> = < v , (1/k) u^{*} > =(1/k) < v , u^{*} >$.

- etc…

J'espère cependant que le sens de mes propos sera compris. Ils ne prétendent pas *"donner une solution à tous les problèmes* " mais simplement faire que les modes d'enseignement ne détruisent pas les capacités d'apprentissage des élèves . Et, si les contenus sont mis en avant, si les enseignants ont une formation mathématique et scientifique suffisante et une véritable culture générale, il est à tout à fait possible de mettre, ensuite, "l'élève au centre" de l'enseignement. La pédagogie de détour est une obligation …., à condition que l'enseignant sache où il va.

Michel Delord - Cabanac - 16 Avril 2002

Bibliographie :

Jacques Barzuns , *Begin here : The Forgotten Conditions of Teaching and Learning*, The University of Chicago Press, 1991.

Recueil exceptionnel de textes des années 1950 à 1980 : on peut en lire un extrait de 1969 *The urge to Be Pre Posterous* à http://casemath.free.fr/divers/tribune/barzuns.pdf

Diane Ravitch, *Left Back : A Century of Failed School Reforms*, Simon & Schuster, New York, 2000

E.D. Hirsch Jr : *The Schools We Need and why we don't have them*, Double Day Edition, 1996
(*… dedicated to the memory of two prophets, William Bagley and Antonio Gramsci, who explained in the 1930s why the new educational ideas would lead to greater social injustice*)
Vous pouvez trouver un extrait de ce dernier livre , le dernier chapitre "*Education Terminology Every Parent Must Understand*" à http://www.fastlane.net/~eca/Terminology.html

Joseph Weizenbaum, *Computer Power and Human reason*, Penguin Book, 1976

Thomas K. Landauer, *The Trouble With Computers : Usefulness, Usability and Productivity*, The MIT Press, 1995.

Liping Ma, *Knowing and Teaching Elementary Mathematics*, Lawrence Elbaum associates,1999.

Liliane Lurçat,
La destruction de l'enseignement élémentaire et ses penseurs, F.-X. de Guibert, Paris,1998.
Vers une école totalitaire, F.-X. de Guibert, Paris,1998.

François Lurçat
L'autorité de la Science, Editions du Cerf, Paris, 1995.

Liens Internet :

Textes personnels :

Huile de ricin et Coca Cola : aux sources troubles de la pédagogie de projet
http://www.sauv.net/ricin.htm

NTIC à l'école : un pas de plus dans l'enseignement taylorisé d'une pensée taylorisée
http://www.sauv.net/nticd.htm
(NTIC : Nouvelles Technologies de l'Information et de la Communication)

Les aventures de la division
http://www.le-sages.org/avdiv.htm

Appel sur l'enseignement primaire : A propos des commentaires de M. Dominique Pernoux
ftp://ftp2.sauv.net/sauv/textes/prim_dp1.pdf

Extension de l'Appel primaire aux USA
ftp://ftp2.sauv.net/sauv/textes/prim_dp1.pdf

Survol, Sciences de l'Education
http://www.sauv.net/delord/survol.html

Calcul humain, calcul mental et calculettes : questions pédagogiques.
http://www.sauv.net/delord/calcul/calc-index.html
(Version lecture Off-line : http://www.sauv.net/delord/calcul/cac100.zip)

Textes de

…Rudolf Bkouche

De la transposition didactique
De la culture scientifique
La démonstration: du réalisme au formalisme.
Les déraisons de la Raison.
Histoire et Enseignement des Mathématiques
Quelques remarques à propos de l'enseignement de la géométrie
Cas d'égalité des triangles.

…Roger Godement

Mathématiciens (purs) ou putains (respectueuses)?
Pourquoi faites-vous des sciences ?

…René Thom

La Genèse de l'espace représentatif selon Piaget

sur : http://casemath.free.fr/index.php3?page=diver

Autres textes de Rudolf Bkouche

A quoi sert l'École ?
http://www.sauv.net/bkouche2.php
Quel enseignement des mathématiques ?
http://www.sauv.net/bkouche1.php

Extension de l'appel sur le primaire aux USA

"*When reform fails, as it often does, reformers claim that the reform pedagogies were not properly implemented or that teachers lack sufficient knowledge. But it is axiomatic that no such explanations may be given for traditional approaches. Multi million dollar grants would collapse without this axiom*."

in "*Calculus Reform—For the $Millions*" by David Klein and Jerry Rosen

http://www.ams.org/notices/199710/comm-klein.pdf

L'appel sur le primaire que l'on trouve à www.sauv.net/prim devrait, des que les interfaces de signatures et les traductions seront prêtes, avoir des extensions internationales . Nous nous préoccupons actuellement de l'extension en langue anglaise et vers les USA, et comme pour la France , nous avons eu le souci d'obtenir, avant d'ouvrir la signature au public, des signatures de personnalités. Les principaux pré-signataires sont :

David Klein, *Professor of Mathematics, California State University, Northridge*
Webpage : http://www.csun.edu/~vcmth00m/

Richard Askey,
John Bascom Professor of Mathematics, University of Wisconsin at Madison
Member American Academy of Arts & Sciences
Webpage : http://www.math.wisc.edu/~askey/

R. James Milgram , *Professor of Mathematics, Stanford University*
FTP : ftp://math.stanford.edu/pub/papers/milgram/

Hung-Hsi Wu, *Professor of Mathematics, University of California, Berkeley*
Webpage : http://www.math.berkeley.edu/~wu/

Georges Andrews,
Evan Pugh Professor of Mathematics,Pennsylvania State University, University Park
American Academy of Arts & Sciences
Webpage: http://www.math.psu.edu/andrews/

Ralph A. Raimi , *Dept. of Mathematics, University of Rochester , Rochester, NY 14627*
Webpage http://www.math.rochester.edu/u/rarm/

Lawrence S. Braden , *Math instructor at St. Paul's School*

David Mulroy, *Associate Professor, Classics, University of Wisconsin-Milwaukee,*

E. Donald Hirsch Jr,
University Professor of Education and Humanities at the University of Virginia
Member American Academy of Arts & Sciences
Webpage : http://www.engl.virginia.edu/faculty/hirsch.html

William G. Quirk, *The Truth About Math Reform*
Webpage : http://www.wgquirk.com

Si, comme je le suppose, ces noms sont quasiment inconnus du public italien, voici, outre le fait qu'ils ne s'agit pas simplement de « signataires » mais de spécialistes et de leur domaine scientifique et des problèmes scolaires, quelques renseignements complémentaires les concernant ainsi que sur le débat aux USA. Un des textes fondamentaux pour comprendre ce débat est le texte de **David Klein** *A Brief History of American K-12 Mathematics Education in the 20th Century* que l'on trouve à :
http://www.csun.edu/~vcmth00m/AHistory.html

David Klein, **Richerd Askey**, **James Milgram**, **Hung-Hsi Wu** sont les quatre principaux mathématiciens de l'organisation *grass-root* : *MathematicallyCorrect 2+2=4* . Ils sont en particulier les auteurs de la lettre ouverte au secrétaire d'Etat à l'Education Riley en 1999 qui proposait notamment une réduction des compétences opératoires, juste au moment où, en France, le BO sur les nouveaux programmes de primaire mettait hors compétence du primaire la division de 43 par 3.

Cette lettre est à : http://www.mathematicallycorrect.com/riley.htm

Comme le débat porte , ici comme aux USA, sur la nécessité d'apprendre les divisions "papier-crayon" , il est possible de consulter

– l'article que *James Milgram* et *David Klein* ont consacré à ce sujet "*The Role of Long Division in the K-12 Curriculum*" qui se trouve à
ftp://math.stanford.edu/pub/papers/milgram/long-division/longdivsiondone.htm

– le rapport de la commission de *l'American Mathematical Society* sur l'importance à accorder à l'apprentissage des algorithmes des opérations dans lequel il est très exactement précisé que le rôle des algorithmes "classiques" n'est pas simplement de "trouver un résultat":

"*Reports of AMS Association Resource Group*"
http://www.ams.org/notices/199802/comm-amsarg.pdf

La position développée dans ce texte suffit –mais il y en a d'autres – à mettre à mal la problématique globale qui consiste à poser la nécessité d'apprendre ou non à faire des opérations en partant de "l'existence des calculettes" qui , effectivement, permettent de "trouver *un* résultat". Cette position est récurrente puisqu'on retrouve depuis bien des années dans les orientations pédagogiques depuis les positions de la COPREM en 83 à celles de la commission Joutard en passant par celles du BO de 99 prévoyant les nouveaux programmes de primaire qui disait explicitement "*L'existence des calculettes oblige à reconsidérer globalement l'apprentissage de la division.*" .

Une des raisons essentielles en est que la numération décimale de position est une forme semi-polynômiale et que les algorithmes "classiques" des opérations basés sur les numérations de position sont un lien naturel vers l'algèbre, matière qui ne se réduit pas à "remplacer des nombres par des lettres" : un polynôme n'est pas une structure où l'on "remplace des nombres par des lettres " – ce qui revient, au mieux, à confondre polynôme formel et fonction polynôme - et l'idée que l'ensemble des nombres entiers naturels est infini vu dans son écriture décimale est bien ce qui se rapproche le plus de la notion de polynôme formel entendu comme suite infinie à termes non tous nuls. En ce sens, tous les algorithmes opératoires n'ont pas la même signification au point de vue algébrique et les algorithmes "exotiques" du type russe ou égyptien n'ont pas la richesse de celui des opérations classiques que l'on appelle maintenant "solutions expertes": ne parlons pas des "solutions personnelles" qui ont fort peu de chances d'aboutir à des algorithmes optimisés par des dizaines voire des centaines d'années d'usage social et scientifique.

Il est cependant vrai que la compréhension de la liaison entre d'une part le caractère polynomial de la numération décimale et la maîtrise des opérations et d'autre part l'apprentissage de l'algèbre a peu de chances d'être comprise aujourd'hui où

– l'on sous-estime –et depuis longtemps –l'importance de la maîtrise des opérations et du calcul en général (voir par exemple les positions d'Alain Connes et de Georges Glæser citées dans "*Les aventures de la division*" http://www.le-sages.org/avdiv.htm)

– depuis qu'il a été décidé que les polynômes ne devaient être présentés que comme des suites et cette présentation a été un échec, il n'est même plus question d'employer simplement *les mots* polynômes et monômes en collège (il faudrait également s'étendre sur la définition des polynômes en lycée) . On retrouve là sous la forme du passage d'une exigence stricte et impossible à tenir de la notion de polynôme à l'interdiction de l'emploi même du terme, un trait général –c'est-à-dire le virage à 180° qui est le contraire de toute pensée scientifique –de l'évolution des conceptions de l'enseignement des mathématiques depuis les années 70. Dans une première phase étaient défendu une vision formaliste de l'enseignement des structures sans que les élèves aient les bases intuitives pour la comprendre et, dans une seconde phase , les principaux thuriféraires de la première phase traitaient de "bourbakistes" tous ceux qui défendaient toute tentative de formalisation.

Pour en revenir à l'état actuel de l'enseignement de l'algèbre et des opérations, une des conséquences en est la réduction à une vision strictement fonctionnelle et numérique –ceci n'est pas non plus indépendant de l'usage des calculettes) alors que l'introduction, dés le niveau de quatrième, des polynômes basée sur l'analogie avec le calcul arithmétique présentait l'avantage à la fois
– d'être plus facile car elle s'appuyait sur les mécanismes opératoires arithmétiques classiques
– de préparer la notion "purement mathématique" de polynôme formel

D'autre part, pour anticiper sur la citation *infra* de Ralph Raimi qui critique la réduction des mathématiques à leur caractère pratique et utilitariste, on peut dire que, si l'on définit en général le contenu de l'enseignement par rapport à son "utilité" comme outil dans la société, il est non seulement inutile d'apprendre la division puisque "les machines le font", mais il n'y a plus RIEN à apprendre et pas seulement en maths : Moneo rendra la monnaie, Babylon arrivera probablement un jour à traduire le mode d'emploi des machines qui feront tout ce que l'homme n'aura plus à faire et en particulier le mode d'emploi du walkman qui est bien le meilleur instrument de musique.

Ceci permet de comprendre l'origine de la position pour le moins …floue de la commission Kahane* sur l'enseignement des algorithmes des opérations arithmétiques puisqu'elle limite la nécessité de cet apprentissage à la " *fiabilité de ce calcul dans les cas simples*" (!!!) ce qui est bien la négation de la nécessité de la connaissance de l'algorithme. C'est assez naturel puisqu'elle le justifie ainsi: "*La place à accorder aujourd'hui à la mise en place puis à la maîtrise des techniques opératoires est source de débat. On assiste à un recul progressif de cette mise en place sur la pertinence duquel on peut s'interroger. Il est évident qu'aujourd'hui, le calcul numérique exact que nous faisons à la main, sans assistance, est très limité. Il semble difficile d'exiger de l'école qu'elle consacre un part importante du temps réduit dont elle dispose pour développer des compétences que plus personne n'utilise.*"
* http://smf.emath.fr/Enseignements/CommissionKahane/RapportCalcul/RapportCalcul.pdf

Il est également possible de lire la position de MathematicallyCorrect sur le débat avec Hyman Bass puisque les positions de celui-ci ont été reprises en France :
http://mathematicallycorrect.com/bassattack.htm

Quelques éléments supplémentaires sur les pré-signataires américains :

Ralph Raimi (rarm@math.rochester.edu)

Webpage http://www.math.rochester.edu/u/rarm/

"*Then there are things that are not seen every day. Trigonometry and Shakespeare seem to be examples of the second sort. These are just as much part of our culture (I will say more about this below) as the big bad wolf and the five dollar bill, but since they are not often seen in early years they tend (in the schools) to be regarded either as impositions on childhood and its ineffable spirituality, or as needing a different sort of justification from what is so obviously relevant in earlier childhood experience. A second kind of justification therefore gets invented, the so-called "practicality" of mathematics in particular, as if mathematics were different from other forms of literature in furnishing the alert mind with ways to understand and maybe control the universe. It is a curious and unfortunate feature of our present civilization that nobody thinks it necessary to question or defend the value of the corresponding knowledge of literature or music on similar grounds. If we defended the reading of Shakespeare on the grounds that novelists and poets need it to help them write their own books, we would be as bad off as we now are in defending mathematics. Why study Shakespeare when you just know you're not going to be a professional writer?* "

in "Why Learn Trigonometry?"
(http//www.math.rochester.edu/u/rarm/trig.html)

De plus**, Ralph A. Raimi** et **Lawrence S. Braden** sont, par exemple, les co-auteurs du rapport de la "*Thomas B. Fordham Foundation*" sur les "State Mathematics Standards" que l'on peut trouver à http://www.edexcellence.net/standards/math/math.htm

E.D. Hirsch Jr

Webpage : http://www.engl.virginia.edu/faculty/hirsch.html

Il est , entre autres

- membre du comité directeur du "*Albert Shanker Institute*"
http://www.shankerinstitute.org/shankerboard.html

- membre de la "*Hoover Institution*"
http://www-hoover.stanford.edu/bios/hirsch.html

- Founder and Chairman of the non-profit *Core Knowledge Foundation*
http://www.coreknowledge.org/

- auteur d'articles dans le NY Times et le Wall Street Journal et de best-sellers dont
"*Cultural Literacy* "(Houghton Mifflin) ,
"*The Schools We Need and Why We Don't Have Them* "(Doubleday)

Vous pouvez trouver un extrait de ce dernier livre , le dernier chapitre "*Education Terminology Every Parent Must Understand*" à http://www.fastlane.net/~eca/Terminology.html

"*Cafeteria-style education, combined with the unwillingness of our schools to place demands on students, has resulted in a steady diminishment of commonly shared information between generations and between young people themselves*."

"*We have ignored cultural literacy in thinking about education We ignore the air we breathe until it is thin or foul. Cultural literacy is the oxygen of social intercourse*." (E.D. Hirsch)

David Mulroy est professeur de lettres classiques . On peut consulter un résumé en français de ses positions à http://www.sauv.net/mulroy.htm

Il est notamment l'auteur de

" *The war againsnt grammar*"
http://www.wpri.org/WIInterest/Vol8No2/Mulroy8.2.pdf
" *Standard Double Talk*"
http://www.execpc.com/~presswis/mulroy.html