COLLECTION DES INITIATIONS SCIENTIFIQUES
FONDEE PAR C.-A. LAISANT

INITIATION MATHEMATIQUE

OUVRAGE ÉTRANGER A TOUT PROGRAMME

DEDIE

AUX AMIS DE L'ENFANCE

par

C.-A. LAISANT
Docteur ès sciences
Examinateur d'admission à l'Ecole Polytechnique.

Avec 103 figures dans le texte.

NEUVIÈME ÉDITION
Conforme à la huitième.

PARIS

Librairie HACHETTE & Cie

1910

TABLE DES MATIERES

En bleu, partie scannée

PREFACE DE LA DEUXIEME EDITION[1]

En publiant cette édition nouvelle, de l'*Initiation mathématique*, j'ai pour premier devoir de remercier mes nombreux confrères, des périodiques scientifiques et de la presse quotidienne des divers pays, dont le concours a si largement aidé à la diffusion de ce livre. Je dois aussi l'expression de ma reconnaissance à tous les correspondants personnels qui m'ont fait part de leurs réflexions ; chez eux, j'ai trouvé un encouragement de plus à poursuivre une tâche que je croyais utile lorsque je l'ai entreprise ; ,j'en suis sûr aujourd'hui, en présence des témoignages reçus.

J'avais provoqué les critiques ; je n'ai guère obtenu que des marques de bienveillance. Aussi, cette deuxième édition ne diffère-t-elle pour ainsi pour ainsi dire pas de la première. Cependant, j'ai pu tirer parti de certaines observations pour corriger une erreur matérielle de calcul (au n° 40), dont les conséquences ne présentaient pas d'ailleurs une gravité fondamentale, et pour ajouter ça et là quelques remarques utiles.

Pour dissiper toute équivoque, je dois insister sur ce fait que l'*Initiation mathématique*, ne peut et ne doit être qu'un guide; que l'éducateur devra s'en inspirer, non pas le suivre servilement, et cela pour le plus grand profit de l'élève ; que cet instrument nouveau ne saurait dispenser de la mise en oeuvre des qualités pédagogiques indispen
sables, dont les deux principales sont la patience, et le discernement psychologique.

C'est surtout dans le monde de l'enseignement, et particulièrement de l'enseignement primaire, que j'ai rencontré les approbations qui m'ont le plus touché. Dans les écoles normales d'instituteurs, notamment, un heureux courant d'opinion se dessine, qui est de nature à justifier bien des espérances.

Les nombreux amis que je compte dans l'enseignement secondaire m'ont également prodigué des marques de sympathie : mais quelques-uns, émus de mes critiques envers l'administration universitaire, m'ont amicalement reproché de n'avoir peut-être pas rendu à leurs efforts une ,justice suffisante, me rappelant que les améliorations introduites clans les programmes et les méthodes avaient été en grande partie leur oeuvre.

C'est assurément ma faute si je n'ai pas été complètement compris. Pour qu'il n'y ait aucune méprise, je tiens donc à répéter que nul plus que moi ne rend hommage aux courageux efforts de ces maîtres admirables, à leur science et à leur conscience ; leur mérite est d'autant plus grand qu'ils ont à lutter contre une bureaucratie dont ils sont les premières victimes, contre un système séculaire de centralisation et de routine qui semble avoir pris à tache de tuer les initiatives et d'empêcher la lumière de pénétrer dans les cerveau. De mes critiques envers cette bureaucratie, ennemie de l'enseignement, je n'ai rien à retirer.

Les moyens concrets que j'emploie n'avaient pour utilité, dans ma pensée, que d'initier l'enfant aux vérités mathématiques ; on m'a fait remarquer que, parfois, ces procédés pouvaient être heureusement mis en oeuvre, plus tard dans la période d'étude, pour rendre plus limpides certaines démonstrations. C'est fort juste, et je n'y avais pas pensé dès l'abord. Je pourrais citer notamment la théorie de la division (n° 20), celle de la racine carrée (n° 25), la sommation des termes d'une progression par quotient (n° 35).

C'est une nouvelle face de la question, sur laquelle je me permets d'attirer l'attention du lecteur.

En terminant, je ne saurais assez rappeler aux familles, surtout aux mères, l'intérêt et le charme qu'il y aurait pour elles à se faire les éducatrices de leurs enfants, chaque fois que la possibilité matérielle

[1] Cette 4éme édition ne diffère des précédentes que par l'adjonction, au n° 21, de remarques sur les fractions, qui ont été publiées dans le *Manuel général de l'Instruction primaire* (8 juin 1907), et par l'incorporation au n° 32 d'une *Note sur une question de pesées*, placée précédemment à la fin du volume.

existe. Et, dans la période d'initiation, c'est en même temps la chose la plus aisée. Pour les premières notions mathématiques, en particulier. il n'est nullement nécessaire de posséder une forte instruction préalable ; il suffit (le, bien aimer ses enfants et d'apprendre à connaître leur esprit, à en observer les manifestations et l'évolution. Avec une dose bien légère de bonne volonté. le père et la mère d'instruction moyenne deviendront des instituteurs, égalant, sillon surpassant, les plus savants maîtres.

Et, si même vous avez dû envoyer prématurément vos enfants à l'école, n'hésiter pas, quand le soir ils rentrent au logis, à suivre leurs progrès, à devenir leurs répétiteurs, les auxiliaires du maître à qui vous les avez confiés. Je souhaiterais que ce petit volume put vous aider à accomplir cette tâche.

AVANT-PROPOS

Ce petit livre contient le développement de principes exposés sous le même titre dans une conférence faite il v a plusieurs années, et publiée dans l'Education fondée sur la science, volume de la Bibliothèque de Philosophie contemporaine. Sur ce point particulier du grand problème de l'éducation, quelques amis m'ont exhorté à préciser davantage. Peut-être ont-ils raison. En tous cas, l'effort mérite d'être tenté, en face de la persistance qu'on semble mettre à déformer les jeunes cerveaux. C'est à un sauvetage de l'enfance que je convie parents - mères de famille surtout et éducateurs. Depuis la toute première enfance jusqu'au début des études, mettons par exemple de 4 à Ii ans, il est possible de faire pénétrer dans l'esprit de l'enfant vingt fois plus de choses qu'on ne le fait, en matière mathématique ; cela en l'amusant, au lieu de le torturer.

Les chapitres divers qu'on trouvera ci-après ne forment pas un tout didactique ; il ne sont pas non plus disposés au hasard. C'est un guide remis entre les mains de l'éducateur, dont il pourra s'inspirer, mais qui ne saurait le dispenser de l'étude constante du cerveau qu'il veut développer. Tantôt il faudra aller de l'avant, tantôt s'arrêter ou s'interrompre : parfois revenir en arrière. Ce qui serait dangereux, ce serait de vouloir aller trop loin sans se préoccuper de ce qui précède.

Vous trouverez d'assez nombreuses notions dans ces pages; essayez de vous en inspirer, ne vous en rendez pas esclaves. Par-dessus tout, attachez-vous à intéresser, à amuser l'enfant, NE LUI FAITES RIEN APPRENDRE PAR COEUR ; et à 11 ans, s'il est d'intelligence moyenne, il saura et comprendra mieux les mathématiques que les neuf dixièmes de nos bacheliers. Ce qui est plus important, il en aura pris le goût et aura plaisir à en entreprendre l'étude.

Que les séances de jeu - il ne faut. pas les appeler des leçons - ne se prolongent jamais au delà de la limite où l'attention faiblit, où la curiosité s'éteint. Sinon, vous ne sauriez obtenir que des résultats nuisibles.

Je souhaite que de pareilles tentatives puissent être faites pour les sciences physiques et les sciences naturelles. La tâche ne serait pas plus difficile, au contraire. Et peut-être alors verrait-on les générations qui viennent, délivrées de la camisole de force de leurs devancières, prodiguer largement à l'humanité les trésors d'une intelligence qu'on aurait laissé librement s'épanouir.

Le présent livre n'a rien de commun avec les *Récréations mathématiques*, qui ont motivé la publication d'un assez grand nombre d'ouvrages excellents, parmi lesquels, pour me limiter à ceux qui sont publiés ou traduits en langue française, je me bornerai à citer les quatre volumes d'Edouard Lucas, « *l'Arithmétique amusante* » du même auteur, le volume de Rouse Ball, traduit de l'anglais, et celui de Fourrey, qui a surtout pour objet des questions arithmétiques.

Dans les *Récréations mathématiques*, le mot le dit assez, il s'agit d'appliquer à des sujets amusants, jeux divers, combinaisons, etc., les théories mathématiques déjà connues: et souvent une certaine instruction est nécessaire pour pouvoir seulement comprendre les explications données.

Ici, c'est l'inverse; nous nous servirons de questions amusantes comme moyen pédagogique, pour attirer la curiosité de l'enfant et arriver ainsi à faire pénétrer dans son esprit, sans efforts imposés. les premières notions mathématiques les plus essentielles. Et la diversité des questions, qui pourrait faire croire à un désordre apparent, cache une suite d'idées, voulues, utiles et complètement ordonnées.

Par conséquent, notre « Initiation » ne fait pas double emploi avec les « Récréations»; toutes deux ont leur raison d'être. Au cours de leurs études, les écoliers curieux, au souvenir des jeux de leur enfance, pourront tirer grand profit de la lecture des ouvrages qu'ils comprendront alors, qui feront surgir en eux des idées nouvelles, perfectionneront et aiguiseront leur esprit.

Et à ceux qui leur viendraient dire que les Récréations sont indignes d'eux, il suffirait de répondre que les plus grands savants ne dédaignèrent pas de s'en occuper; et que si parfois les études mathématiques nous conduisent à rire, c'est un mérite de plus, attendu que, suivant la grande parole de Rabelais « Rire est le propre de l'homme ».

Là dessus, si les pontifes ne sont pas contents, sachons nous en consoler. Ceux pour lesquels le mot « instruire » est synonyme d' « ennuyer » - et quelquefois de « torturer » - sont de véritables malfaiteurs publics. Il est temps que leur domination néfaste prenne fin.

J'ai eu surtout en vue la France, en écrivant ce petit volume, mais le mal n'est pas particulier à notre pays. Partout, il faut se placer en dehors des programmes si on veut libérer l'enfance; partout, si on l'aime, il faut s'attendre à l'hostilité d'une administration qui semble avoir pris à tâche d'entraver son développement cérébral.

Un dernier mot, presque inutile. Entre les mains de l'enfant, ce livre serait sans objet, presque dangereux. C'est à l'éducateur qu'il est destiné, à l'éducateur seul, pour lui servir de guide. Mais, arrivé à la période des études sérieuses, l'élève trouvera souvent profit à cette lecture, sorte de coup d'oeil rétrospectif sur l'évolution première de son jeune esprit.

INITIATION MATHEMATIQUE

1. – Les bâtons

L'une des premières facultés qu'on doive développer chez l'enfant, dès l'âge où son activité cérébrale s'éveille, c'est celle du dessin. Presque toujours, il en a le goût instinctif, et il faut l'y encourager, bien avant d'entreprendre de lui enseigner l'écriture ou la lecture.

Dans ce but, on devra lui mettre entre les mains, pour commencer, une ardoise ou une feuille de papier quadrillé, placer entre ses petits doigts un crayon d'abord, une plume lorsqu'il sera devenu plus habile, et lui faire tracer simplement des bâtons au début; non pas les bâtons inclinés classiques, préparatoires à l'écriture penchée, mais de petites lignes suivant les directions du tracé du quadrillage, et bien régulièrement espacées.

Ces lignes étant dirigées de haut en bas d'abord, puis au bout de quelque temps de gauche à droite, l'élève formera ainsi des *bâtons verticaux* et des *bâtons horizontaux.*

Fig. 1. - Bâtons verticaux

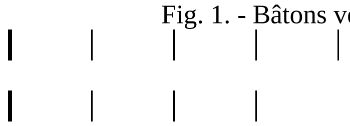


Fig. 2. - Bâtons horizontaux

Graduellement. on lui apprendra à tracer des bâtons plus on moins longs, à en intercaler entre les lignes du quadrillage, à en mener de nouveaux qui soient obliques, dans toutes les directions possibles. Puis on lui fera former des figures composées d'assemblages de bâtons plus ou moins longs. Nous en dirons quelques mots plus loin.

Plus tard, soit avec les instruments (règle, équerre, compas), soit à main levée, on lui fera dessiner des figures où entrent des lignes courbes. Ces exercices, qui développent l'habileté de la main et la justesse de l'oeil, ne devront jamais être abandonnés tant que durera la période éducative. Nous n'en parlons ici que dans la mesure indispensable pour ce qui va suivre: mais à ce point de vue même, il faut insister sur ce fait qu'ils doivent être indiqués, jamais imposés. S'ils cessent de constituer un jeu, le but sera manqué. Laissez l'enfant gribouiller sur son ardoise, gâcher quelques feuilles de papier; guidez-le de vos conseils, il ne manquera jamais de vous en demander; mais quand il en aura assez, laissez-le faire autre chose. C'est une condition rigoureusement nécessaire pour développer chez lui l'esprit d'initiative, pour entretenir sa curiosité naturelle, pour éviter la fatigue et l'ennui.

Il y aurait un livre entier à faire sur ce premier enseignement du dessin, dont j'ai dû dire quelques mots; d'autres sur l'écriture, sur la lecture, qui ne doivent venir qu'ensuite, et qui sont en dehors de mon sujet. Mais tous ces enseignements, s'appliquant à l'enfance, doivent invariablement s'inspirer du même principe fondamental, c'est-à-dire conserver l'apparence de jeux, respecter la liberté de l'enfant et lui donner l'illusion (si c'en est une) que c'est lui-même qui invente les vérités mises sous ses yeux. Quant à l'âge auquel doit commencer à être donnée cette première initiation mathématique, débutant par celle du dessin, et marchant ensuite parallèlement, il n'y a pas de règle absolue à formuler. Mais on peut dire qu'en moyenne il est bien rare qu'un enfant de trois ans et demi à quatre ans ne manifeste pas

déjà son goût pour le maniement du crayon et j'affirme qu'à dix ou onze ans, il serait facile de lui avoir mis dans la tête la totalité des matières exposées dans ce qui va suivre, s'il a une organisation cérébrale normale.
Plus d'un aura peut-être plaisir, au bout de quelques années, à prendre en main ce petit livre, qui ne lui est pas destiné pour l'instant. Son esprit, perfectionné par des études ultérieures, apte au raisonnement conscient, y trouvera certainement matière à des réflexions utiles.

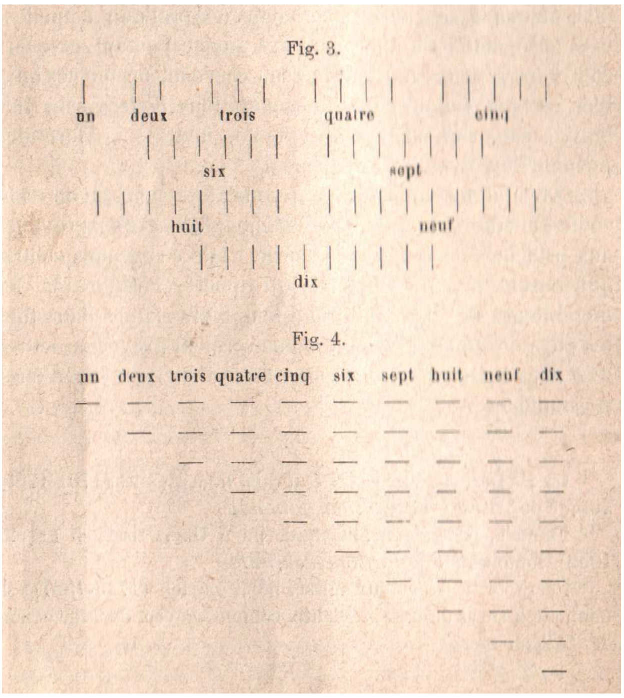
Pour en finir avec ces généralités et n'avoir pas à me répéter inutilement, je dois signaler aux familles et aux instituteurs qui me liront le plus grand écueil à éviter dans la première éducation de l'enfance ; c'est l'abus de l'exercice de la mémoire, si général encore dans nos pratiques actuelles, et si pernicieux. En apprenant des mois à l'enfant, et le forçant à les répéter, on déforme son cerveau, on tue ses qualités natives, on prépare des générations d'êtres sans initiative, sans curiosité, sans volonté, bourrés de formules incomprises, aveulis et déprimés.

Si vous aimez vos enfants, si vous aimez ceux qu'on vous confie, si vous voulez qu'ils deviennent forts et bons, revenez aux principes de ces grands esprits et de ces grands coeurs, qui eurent nom La Chalotais[2], Froebel[3], Pestalozzi[4]. Ces bienfaiteurs de l'humanité auraient leurs statues dans tous les pays du monde, et leurs noms seraient gravés en lettres d'or dans toutes les écoles, si la terre était peuplée d'êtres raisonnables.

2. - De un à dix.

Lorsque l'habitude commencera à être prise, de tracer régulièrement - et assez rapidement - les bâtons, on apprendra à les compter à mesure qu'on les formé. on prononçant les noms, un, deux, trois, quatre. cinq, six, sept, huit, neuf, dix, successivement.

Ensuite, on formera des groupes de bâtons en les séparant les uns des autres par des intervalles, et on aura (fig. 3 et 4) des images qu'on lira



[2] La Chalotais, magistrat français, né à Rennes (1701-1785) auteur de l'*Essai d'éducation nationale*.
[3] Froebel, pédagogue allemand, né à Oberweissbach (1782-1852), fondateur des *Jardins d'enfants*.
[4] Pestalozzi, éducateur suisse, né à Zurich (1746-1827); sa méthode a servi de base à Fichte, comme moyen de relèvement de l'Allemagne.

un, deux, … dix bâtons verticaux, pour la fig. 3 ;
un, deux, … dix bâtons horizontaux, pour la fig. 4 ;

En regard, on placera des groupes de haricots, de grains de blé, de jetons ou d'autres objets quelconques, et ils seront énoncés :

un, deux … dix haricots, grains de blé, etc.

On supposera ensuite que les objets sont remplacés par des moutons, des chiens, des hommes, etc., et, ces exercices suffisamment répétés, devenus familiers à l'enfant, on pourra lui dire alors que les expressions dont il fait usage : trois bâtons, six grains de blé, huit moutons, par exemple, sont des nombres et des nombres concrets.

Ayant considéré un groupe de cinq bâtons, un autre de cinq haricots, un autre de cinq jetons, en ayant imaginé un de cinq chiens ou de cinq arbres, on lui fera remarquer que dans ces divers cas, il prononce toujours le même mot cinq ; on lui dira que ce mot, sans y rien ajouter, représente ce qu'on appelle un nombre abstrait, et qu'il pourra s'en servir pour désigner tout autre groupe de cinq objets : ânes, chaises, maisons, etc.

II ne faudra pas longtemps pour que le bambin sache compter sans hésitation de un jusqu'à dix n'importe quels objets. II sera bon aussi de l'habituer à saisir le plus tôt possible du regard l'ensemble des objets qu'on lui présentera brusquement, des jetons ou des haricots par exemple, sans avoir besoin de les compter un à un; pour cela, il sera nécessaire de commencer par de très petits nombres, et de procéder progressivement.

3. - Les allumettes ou bâtonnets ; paquets et fagots.

En dehors des divers objets indiqués plus haut comme pouvant aider à faire comprendre à l'enfant l'idée de nombre concret, et qu'on peut varier à l'infini, il en est d'autres que nous ne saurions assez recommander, et dont l'emploi est à notre avis indispensable. Ce sont de petits bâtonnets en bois, identiques aux allumettes en bois ordinaires, dont ils ne diffèrent que par l'absence de préparation chimique inflammable. Nous les désignerons parfois sous le nom d'allumettes, à cause de cette ressemblance, et ces allumettes - qui ne s'allument pas - peuvent être considérées comme les modèles des bâtons tracés sur tes ardoises ou les cahiers. Elles doivent être toutes de même longueur.

Ayant devant soi un tas de ces bâtonnets, et sachant bien compter jusqu'à dix, l'enfant en mettra de côté dix successivement, et les réunira en un petit paquet bien régulier qu'il entourera d'une de ces petites bagues en caoutchouc si commodes et dont l'emploi est si répandu.

On lui montrera alors que ce paquet contenant dix bâtonnets peut être appelé *une dizaine* de bâtonnets.

Ensuite, il confectionnera encore d'autres paquets pareils en assez grand nombre. On vérifiera qu'il ne s'est pas trompé; et s'il s'est trompé, on lui fera réparer son erreur.

Lui montrant alors deux paquets, on lui dira que le nombre de bâtonnets de ces deux paquets, pris ensemble, qu'on mettra sous ses yeux en défaisant et refaisant les paquets, s'appelle *vingt* et qu'ainsi :

un paquet, c'est *dix* bâtonnets,
deux paquets, c'est *vingt* bâtonnets.

Prenant ensuite trois, quatre ... neuf paquets, et procédant de même, on montrera que :

trois	paquets	c'est	trente	bâtonnets
quatre	"	"	quarante	"
cinq	"	"	cinquante	"

six	"	"	soixante	"
sept	"	"	septante	"
huit	"	"	octante	"
neuf	"	"	nonante[5]	"

Ayant appris tout cela, nous prendrons, pour terminer, dix paquets, et nous les réunirons ensemble au moyen d'une bague de caoutchouc plus large, ce qui nous donnera un *fagot*. On expliquera alors que un fagot c'est une *centaine* de bâtonnets, que le nombre des bâtonnets contenus dans un fagot s'appelle *cent*; on vérifiera que dix paquets formant un fagot, *dix dizaines* c'est *une centaine*.

4. - De un à cent.

Prenant au hasard une poignée de bâtonnets (en nombre inférieur à cent) , nous allons proposer à l'enfant de nous mettre avec lui à les compter. Dans ce but, il va fabriquer des paquets, tant que cela lui sera possible; et il arrivera un moment où il n'aura plus assez de bâtonnets pour faire un paquet. Plaçant alors à sa gauche tous les paquets formés, à sa droite les bâtonnets restants, on lui fera énoncer les deux nombres séparément; puis, les réunissant en un seul, il aura ainsi nommé le nombre des bâtonnets qu'on lui avait remis.

Si par exemple il avait formé *trois* paquets, et qu'il lui reste *huit* bâtonnets, il dira en regardant vers la gauche
« *trente;* » en regardant vers la droite : « *huit;* » puis, sans interruption : « *trente-huit*. »

Ayant répété un grand nombre de fois cet exercice, sur des collections de bâtonnets pris au hasard, on démolira un fagot, et on se proposera de compter successivement et un à un tous les bâtonnets. On commencera à compter un, deux, trois . . . . . jusqu'à dix. Ayant ainsi un paquet on le fera passer à gauche (sans même avoir besoin de le lier) et on continuera en disant :

dix-un ; dix-deux ; dix-trois ; dix-quatre ; dire-cinq ; dix-six[6] ; dix-sept ; dix-huit ; dix-neuf ;

enfin un nouveau bâtonnet complète un deuxième paquet, qu'on fait passer à gauche à coté (lit premier, en disant vingt; et on continue de la même manière jusqu'au neuvième paquet, puis au neuvième bâtonnet restant, qu'on touche en disant nonante-neuf'; enfin un n'empare du dernier, complétant le dixième paquet qu'on fait passer vers la gauche, à côté des neuf premiers, en prononçant le mot cent.

Rien n'empêche de faire remarquer alors au jeune élève qu'on vient de lui enseigner lit numération de un à cent; on pourra même lui dire que lorsqu'il ,lit . septante-trois allumettes ou bâtonnets, il fait d,, lu numération parlée, et que lorsqu'il range sept paquets à gauche et train bâtonnets à droite, il fait de la numération figurée. II sorti d'autant plus flatté de se sentir si savant qu'il ne sait encore ni tracer une lettre ou un chiffre, ni lire : b, a, ba. Mais il dessine des bâtons, il a des yeux, s'en sert pour voir et commence à comprendre ce qu'il voit et ce qu'il fait.

Nous savons donc compter des bâtonnets de un à cent. Il faut nous habituer à compter de même d'autres objets quelconques, puis à les compter de tête ensuite sans les avoir sous les yeux. C'est le début du calcul mental si important dans la pratique, et si facile à faire pratiquer dés le plus jeune âge, si on commence par des choses très simples et si on procède progressivement.

Ce n'est pas tout encore; partant de 1, il faut s'habituer à compter de deux en deux

[5] Il faut bien se garder à ce moment de faire connaître à l'enfant les noms absurdes et incohérente: soixante-dix, quatre-vingts, quatre-vingt-dix. Il les apprendra forcément plus tard (et toujours trop tôt). Et même s'il disait dans sa logique: *sixante*, *huitante*, *neufante*, il ne serait plus nécessaire de le reprendre.

[6] Ici encore, il faut se garder de dire: onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize. Ces noms s'apprendront sans aucune peine, le moment venu. Inutile, quant à présent, de surcharger la mémoire.

un, trois, ... jusqu'à nonante-neuf

et expliquer que tous ces nombres sont des nombres impairs.

On fera de même en partant de deux ;

deux, quatre, six, ... jusqu'à cent,

et on aura des nombres pairs.

On s'habituera ensuite à compter de trois en trois, de quatre en quatre, en partant de un, pour commencer, puis d'un nombre quelconque.

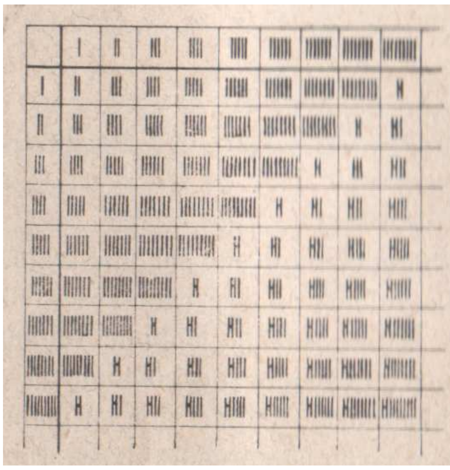
Tous ces exercices se feront sur des objets d'abord -les bàtonnets da préférence, - ensuite mentalement.

Bref, cette manipulation des nombres, de un à cent, pourra se varier indéfiniment, car il ne faudra pas craindre de la prolonger, tant qu'elle ne deviendra pas fastidieuse et qu'elle intéressera l'enfant. Il sera bon de l'y ramener de temps en temps, alors même qu'il aura pénétré un peu plus avant dans son initiation scientifique.

3. - La table d'addition.

Rangeons de gauche à droite sur une table, un, deux . . . jusqu'à neuf bâtonnets, en séparant ces neuf groupes les uns des autres. Au-dessous du bâtonnet unique, plaçons-en deux, et formons une colonne qui commencera par un, deux, pour arriver ainsi jusqu'à dix. Une seconde colonne, formée de la même façon comprendra deux, trois, ... dix-un bâtonnets et en continuant de la même manière, nous aurons neuf colonnes; le dernier groupe de la neuvième colonne sera de dix-huit bâtonnets.

C'est l'occasion maintenant de revenir à l'utilisation de notre habileté de dessinateur et de notre grande aptitude à tracer des bâtons. Seulement, comme il est ennuyeux de tracer les dix bâtons figurant les bâtonnets d'un paquet; nous formerons l'image d'un paquet par un gros bâton plus fort que les autres, formé de deux traits H, avec une petite barre qui rappelle la présence de la bague en caoutchouc. Nous avons donc ainsi commencé a savoir faire les nombres avec des bâtons, et en copiant de la sorte la figure dont nous venons d'indiquer la formation, nous obtiendrons la fig.. 5, au moins en partie. Pour la terminer, nous mettrons un, deux, . . .neuf bâtons, à gauche des deux, trois, . . . dix de la première colonne; enfin, nous séparerons par un trait vertical cette nouvelle colonne du reste de la figure et nous séparerons aussi la première ligne par un trait horizontal.



La figure ainsi obtenue est une table d'addition; nous verrons bientôt pourquoi on l'appelle ainsi.

Elle se prête -à plusieurs remarques intéressantes, que le constructeur découvrira en partie. D'abord tous les nombres dans une même ligne oblique remontant de gauche à droite sont pareils; de plus, tous les nombres lus de gauche à droite dans une ligne horizontale, ou de haut en bas dans une colonne sont des nombres comptés de un en un; enfin les nombres dans une même ligne oblique descendant de gauche à droite, si on les lit en descendant, sont des nombres comptés de deux en deux. Tantôt, ils sont pairs; tantot impairs.

Rien n'empêchera de lire tous ces nombres dans l'ordre inverse, ce qui nous apprendra à énoncer couramment les nombres de un en un, ou de deux en deux, dans le sens opposé à l'ordre naturel. C'est encore un exercice fort important, souvent utile, dont nous n'avons pas encore parlé, et que nous pouvons aborder maintenant pour des nombres petits, qui ne présenteront aucune sérieuse difficulté.

6. - Les sommes.

Prenons deux tas de haricots (ou d'autres objets) et comptons les l'un et l'autre. Si on les réunit en un seul tas, combien en aurons-nous en tout? Il n'y a pour cela qu'à recommencer à compter à son tour le tas formé par la réunion des deux autres. Mais ce sera bien long, et ce serait du temps perde, et de l'ennui.

Nous expliquerons qu'il y a un moyen plus rapide d'arriver au but, qu'on va y arriver par une opération qui s'appelle addition, et que le nombre des objets contenus dans le gros tas, et que nous voulons trouver, s'appelle total ou somme.

Prenant alors des nombres plus petits que dix, et reprenant la figure 5, mous ferons remarquer qu'elle donne toutes les sommes de deux tas, et nous inviterons l'enfant à tâcher de se les rappeler. Nous y arriverons, en répétant ces exercices, le plus souvent possible, et en faisant compter directement la somme quand on ne se rappelle pas.

Avant même que cette table d'addition soit complètement fixée dans la mémoire, nous prendrons deux nombres quelconque - choisis de manière que leur somme soit plus petite que cent - et nous les compterons tous deux séparément. Nous les figurerons alors avec des bâtonnets; soient trente-quatre et vingt-trois.

Le premier nombre se formera de trois paquets et quatre bâtonnets; l'autre de deux paquets et trois bâtonnets qu'on placera en dessous ; paquets sous paquets (è gauche); bâtonnets sous bâtonnets (à droite).

On demandera alors à l'enfant de dire combien font quatre et trois bâtonnets; il répondra sept, en s'aidant s'il le faut de la table d'addition, et il placera sept bâtonnets un peu au-dessous. De même : combien font trois et deux paquets? Cinq paquets, qu'on placera sous les paquets. On a ainsi le total : cinq paquets, sept bâtonnets, ou cinquante-sept bâtonnets.

Un recommencera avec d'autres nombres, on en prendra où il n'y ait que des paquets et pas de bàtonnets isolés, comme soixante, vingt, octante; d'autres où il n'y ait pas de paquets, c'est-à-dire inférieure à dix; mais de façon que chaque somme de bâtonnets ou de paquets soit toujours elle aussi inférieure à dix.

Arrivés à ce point, nous prendrons d'autres nombres où il n'en soit plus ainsi; par exemple quarante-neuf et vingt-cinq.

L'opération se disposera ainsi

quatre paquets neuf bâtonnets,
deux paquets cinq bâtonnets.

Nous avons alors neuf et cinq, ou dix-quatre bâtonnets; cela nous donne un paquet - que nous faisons passer au dessous des paquets - et quatre bâtonnets. Comptant alors les paquets, en commençant par celui que nous venons de former, nous avons un et quatre, cinq; cinq et deux paquets : sept. Le total est donc sept paquets et quatre bâtonnets, ou septante-quatre.

Cet exercice devra être répété, renouvelé à satiété, avec des exemples variés, mais tant que cela intéressera l'enfant, sans jamais prolonger la séance ,jusqu'à l'ennuyer.

Arrivant alors à des additions de plusieurs nombres, on procédera de la même manière (en s'arrangeant toujours pour que le total soit inférieur à cent), et on observera que l'on trouve ainsi le nombre formé par la réunion de plusieurs tas, quand on connaît le nombre qu'il y a dans chacun des tas[7].

Répétez encore ces exercices sur une foule d'exemples, tant qu'ils ne produiront pas la fatigue ou l'ennui. Si l'on croyait voir chez l'enfant une sorte de mauvaise volonté, la punition consisterait en une menace - suivie d'effet, pendant quelques jours - de ne plus continuer à lui montrer les jeux de bâtonnets, de jeton etc., qu'on a commencé à apprendre. Qu'on use avec quelque habileté de ce moyen, et on verra qu'il n'est pas difficile, de ramener d'eux-mêmes les coupables à leurs études. Seulement, ne prononcez pas à leurs. oreilles ce vilain mot, d'étude, qui pourrait les effaroucher.

7. - Les différences.

J'ai un gros tas de jetons : octante-sept par exemple; j'en enlève (ou retranche) une pincée, que je compte; j'en trouve vingt-cinq. Combien en reste-t-il ? Trouver cela, c'est faire une *soustraction*; le résultat. c'est le *reste* ou la *différence*; on remarque que si on réunit le reste au nombre retranché, on reforme le gros tas, c'est-à-dire le nombre dont on retranche.

Pour trouver la différence, écrivons d'abord le plus gros nombre, octante-sept, avec des bâtonnets.

huit paquets sept bâtonnets,

et en dessous le plus petit, vingt-cinq

deux paquets cinq bâtonnets,

en ayant bien soin de mettre les paquets à gauche, les simples bâtonnets à droite, et de placer les bâtonnets sous les bâtonnets, les paquets sous les paquets.

Dans le nombre le plus gros, je prends cinq bâtonnets; il m'en restera deux; je prends deux paquets; il m'en restera six.
J'aurai donc le reste

six paquets deux bâtonnets,

ou soixante-deux bâtonnets.

[7] Ces exercices obligeront, en dehors de la table d'addition, à savoir rajouter rapidement un nombre plus petit que dix à un nombre plus petit que cent; par exemple : soixante-huit et cinq, septante-trois Ce résultat s'obtiendra par l'usage, avec un peu de patience et assez rapidement.

Cela va tout seul, et nous sommes arrivés à trouver la différence, rien qu'en faisant celles de nombres plus petits que dix, puisque nous avons retranché cinq de sept, et puis deux de huit.

Mais ce n'est pas toujours aussi facile, Ainsi, que le gros tas soit de cinquante-deux, et celui qu'on veut enlever, de dix-huit, qui est certainement plus petit. En faisant comme tout à l'heure

cinq paquets	deux bâtonnets
un paquet	huit bâtonnets,

nous ne pouvons plus enlever huit bâtonnets de deux. Alors, parmi les cinq paquets, nous en prenons un que nous mettons à droite, avec les deux bâtonnets. Qu'on le défasse ou non, nous voyons bien que cela nous fera, à droite dix-deux bâtonnets, et à gauche nous n'aurons plus que quatre paquets au lieu de cinq.

Alors, des dix-deux bâtonnets qui sont à droite, nous en enlevons huit; il en restera quatre; des quatre paquets qui restent. à gauche, nous en enlevons un; il en reste trois.

La différence est donc

trois paquets quatre bâtonnets,
ou trente-quatre.

Il faut ici savoir retrancher un nombre plus petit que dix, d'un nombre plus grand que dix, mais qui sera toujours plus petit que vingt.

En multipliant beaucoup ces exercices, en les variant le plus possible, ces différences, qu'il faut connaître, se logeront vite dans la mémoire; mais qu'on se garde de les faire apprendre par coeur et réciter. C'est l'usage répété qui les fera retenir.

Il faut bien faire attention de ne prendre jamais, pour plus grand nombre, qu'un nombre inférieur à cent, puisque jusqu'ici nous ne savons pas compter au delà.

8. - Les mille et les millions.

Jusqu'à présent, nous savons compter jusqu'à cent: C'est un grand nombre si on considère l'âge d'une personne en années; un homme qui a cent ans est très vieux, et les centenaires sont bien rares. Mais c'est un nombre bien petit si nous regardons seulement des grains de blé; un tas de cent grains de blé n'est pas gros, et ne suffirait pas à nourrir par jour un enfant. Il est donc; impossible de s'arrêter là et il nous faut monter bien plus haut sur l'échelle; ce ne sera pas difficile.

Nous sommes arrivé à cent en groupant par paquets de dix, et en groupant dix paquets en un fagot, qui contient une centaine de bâtonnets octant bâtonnets. Réunissons dix fagots en une boîte; buis, avec dix bottes pareilles, formons un ballot; dix ballots pourront être réunis mur une hotte; avec dix hottes, nous formerons une caisse; avec dix caisses, une charrette; avec dix charrettes, un wagon et avec dix wagons, un train.

Reprenant tout ceci, nous allons donner les noms des nombres que nous obtenons de la sorte.
Une allumette ou *un* bâtonnet, c'est ce que nous nommerons une *unité simple* ;
Dans un paquet, nous avons *dix* allumettes, ou une *dizaine*;
Dans un fagot de dix paquets, *cent* allumettes, ou une *centaine*;
Dans une boîte de dix fagots, *mille* allumettes ;
Dans un ballot de dix boîtes, *dix mille* allumettes, ou une *dizaine de mille*;
Dans une hotte de dix ballots, *cent mille*, ou une *centaine de mille*;
Dans une caisse de dix hottes, un *million*;
Dans une charrette de dix caisses, *dix millions*, ou une *dizaine de millions*;

Dans un wagon de dix charrettes, *cent millions*, ou une *centaine de millions*,
Dans un train de dix wagons, un *milliard*.

On pourrait continuer comme cela tant qu'on voudrait; mais le nombre de un milliard auquel nous sommes arrivé est assez grand pour suffire aux usages ordinaires. On s'en font une idée en remarquant que si on plaçait, les unes au bout des autres, des allumettes ordinaires en bois, au nombre d'un milliard, la longueur totale dépasserait sensiblement le tour de la terre.
En essayant de compter, une à une, un milliard d'allumettes, supposant qu'on mette une seconde pour chacune, et qu'on s'occupe de ce petit compte dix heures par jour, il faudrait plus de septante-six ans. Ce serait peut-être un peu long, pas très amusant et faiblement instructif.

Si nous voulons maintenant compter un gros tas de bâtonnets, nous allons en faire des paquets, et nous mettrons à droite les bâtonnets qui nous resteront, une fois les paquets faits; soit trois bâtonnets. Nous fabriquons maintenant des fagots avec nos paquets, en les réunissant par dix : supposons qu'il nous reste huit paquets ; nous les plaçons à gauche des trois bâtonnets, et nous comptons nos fagots dix par dix pour en faire des boîtes ; il nous reste cinq fagots; nous les plaçons à gauche des huit paquets ; et en comptant nos boîtes, nous en trouvons six. Nous les mettons à gauche des cinq fagots ; et nous avons ainsi le nombre des bâtonnets:

six boîtes, *cinq* fagots, *hui*t paquets, *trois* bâtonnets.

ou

six-mille cinq-cent octante, trois bâtonnets.

Rien qu'avec les paquets et Ies fagots nous pourrons compter jusqu'à mille, et former tous les nombres jusqu'à celui-là, en n'oubliant jamais que

	fagot	paquet	bâtonnet unique
veulent dire			
	(cent	dix	un) bâtonnets.

Si dans le nombre qu'on veut écrire il n'y a pas de bâtonnets isolés, ou pas de paquets, cela ne gênera en rien.

Par exemple

	huit fagots	six paquets	
contiendront	huit-cent	soixante	bâtonnets,

et

	cinq fagots	trois bâtonnets
en contiendront	cinq-cent	trois.

Il faudra faire former ainsi beaucoup de nombres inférieurs à mille, et faire faire beaucoup d'additions et de soustractions, exactement, comme il a été indiqué précédemment, mais en étendant les procédés ,jusqu'aux fagots, au lieu de s'en tenir aux paquets.

Il est bon de remarquer que l'on retrouve plusieurs fois les mêmes nombres dix et cent, ou dizaines et centaines. Ainsi

bâtonnet	*veulent dire*	un
paquet	"	une dizaine
fagot	"	une centaine
boîte	"	un mille
ballot	"	une dizaine de mille
hotte	"	une centaine de mille
caisse	"	un million
charrette	"	une dizaine de millions
wagon	"	une centaine de millions

Un nombre de mille, ou de millions, se comptera donc comme on compterait de simples bâtonnets de un à mille.

Ainsi

trois wagons	deux charrettes	sept caisses
une hotte		neuf boîtes
quatre fagots	cinq paquets	

sera un nombre de bâtonnets qu'on exprimera

$$\left.\begin{array}{ll} \text{trois-cent vingt sept} & \text{millions} \\ \text{cent neuf} & \text{mille} \\ \text{quatre-cent cinquante} & \end{array}\right\} \quad \text{bâtonnets.}$$

On pourra en faire compter quelques-uns, comme cela, mais sans insister sur de trop gros nombres pour le moment, et s'attacher surtout aux paquets et aux fagots, tout au plus aux boîtes.

Toujours, dans ce qui précède, nous avons en soin de mettre les bâtonnets (unités) à droite, les paquets (dizaines) à leur gauche, les fagots (centaines) à gauche des paquets, et ainsi de suite. On devra remarquer qu'à la rigueur ce serait inutile, mais que c'est plus commode, et qu'il est bon de toujours observer ce rangement parce que le comptage se fait ainsi avec ordre. Un peu plus tard, l'enfant, ayant bien pris cette habitude, la trouvera naturelle, alors qu'elle sera devenus indispensable au calcul.

Pour fermer effectivement, avec des bâtonnets, tous les nombres dont nous venons de parler, et dont il est bon de parler pour fixer l'esprit de l'enfant, il faudrait un matériel un peu encombrant, et pas très facile à placer sur une table ou sur une feuille de papier, même avant d'être rendu aux, wagons. Nous allons voir comment on peut simplifier les choses, et montrer au jeune mathématicien - qui ne sait pas encore lire ni écrire couramment - qu'il est parfaitement à même de manier de ses doigts les nombres énormes dont il s'agit.

9. - Les jetons de couleur.

C'est bien désagréable, d'être si encombré, dès qu'il faut compter seulement un mille d'allumettes, par nos paquets et nos fagots. Comme nous savons déjà que les nombres s'appliquent à n'importe quoi, remplaçons nos allumettes par des jetons blancs. Cela ne change rien à nos comptes, ni à la manière de les faire. Maintenant, remplaçons nos paquets par des jetons rouges; ce sera déjà plus commode à manier, et nous pourrons toujours remplacer, si cela nous est nécessaire, un jeton rouge par dix ,jetons blancs. Continuons : à la place des fagots, nous mettrons des jetons orangés; à la place des boîtes, des jetons jaunes ; à la place des ballots, des jetons verts ; à la place des hottes, des ,jetons bleus; à la place des caisses, des jetons indigos; à la place des charrettes, des jetons violets; à la place des wagons, des jetons noirs ; enfin à la place des trains, des jetons allongés (et blancs).

Les objets, et les nombres, se correspondent donc ainsi

Allumettes	{	Trains, Wagons, Charrettes, Caisses, Hottes, Ballots, Boîtes, Fagots, Paquets, Allumettes
Jetons	{	Allongés, Noirs, Violets, Indigos, Bleus,Verts, Jaunes, Orangés, Rouges Blancs
Nombres	{	Milliards, Centaines de millions, Dizaines de millions, Millions, Centaines de mille, Dizaines de mille, Milles, Centaines, Dizaines, Unités.

Rien ne nous empêche donc d'écrire tous les nombres que nous voudrons, jusqu'à un milliard, et même au delà, avec nos tout petits jetons, sans avoir besoin pour cela d'amener des caisses, des wagons et même des trains ; et nous pourrons également, si cela nous intéresse, faire des additions et des soustractions. Il faudra, par exemple, toujours bien se rappeler qu'un jeton rouge vaut dix blancs ; un jeton orangé, dix rouges, et ainsi de suite jusqu'au bout.

Il semble qu'à la place des jetons blancs, on pourrait mettre des pièces de un centime, puis remplacer les jetons rouges par des pièces de dix centimes, et continuer comme cela ; mais cela deviendrait gênant et encombrant, et il faudrait avoir une assez jolie petite fortune ; car alors, pour représenter les milliards, il serait nécessaire d'employer des pièces de dix millions de francs. La monnaie n'en frappe pas; elles seraient peu maniables, et il vaut décidément mieux se contenter du jeton blanc allongé pour représenter le milliard. Ce sera plus économique.

Toujours, comme plus haut, nous mettrons nos jetons bien en ordre, en commençant par la droite :

Allongé	Noir	Violet	Indigo	Bleu	Vert	Jaune	Orange	Rouge	Blanc

et rien qu'à regarder chaque place, on sait quelle couleur doit y être logée, d'après le rang qu'elle a, à partir de la droite.

10. - Les Chiffres

Nous savons maintenant écrire tous les nombres, au moins jusqu'aux milliards - et il serait facile de pousser bien plus loin - avec nos jetons ronds de diverses couleurs, et des jetons blancs allongés. Pour cela, il nous faut, à chacune des places qui marquent les jetons blancs, rouges, etc., ou les unités, les dizaines, etc., mettre un nombre de jetons qui est toujours plus petit que dix.

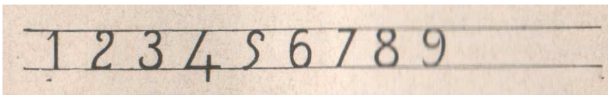
S'il y avait moyen d'éviter de compter chaque fois ces jetons, ce serait plus commode. Or, maintenant, notre élève a commencé à écrire un peu, et nous pouvons l'exercer à tracer des caractères qui représenteront, les neufs premiers nombres dont nous avons besoin, caractères que l'on appelle les *chiffres*.

Ce sont

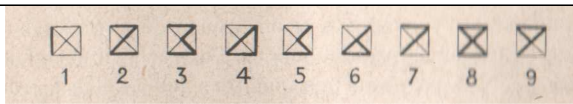
un	deux	trois	quatre	cinq	six	sept	huit	neuf
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Soit avec un crayon, soit avec une plume, qu'il s'habitue à les former droits, sans aucune fioriture d'un seul trait, sauf le 4, qui en exige deux, et en se servant d'abord d'ardoises réglées ou de papier réglé, pour que les chiffres soient bien tous de la même hauteur. Ceci est de la plus haute importance pour la pratique future du calcul.

Voici le type auquel il faudra se tenir en principe :



Comme curiosité, on pourra faire remarquer que tous ces chiffres, au dire de quelques vieux auteurs, tirent tous leur origine de la figure ⎡ comme on le voit ci-dessous ; mais ce n'est pas bien certain.

L'important c'est de faire traduire des nombres de bâtonnets en jetons, de jetons en chiffres, en ne prenant pas de très gros nombres, surtout pour commencer. Nous remarquerons que nous n'avons pas besoin de faire nos chiffres de différentes couleurs; puisque la place qu'ils occupent nous permet facilement de savoir s'ils représentent des unités simples, des dizaines, des centaines, etc. (ou des jetons blancs, rouges, orangés, etc., encore des bâtonnets, des paquets, des fagots, etc.).

Mais ici arrive une observation importante. S'il n'y a pas du tout de jetons d'une certaine couleur, tout à l'heure nous ne mettions rien. Gomme à présent nous ne distinguons plus les couleurs que par le rang de chacun des chiffres, si nous ne mettions rien, cela conduirait à tout embrouiller, car nous devrions laisser une place vide, toujours bien égale à la largeur d'un chiffre, et on n'est pas assez habile pour écrire toujours si régulièrement. En outre, si l'absence avait lieu dans les unités, comment pourrions-nous savoir ce que signifie le dernier chiffre à droite? Pour éviter toua ces ennuis, on met, aux places non occupées, un caractère rond, 0, qu'on appelle *zéro*[8], qui n'a aucune valeur, mais qui occupe la place. C'est un bon serviteur modeste, qui garde la maison, et qui vous dit : il n'y a personne ici ; alors, je ne compte pas, je ne suis rien; mais je défends qu'on entre.

Dés lors, nous pouvons, en multipliant et variant beaucoup les exercices, faire écrire quantité de nombres, faire lire beaucoup de nombres écrits, en usant souvent du zéro. S'il y a plusieurs élèves, on peut les mettre en concurrence, piquer légèrement leur émulation, les amener de plus en plus à lire et à écrire vite et correctement, et leur déclarer en fin de compte qu'ils connaissant maintenant la numération écrite.

Une fois là, il est bon de reprendre las exemples d'additions et de soustractions, qu'on a su traiter précédemment avec des bâtonnets ou des jetons, en se servant à présent des chiffres. Mais il y aura quelques observations utiles à faire, très utiles même, qui auparavant n'auraient pas eu leur place. L'une d'elles concernant l'addition, consiste à habituer l'élève à parler Ie moins possible, à ne jamais dire par exemple : je pose tel chiffre, et je retiens tel nombre.

[8] On ne sait pas quel fut l'inventeur du zéro. Mais cette idée de génie parait être d'origine hindoue.

Il me suffira, pour me faire comprendre, de l'exemple d'addition ci-contre, qu'on devra traduire ainsi, en langage parlé: 7 et 4 :

- dix-un, et 8 : dix-neuf, et 9 : vingt-huit, et 4 : trente-deux.

- On écrit 2, sans rien dire; puis on ajoute je retiens 3, et 8 : dix-un, et 4 : dix-cinq, et 6 vingt-un, et 2: vingt-trois (on écrit 3). Je retiens 2, et 9 : dix-un, et 5 : dix-six, et l : dix-huit (on écrit 8). Je retiens 1, et 3 : 4, et 6 : dix, et 2 : dix-deux. On écrit 2, puis 1 à sa gauche.

Et on lit le total: dix deux-mille, huit-cent trente deux.

3087
6944
560
208
29
2004

12832

Une seconde remarque concerne la pratique de la soustraction, lorsqu'il y a au plus grand nombre, à un certain rang, un chiffre plus petit que celui qu'on lit au-dessous. Reprenons l'exemple du n° 7; de 52 il faut enlever 18.

5 2	4	1 2
1 8	1	8
3	3	4

Ce que nous avons fait avec nos bâtonnets se trouve traduit ci-dessus. Mais il ne faut pas qu'on ait à écrire autre chose que 52 et 48, avant le résultat de l'opération ; et il peut très bien arriver qu'on oublie que l'on s'est emparé d'une dizaine en haut, et qu'il n'en reste plus que 4 au lieu de 5. Dès lors, on procède autrement, en remarquant que retrancher 1de 4, c'est la même chose que retrancher 2 de 5. On dira alors : 8, de dix-deux : 4, (on écrit 4); je retiens 1, et 1, 2, de 5 : 3. On prend ainsi l'habitude de retenir 1, chaque fois qu'on a préalablement ajouté dix au chiffre d'en haut.

Beaucoup d'exercices d'addition, et de soustraction, devront ainsi être poursuivis. L'enfant s'y intéressera ; mais ne cherchez pas à lui rien démontrer. S'il semble quelquefois embarrassé, ramenez-le à ses jetons ou à ses bâtonnets; et ne cherchez qu'à lui donner la pratique du calcul. et non à lui faire apprendre des mots incompris. Si des remarques lui viennent à l'esprit, et s'il en fait part, écoutez-le avec grande attention. Ne craignez pas de revenir en arrière de temps en temps, afin de l'habituer à assimiler ses nombres, écrits en chiffres, avec les collections de bâtonnets, de jetons ou d'objets quelconques. Et par dessus tout, ne prolongez pas les séances, ne laissez pas faiblir l'intérêt et survenir la fatigue ; c'est le plus mortel fléau de l'enseignement.

Si vous le jugez convenable, vous pouvez désormais bien que rien ne presse, initier l'élève aux noms vulgaires des nombres 11, 12, 13, 14, 15, 16. Mais n'abandonnez pas encore septante, octante, nonante, pour désigner 70, 80, 90.

11. - Les bâtons bout à bout.

Reprenons les bâtonnets que nous avons employés déjà : supposons que nous en ayons trois tas, par exemple, dans lesquels il y a 5, 3 et 4. bâtonnets. Si nous mettons tous les bâtonnets à la suite les uns des autres dans une seule direction, la longueur de cette file sera de 12 bâtonnets, c'est-à-dire donnera la somme des nombres représentés par les trois tas.

On arriverait au même résultat, en remplaçant les bâtonnets, du premier tas par une tige ayant la longueur de 5 bâtonnets, celle du $2^{\text{ème}}$ tas par une tige dont la longueur serait celle de 3 bâtonnets, et ceux du $3^{\text{ème}}$ tas par une tige dont la longueur serait celle de 4 bâtonnets.

Si au lieu de ces nombres très petits on en prenait de plus grands, et si au lieu de 3 nombres on en prenait autant qu'on voudrait, tout ce qui vient d'être dit pourrait se répéter. Les tiges seraient plus longues, il y aurait plus de 3 tiges, et voilà tout.

Nous constatons ainsi qu'un nombre quelconque peut être représenté par une tige de longueur convenable, et que pour faire la somme de plusieurs nombres Il n'y a qu'à porter bout à bout, les unes à lit canin, (les autres, les tiges qui les représentent. La longueur de la file de tiges ainsi obtenue sera la somme cherchée.

12. - La ligne droite.

Les tiges dont nous venons de parler, dans les opérations indiquées, doivent toujours être placées en ligne droite, à la suite les unes des autres. Qu'est ce que c'est donc, une ligne droite ? Nous en avons l'idée parle trait que trace un crayon très pointu glissant le long d'une règle bien dressée ; ou par un fil extrêmement fin, un cheveu par exemple tendu entre deux supports. Cette notion générale nous suffit , nous sentons très bien que si par exemple la règle était plus longue, la feuille de papier plus large, nous pourrions tracer plus loin notre ligne droite, soit d'un bout, soit de l'autre; et comme il n'y a pas de raison pour jamais s'arrêter, nous comprenons que la ligne droite; est,comme on le dit, une figure indéfinie. Nous ne nous en servirons jamais que jusqu'au terme où nous en aurons besoin, mais ce terme pourra être aussi éloigné qu'il nous plaira.

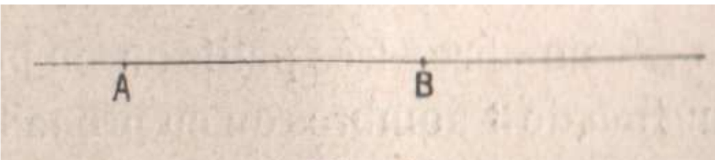


Fig. 6.

Si nous prenons une droite (fig. 6) et si nous marquons un point A, et un autre point B, la portion de droite AB comprise entre ces deux points est ce qu'on appelle un segment de droite. Les tiges que nous avons employées tout à l'heure s'appliquent donc sur des segments de droite, et la longueur de ces tiges est la même que celle des segments sur lesquels elles s'appliquent.

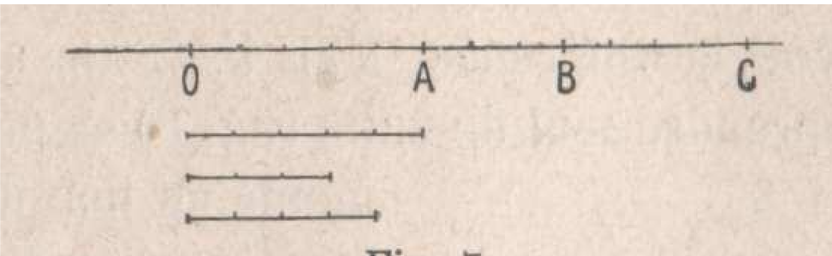


Fig. 7.

Ainsi (fig. 7) pour revenir à l'exemple du numéro précédent, prenons une ligne droite sur laquelle nous plaçons un point O, n'importe où; à partir de ce point, portons un segment OA qui a la même longueur que notre 1ère tige, 5 bâtonnets; à partir de A, portons un segment AB ayant pour longueur celle de la 2ème tige, 3 bâtonnets; puis à partir de 13, un autre BC dont la longueur est celle de la 3ème tige, 4 bâtonnets. Le segment OC aura pour longueur 12 bâtonnets, somme de 5, 3 et 4. Dire qu'on ajoute les nombres, les tiges, les segments de droite, c'est toujours la même chose. Et l'addition se fait en portant les tiges, ou les segments, bout à bout, les uns à la suite des autres.

Cette opération doit nécessairement se faire en portant les segments dans un même sens; nous supposerons que c'est de notre gauche vers notre droite, invariablement.

Dans la figure 7, nous pourrons ainsi trouver des sommes qui iront aussi loin que nous voudrons, à droite de O, mais jamais rien à gauche.

13. - Les différences par bâtonnets.

Il n'est pas plus difficile de chercher une différence qu'une somme, en nous servant de bâtonnets. Supposons par exemple que de 11 il s'agisse de retrancher 4. Nous porterons 11 bâtonnets bout à bout en ligne droite; puis, en commençant par le bout à droite de cette file, nous enlèverons 4 bâtonnets; il nous restera une file de 7 bâtonnets; 7 est la différence entre 11 et 4.

Fig. 8.

Si on commençait par placer une tige longue de 11 bâtonnets, il faudrait, semble-t-il, en recouper un bout long de 4, pour avoir la différence. Mais il y a un autre moyen, qu'on va comprendre tout de suite (fig. 8) en parlant de segments au lieu de tiges. Portons sur une droite, à partir du point 0, un segment OB long de 11 bâtonnets. A partir de B, portons un segment long de 4 bâtonnets, mais au lieu de le supposer tracé de gauche à droite, menons le au contraire en BC de droite à gauche. Le segment OC représentera par sa longueur la différence 7.

On résume quelquefois ceci en disant que pour ajouter plusieurs segments, il faut les porter bout à bout *dans le même sens* ; et que pour retrancher un segment d'un autre, il faut le porter bout à bout à la suite de cet autre, mais *en sens contraire*.

Toutes ces choses, d'ailleurs, sont non seulement faciles, mais évidentes; il suffit de varier un peu les exemples pour y intéresser l'enfant; il ne faut pas craindre non plus de lui faire manipuler le plus possible de bâtonnets, tiges (bien simples à se procurer) et reproduire ses opérations sur une ardoise ou un papier.

II va maintenant pénétrer dans les régions de la « haute science ». S'il faisait mine de s'en enorgueillir, calmez le et réfrénez cette manifestation, en lui rappelant, d'une part que l'Algèbre est une des parties les plus faciles de la science mathématique, et en second lieu , qu'il ne sait rien, n'apprend rien quant à présent, sinon des jeux qui lui serviront plus tard, grâce au souvenir qu'il en aura gardé.

14. - Nous entrons dans l'algèbre.

Jusqu'à présent nous avons appris à faire des additions, donnant des sommes, et des soustractions, donnant des différences. Par exemple, la sommé de 8, de 5 et de 14 est 27. On a imaginé un signe, +, qui représente l'addition, et qui, s'énonce plus, et aussi un symbole = qui s'énonce égale. En sorte que le résultat que nous venons de rappeler pourra s'écrire

$$8+5 + 14 = 27$$

et se lira : 8 plus 5 plus 14 égale 27.

De même, pour la soustraction, on se sert d'un signe, qui s'énonce moins, et si on écrit

$$7 - 5 = 2$$

Cela se lira : 7 moins 5 égale 2, ce qui veut dire qu'en retranchant 5 de 7, on obtient 2 comme différence.

Toutes les opérations de cette nature pourront se traduire par (des tiges ou des segments. comme nous l'avons vu précédemment. Ainsi, en regardant la figure 7, nous voyons qu'elle signifie

$$5 + 3 + 4 = 12,$$

et que cela peut encore s'écrire

$$OA + AB + BC = OC$$

La figure 8 signifie,

$$11 - 4 = 7$$

et on peut s'amuser à en faire ainsi tant qu'on voudra, et à traduire les opérations sous ces différentes formes.

On comprend qu'à la place de 8, 5, 14, ou de 5, 3, 4 dans les exemples ci-dessus, on pourrait mettre n'importe quels autres nombres ; si on les appelle *a, b, c,* en écrivant $a + b + c = s$, on exprimera toujours la somme de trois nombres ; cette somme serait 27 dans le premier exemple, 12 dans le second.

De même, $a - b = r$ exprime que la différence obtenue en retranchant b de a est égale à r. Par exemple, dans la figure 8, $a = 11$, $b = 4$, et $r = 7$.

C'est souvent très commode, d'indiquer ainsi des opérations par des signes, et de remplacer les nombres par des lettres. II est bon de s'y accoutumer de bonne heure, car cela servira beaucoup dans l'avenir, et évitera bien des peines. II faut même savoir ce que signifie

$$(\ ) + (\ ) \text{ ou } (\ ) - (\ )$$

quand on met quelque chose à l'intérieur des parenthèses. Cela veut dire tout simplement qu'on devra remplacer chaque expression comprise entre parenthèses par le résultat qu'elle fournit. Par exemple

$$(a - b) - (c - d) + (e - f)$$

si a, b, c, d, e, f.

sont remplacés par 10 2 9 6 7 5
voudra dire $(10 - 2) - (9 - 6) + (7 - 5)$
ou $8 - 3 + 2$, c'est-à-dire 7.

Toutes ces écritures sont quelquefois appelées algébriques Mais les mots n'ont que peu d'importance ; ce sont les choses qui en ont. Et ce qui suit va nous montrer des choses nouvelles.

En ajoutant des nombres nous ne sommes jamais arrêtés. Quand on a plusieurs tas de haricots on peut toujours les réunir en un seul tas. L'addition, en d'autres termes, est toujours possible, et nous pouvons la traduire en chiffres, en jetons, en allumettes, en bâtonnets, en tiges, en segments de droite, comme il nous plait.

Il n'en va pas de même de la soustraction. Si j'ai un tas de 7 jetons, par exemple, et que je veuille en enlever 10, la chose, ainsi que nous l'avons remarqué déjà, est manifestement impossible.

Fig. 9.

Cependant, si nous reprenons ce qui a été dit plus haut. et ce que traduit la figure 8, il faudrait, pour faire la soustraction au moyen de tiges, ou de segments de droite, porter (fig. 9) sur une droite un segment OB ayant pour longueur 7 allumettes, puis au bout porter *en sens contraire*, c'est-à-dire de droite à gauche, un segment dont la longueur soit le nombre à retrancher ; or, ceci est toujours possible et la figure 9 nous le montre, en supposant comme nous l'avons fait que ce nombre à retrancher soit 10 ; nous obtenons ainsi, la longueur BC étant 10, un point C, et nous avons pour reste le segment OC ; seulement, le point C n'est plus ici à la droite du point 0 ; il est à gauche ; le segment OC est dirigé de droite à gauche, et sa longueur est égale à 3.

Un tel nombre est dit *négatif* : on l'écrira - 3, on l'appellera *moins 3* ; et on aura le droit d'écrire ainsi

$$7 - 10 = - 3$$

Cette création des nombres négatifs rend donc possibles toutes les soustractions qui ne l'étaient pas avec les nombres ordinaires, qu'on appelle, par opposition, *nombres positifs*.

Sur ta figure 10, toute la partie à droite du point O représente le domaine des nombres positifs, ou de l'Arithmétique (flèche 1) ; toute la partie à gauche (flèche 2) représente le domaine des nombres négatifs; et l'ensemble des deux flèches, comprenant la ligne droite tout entière, dans les deux sens, représente le domaine de l'Algèbre.

Il faudra donc maintenant, quand nous voudrons représenter des nombres par des tiges, ou des segments, faire attention au sens de ces segments, ou au signe du nombre ; ainsi (fig. 9). OB sera un segment positif, représentant le nombre 7, ou + 7; OC sera un segment négatif représentant le nombre - 3, négatif lui aussi.

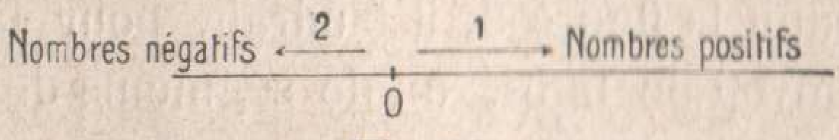


Fig. 10

Ceci, pour ne pas nous tromper, nous oblige à considérer, dans les deux bouts d'un segment, l'un qu'on appellera *son origine*, et l'autre, *son extrémité* ; et le sens du segment sera toujours celui qui part de l'origine pour aller vers l'extrémité. Quand on écrira le segment AB, cela voudra toujours dire que A est l'origine, et B l'extrémité. Ceci doit nous obliger à modifier un peu, et bien aisément, notre matériel de bâtonnets. II suffira de les noircir légèrement à l'un de leurs deux bouts, en les trempant, par exemple, dans de l'encre de Chine, teinture inoffensive ; il sera convenu que le bout noir représentera toujours l'extrémité. De la sorte, en plaçant trois allumettes à la file, le bout noir vers la droite, on figurera le nombre + 3 ; en en plaçant deux à la file, le bout noir à gauche, on figurera le nombre - 2 ; et ainsi de suite.

On dira toujours qu'on ajoute un nombre à un autre en portant bout à bout, dans le sens convenable, les segments qui les figurent. Par exemple pour ajouter 11 et - 4, on prendra un segment OB de longueur 11, dirigé de gauche à droite, et à la suite, un segment BC de longueur 4, dirigé de droite à gauche. Or (fig. 8) c'est justement ce que nous avons fait pour obtenir la différence 11 - 4. On peut ainsi écrire 11 +(- 4) = 11 - 4 = 7 ; et les soustractions se ramènent à des additions.

Les exercices sur les nombres négatifs peuvent se varier autant qu'on le voudra et seront tout à fait faciles avec nos bâtonnets noircis à leur extrémité. rien n'empêchera de former aussi des tiges longues de plusieurs bâtonnets, et de les noircir également d'un bout, afin de distinguer leur extrémité. On se familiarisera vite avec cette notion si simple et si nécessaire, du signe ou du sens des nombres.

D'ailleurs, si les nombres négatifs surprennent quelque fois tout d'abord, il suffit de réfléchir un peu pour en trouver l'explication toute naturelle. Un nombre, dit-on, ne peut pas être plus petit que rien, c'est-à-dire que zéro. Cependant dans le langage courant, nous disons tous les jours que le thermomètre a marqué tant de degrés au-dessous de zéro. Quand nous voulons indiquer la hauteur d'un point au-dessus du niveau de la mer, nous comprenons à merveille que, si ce point est au fond de la mer, il sera au-dessous. Si, partant de chez moi, je veux compter le chemin que je ferai dans un sens déterminé, et si je marche dans le sens exactement contraire, je sais bien que je ne pourrai pas employer le même nombre pour représenter deux choses opposées Un homme sans aucune fortune, mais qui ne doit rien, n'est pas riche ; mais si, dépourvu de fortune, il a des dettes, ou peut dire qu'il a moins que rien ; sa fortune est négative. Un bouchon de liège a un certain poids; si on le lâche dans l'air, il tombe ; plongez ce bouchon dans l'eau et lâchez-le il remonte ; son poids est devenu négatif, en apparence tout au moins. Bref, les nombres négatifs, loin d'avoir un caractère mystérieux, s'adaptent de la façon la plus naturelle à toutes les quantités, et il n'en manque certes pas, qui par leur essence même comportent deux modes opposés : chaud et froid, haut et bas, crédit et débit, avenir et passé, etc. Par des exemples concrets, on peut faire pénétrer ces notions simples dans la cervelle de très jeunes enfants car elles sont véritablement enfantines. Ils s'y intéresseront si vous ne cessez d'agrémenter vos explications de manipulations de bâtonnets et de tiges, et cela profitera plus à la formation de leur esprit que la récitation monotone de règles incomprises ou de définitions incompréhensibles.

Ils n'ont encore pratiqué, en se jouant, que les deux premières règles de l'arithmétique, addition et soustraction; il n'y a pas longtemps qu'ils savent écrire les chiffres ou tracer quelques lettres; et les voilà déjà lancés - et vous aussi - à corps perdu, dans l'Algèbre. Si vous prononcez devant eux ce mot redouté, ne manquez pas de leur dire, que cette science si utile et si belle est relativement moderne, et que, c'est à François Viète[9] que revient la gloire d'en avoir été l'inventeur.

15. - Comptes; mesures; rapports.

Nous avons vu, depuis le début, que ce que nous nous proposons constamment, c'est de compter et de mesurer. Si nous avons devant nous un tas de grains de blé, et si nous trouvons, en les comptant, qu'il y en ait 157, ce nombre, comme nous l'avons fait remarquer déjà, pourra aussi bien nous servir à représenter une collection de jetons, d'allumettes, d'arbres, de moutons ou de n'importe quoi. Si pour déterminer une longueur nous avons pris des bâtonnets tous pareils les uns au bout des autres et si nous en avons trouvé 157 pour mesurer cette longueur, nous disons qu'elle est de 157 bâtonnets. Dans tous ces divers cas, nous ne pourrions rien évaluer si nous n'avions pas l'idée d'un grain de blé, d'un jeton, d'un arbre, d'un mouton, d'un bâtonnet.

Le nombre n'a de raison d'être que par la comparaison qu'il amène avec l'objet unique (grain de blé, jeton, etc.) sans lequel on ne pourrait le former, et cet objet unique est appelé unité. Cette comparaison

[9] Viète, mathématicien français, né à Fontenay-le-Comte (1540-1603).

est ce qu'on appelle un rapport, et cette idée de rapport conduit à dire qu'un nombre est simplement le rapport de la collection avec l'unité.

Il est d'autant plus nécessaire de bien se mettre dans la tête cette notion-là, que l'unité n'est pas toujours la même. Ainsi, ayant formé des paquets de bâtonnets, prenons-en un tas et comptons-les ; nous en trouvons sept ; sept est le rapport de notre collection de bâtonnets à un paquet, qui est l'unité. Maintenant, éparpillons nos bâtonnets en défaisant les liens des paquets, et comptons ; c'est le bâtonnet qui va devenir l'unité, et nous en compterons septante ; ce nombre sera le rapport de la même collection à un bâtonnet.

De même, prenons trois fagots de bâtonnets ; si nous comptons par paquets, nous trouverons trente paquets ; et par bâtonnets, trois cents.

Trois sera le rapport de tout le tas de bâtonnets à un fagot; trente, le rapport du même tas à un paquet ; trois cents, le rapport à un bâtonnet.

On peut produire tant qu'on en voudra des exemples semblables, en les variant â l'infini, de manière à bien familiariser l'élève avec cette notion de rapport, qui est à la base même de tout compte et de toute mesure, et qu'on rejette cependant â la fin de l'Arithmétique, dans l'enseignement classique, par on ne sait quelle aberration. Il n'est pas possible de compter deux haricots sans avoir la notion du rapport de deux à un ; de mesurer une longueur de trois mètres, sans comparer cette longueur à celle d'un seul mètre (rapport de trois à un) et ainsi de suite.

Ce sera ici l'occasion de montrer à l'élève, sans aucune explication théorique, sans aucune définition, sans aucun appel à sa mémoire, les objets les plus vulgaires du système métrique que l'on aura sous la main ; mètres, litres, pièces de monnaie, poids, etc. On l'exercera à en faire usage, à s'en servir pour mesurer ou compter, et l'idée de rapport s'incrustera dans son esprit, s'y associera indissolublement avec celle de nombre, ce qui est essentiel pour une saine compréhension, le jour où, dans l'avenir, il devra passer de l'amusement à l'étude. Et cette étude alors pourra devenir elle-même intéressante et amusante, au lieu d'avoir le caractère d'une ennuyeuse corvée, pour ne pas dire d'une torture.

16. - La table de multiplication.

Nous allons maintenant apprendre à former un petit tableau, qui nous sera très utile pour ce qui va suivre, et qui constitue un bon exercice, par sa seule construction. Sous la forme où nous le représentons, ce tableau est le plus souvent appelé table de Pythagore[10] qu'il ait été ou non inventé par ce grand homme, ce dont on n'est pas trop sûr ; cela prouve en tous cas que la chose, n'est pas nouvelle.

Pour former la table de multiplication, nous commençons par écrire, sur une feuille de papier quadrillé, les 9 premiers nombres dans 9 cases qui se suivent

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Puis, prenant le premier chiffre 1, noua l'ajoutons à lui-même ce qui fait 2, que nous écrivons au-dessous ; puis, nous ajoutons 1 à 2, ce qui fait 3 ; et ainsi de suite, ce qui nous donne la première colonne de la figure 11.

On s'y prendra de même pour avoir les autres colonnes; mais ce qui est important, c'est d'arriver à écrire seulement les résultats et rien autre chose. Par exemple, pour la colonne qui commence par 7, on dira : 7 et 7,14; et 7, 21; et 7,28; et 7, 35; et 7, 42 ;et 7, 49; et 7, 56; et 7,63. Et on écrira successivement 14, 28, 28,... 63 dans la colonne commençant par 7.

[10] Pythagore, philosophe grec, né à Samos, VI^{ème} siècle avant J.-C.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Fig. 11.

Il suffit, on le voit, de bien savoir sa table d'addition pour arriver très vite à former le tableau. Quand il a été complètement construit, on s'aperçoit que les lignes et les colonnes sont toutes pareilles. Ainsi, la ligne qui commence par 3 contient, comme la colonne commençant par 3, les nombres 3, 6, 9, ... 27.

II est tout à fait indispensable d'arriver à se mettre ce tableau dans la tête. Mais la vraie manière d'y arriver, c'est de ne jamais essayer de l'apprendre. On l'apprend en le construisant, en le vérifiant, en l'examinant avec soin, en en faisant usage comme nous le verrons plus loin. Si on ne l'a pas présent à l'esprit, il faut le reconstruire, ce qui n'est pas bien long ; et de la sorte on finira par le *voir*, les yeux fermés.

Il n'est pas défendu, d'ailleurs, de pousser la table plus loin que 9 ; mais si on l'amenait par exemple jusqu'à 20 ou 25, la construction prendrait beaucoup plus de temps, et il n'est pas indispensable de conserver la mémoire de la table poussée aussi loin, bien que ce ne soit pas inutile:

Quelques remarques seront faites simultanément sur certaines particularités de la table. Ainsi dans la colonne (ou là ligne) commençant par 5, les chiffres des unités sont alternativement 5 et 0 ; dans la colonne (ou la ligne) commençant par 9, les chiffres des unités 8, 7, 6,... vont toujours en diminuant de 1 et ceux des dizaines 1, 2, 3,... en augmentant de 1. Les explications ne seraient pas difficiles à trouver.

Ce qu'il y a d'assez remarquable, par exemple, c'est qu'on pourrait faire une table de multiplication sans écrire un seul chiffre ; il suffirait pour cela (fig. 1 2) d'avoir un papier quadrillé à cases assez petites. La table que nous donnons ici est poussée jusqu'à 10. La construction consiste à porter successivement sur une ligne horizontale 1, 2, 3,... 10 cotés d'une case, et à marquer les points de division. Puis sur une ligne verticale, en prenant le même point de départ, on fait la même chose ; en menant les lignes en traits forts par les points de division, on obtient de grandes cases ; et chacune de ces grandes cases contient un nombre de petites qui est précisément celui qui se trouvait tout à l'heure dans notre table en chiffres. La raison de cette identité est simple; car notre table de la fig. 12 ne fait qu'exécuter graphiquement les opérations qui dans la fig. 11 résultent du calcul.

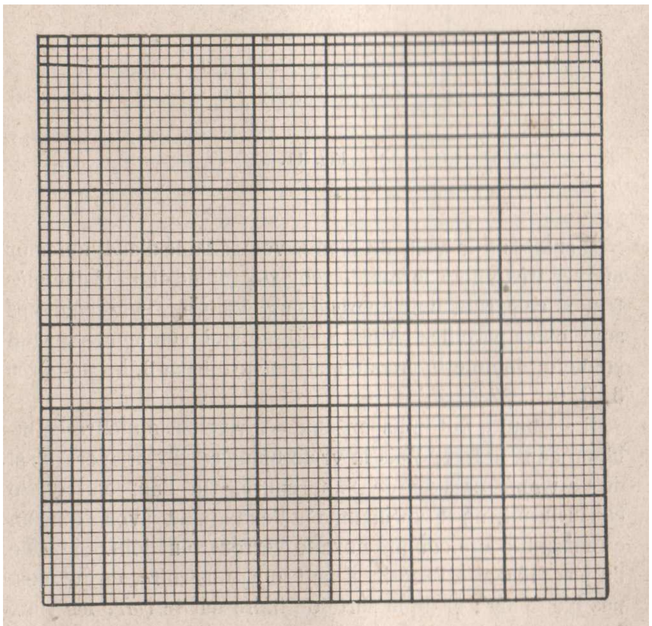


Fig. 12.

17. - Les produits.

Si je prends un tas de 7 bâtonnets, et si je forme 3 tas pareils, je peux me proposer de trouver combien cela fera de bâtonnets en tout. On appelle cela faire la *multiplication* de 7 par 3. Le résultat qu'on cherche s'appelle le *produit* de 7 par 3 ; on appelle 7, *multiplicande*; 3, *multiplicateur*; si au lieu de mêler tous les bâtonnets, on laissait les 3 tas séparés, on voit qu'en prenant un tas pour unité, le nombre qui représenterait le produit serait 3 ; ou que le rapport du produit à un tas serait 3 ; or le rapport de 3 à 1 c'est aussi 3.

Donc on peut dire indifféremment :

Multiplier 7 par 3, c'est répéter 7, 3 fois ; c'est trouver un nombre dont rapport à 7 soit le même que celui de 3 à 1;

Multiplier un nombre (multiplicande) par un autre (multiplicateur), c'est en trouver un (produit) qui soit formé en. répétant le multiplicande autant da fois qu'il y a d'unités dans le multiplicateur; ce produit, enfin, a un rapport au multiplicande qui est pareil au rapport du multiplicateur à l'unité.

Ce ne sont pas là des formulas qu'il faille faire apprendre à l'enfant; ce sont des idées dont il faut le pénétrer. Or, autant les formules sont d'apparence barbare, autant les idées sont d'une simplicité primitive, surtout quand on se donne la peine de les traduire an grains de blé, en bâtonnets ou en cases d'un papier quadrillé,

Ce qui est certain, c'est que l'enfant s'apercevra tout de suite que pour trouver le produit, il n'y a qu'à faire une addition, que le produit de 7 par 3 est 7 + 7 + 7, de même que 3 est 1 + 1 + 1. Et comme la table du numéro précédent a justement été faite da cette manière, elle nous donne le produit cherché 24, en prenant la colonne qui commence par 7, la ligne qui commence par 3 et cherchant la case de rencontre où on lit 21.

Ne manquons pas d'apprendre quo le signe da la multiplication est ×, et qu'ainsi la phrase : « le produit de 7 par 3 est 21 » se traduit par 7 × 3 = 21.

Au lieu de 7 × 3 on écrit souvent 7.3 ; au lieu de 7 et 3, on peut avoir deux nombres quelconques représentés par a, b. Leur produit s'exprimera par a × b ou par a.b, ou simplement par ab ; écrire par exemple ab = p, c'est une manière d'exprimer que le produit de a par b est p.

Il est bon de savoir aussi que l'on peut considérer des produits tels que $a \times b \times c \times d$, ou abcd, par exemple; cela veut dire qu'on multiplie a par b, puis le produit obtenu par c, puis le nouveau produit par d ; a, b, c, d s'appellent les *facteurs* du produit abcd; on peut avoir ainsi des produits d'un nombre quelconque de facteurs.

Quant à la pratique de la multiplication, il faut d'abord remarquer que la table nous donne des résultats lorsque le multiplicande et le multiplicateur sont tous deux plus petits que dix. On montrera facilement ensuite comment on multiplie un nombre par 10, 100, 1000...

L'application à des exemples nombreux, en se conformant aux règles habituelles données par tous les livres d'arithmétique, pourra être utile, à la condition de ne l'accompagner d'aucune théorie. Mais je ne saurais assez recommander, auparavant, de donner la préférence à la méthode musulmane, qui est presque aussi rapide, beaucoup plus facile à comprendre et à pratiquer, et pas assez connue dans l'enseignement français, bien que signalée par plusieurs auteurs.

Nous allons l'exposer (fig. 13) sur l'exemple très simple

9347×258. Le multiplicande a 4 chiffres et le multiplicateur en a 3 ; prenons sur un papier quadrillé 3 lignes de 4 cases chacune ; au-dessus de cette figure, écrivons les chiffres du multiplicande 9, 3, 4, 7 de gauche à droite; à gauche, et de bas en haut, ceux du multiplicateur 2, 5, 8 ; ayant tracé les lignes pointillées de la figure, mettons maintenant dans chaque case le produit des deux nombres correspondants, comme si nous bâtissions une table de multiplication, mais en mettant toujours le chiffre des dizaines du produit au-dessous et celui des unités au-dessus de la ligne pointillée ; enfin, faisons l'addition en prenant pour direction des colonnes celles des lignes pointillées; on trouvera ainsi le produit 2 411 526. Le gros avantage de cette méthode est de n'obliger à aucuns retenue dans les multiplications partielles, ni à l'observation d'aucun ordre spécial. Pourvu qu'on remplisse toutes les cases, on est sûr de n'avoir rien oublié.

Sur le même exemple et avec la même méthode, nous indiquons (fig. 14) une disposition légèrement différente, qui n'oblige pas à faire l'addition obliquement et qui en ce sens est peut-être plus commode. Elle se passe d'ailleurs de toute explication après ce que nous avons dit.

Quant à la justification de cette méthode musulmane, elle est évidente pour toute personne connaissant la théorie de la multiplication, et quant à présent inutile à l'enfant. S'il est curieux d'esprit, il la trouvera peut-être de lui-même. L'important, c'est qu'il puisse calculer correctement, et que cela l'intéresse. Dès que survient la fatigue ou l'ennui, il faut sans plus tarder passer à autre chose.

Nous n'abandonnerons pas cependant ce qui est relatif à la multiplication sans rappeler qu'un produit

$$a \times a \times a \times .. \times a$$

dont tous les facteurs sont égaux s'appelle une puissance de a ; qu'un tel produit s'écrit a^n , n étant le nombre des facteurs, et qu'on le nomme la n-ième puissance de a; que la $2^{ème}$ puissance est appelée carré et la $3^{ème}$, cube : (on verra bientôt pourquoi). Le nombre n est appelé *exposant*.

Par exemple, la 4ème` puissance de 2 est $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$; l'exposant est 4.

Le cube de 5 est $5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$; l'exposant est 3.

Le carré de 7 est $7 \times 7 = 7^2 = 49$; l'exposant est 2.

7. - Les nombres triangulaires. - Le vol des grues.

Edouard Lucas attribue à l'observation du vol de certains oiseaux l'origine des nombres qu'on a appelés *triangulaires*. En tête vole un seul oiseau ; derrière lui, sur une seconde ligne, s'en trouvent deux : sur une troisième ligne, en arrière, il y en a trois : et ainsi de suite ; si bien que la disposition générale de la colonne volante présente l'apparence d'un triangle.

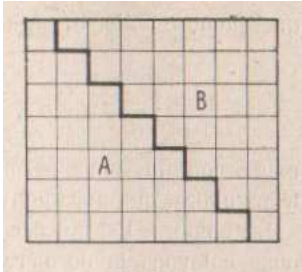


Fig. 59.

Il est facile de se faire une idée précise de ces nombres et de les représenter sur un dessin quadrillé, en regardant, par exemple, la figure 59 et en y considérant tout d'abord la partie A seulement, qui nous montre, en haut, 1 case, puis 2 cases sur une seconde ligne, puis 3, 4, 5. 6, 7 cases sur les lignes suivantes, jusqu'à la $7^{\text{ème}}$.

Nous avons donc là le $7^{\text{ème}}$ nombre triangulaire

$$\mathbf{1+ 2+ 3 + 4 + 5 + 6 + 7;}$$

pour l'évaluer, nous pourrions faire l'addition, ce qui nous donnerait 28. Mais cela ne nous apprendrait rien sur tout autre nombre triangulaire. Si nous voulions avoir le $1000^{\text{ème}}$, par exemple, il faudrait ajouter les nombres de 1 à 1000, ce qui serait long et bien ennuyeux. Au lieu de cela, regardez maintenant la figure 59 tout entière; la partie B, si nous la regardons de bas en haut, ou si nous la retournons sens dessus dessous, nous représente encore, par le nombre de ses cases, le même nombre triangulaire. La figure entière représente donc deux fois le nombre triangulaire en question ; et comme elle se compose de sept lignes, ayant chacune huit cases, le nombre total des cases est 7×8, et le nombre cherché sera la moitié de ce produit, c'est-à-dire $7\times2/2$.

Nous aurons, en d'autres termes,

$$\mathbf{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 7\times8/2 = 28.}$$

Si on voulait avoir le $1000^{\text{ème}}$ nombre triangulaire, eu supposant qu'on ait fait de même, on aurait

$$\mathbf{1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + 1000 = 1000\times1001/2 = 500\ 500}$$

C'est plus court que de faire l'addition.
Et comme, au lieu de 1000, on pourrait avoir n importe quel nombre entier n. on a aussi

$$\mathbf{1 + 2 + 3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + n = n(n+1)/2}$$

expression qui nous permettra de trouver le $n^{\text{ème}}$ nombre triangulaire, que nous pouvons appeler $\mathbf{T_n}$.

Le nombre total des cases de la figure 59 est $\mathbf{2\ T_n}$. Si nous enlevons la dernière colonne, il reste un carré de 7 lignes, contenant chacune 7 cases. On voit aussi que la nouvelle figure est formée de l'assemblage des nombres triangulaires $\mathbf{T_6}$ et $\mathbf{T_7}$. On a ainsi

$$\mathbf{2T_7 - 7 = 7^2 = T_7+T_6}$$

Si nous ajoutons en bas une ligne nouvelle de 8 cases, nous voyons de même qu'on a

$$\mathbf{2T_7 + 8 = 8^2 = T_8 + T_7}$$

rien qu'en regardant la figure.
Et comme, au lieu de 7, nous aurions pu prendre tout autre nombre n,

$$2T_n - n = n^2 = T_n + T_{n-1}$$
$$2T_n + n + 1 = (n + 1)^2 = T_{n+1} + T_n.$$

Voilà des formules qui paraissent bien savantes et qui cependant n'exigent pas même le moindre calcul, puisqu'on *les lit* sur les figures puisqu'on *les voit,* puisqu'on peut les construire de ses mains avec des petits carrés de bois ou même avec de simples jetons, en en plaçant un dans chaque case.

28. -- Les nombres carrés.

Prenons (fig. 60) un carré, composé de 7 lignes, de 7 cases chacune, soit en tout $7\times7 =- 7^2 = 49$ cases.

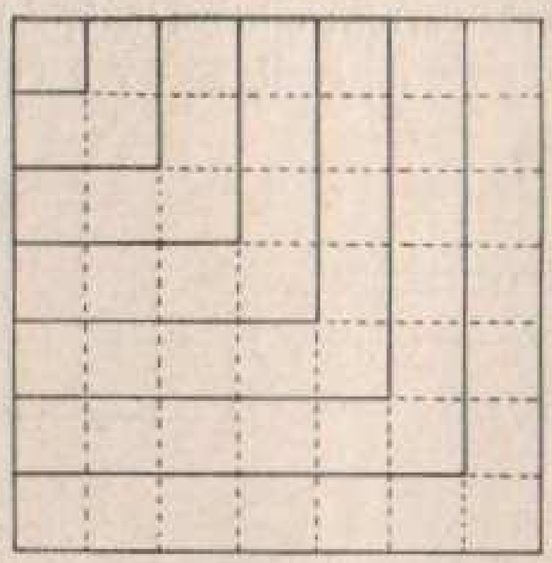


Fig. 60.

Sur cette figure, au moyen des lignes tracées, nous voyons les carrés successifs de 1, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2 cases.

Le premier carré, de l case est figuré par la case du haut, à gauche. Pour passer de ce carré à celui de 2^2 ou 4 cases, nous remarquons qu'il a fallu ajouter 3 cases, de sorte que $1 + 3 = 2^2$; pour passer au carré suivant, de 9 cases, il faut en ajouter deux à droite, deux en dessous, et une à droite et en bas, ce qui fait 5; et en continuant de la même manière, nous arrivons à voir que :

$$7^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13$$

C'est-à-dire que le carré de 7 est égal à la somme des 7 premiers nombres impairs

Au lieu de 7, prenons un nombre entier quelconque, n. Les premiers nombres impairs sont 1, 3, 5,... et le $n^{\text{ème}}$ est 2n-1. Comme la figure a pu être faite jusqu'à ce nombre n, nous avons :

$$n^2 = 1 + 3 + 5 + ...+ 2n-1$$

et ceci ne fait que traduire ce que nous voyons dans la figure 60.

Cela nous montre qu'il y a une autre manière de représenter les nombres carrés ; elle est indiquée par la figure 61 où l'on voit les carrés de 1, de 2, de 3 et de 4. Avec de petits carrés de bois, il sera facile de construire et de transformer ces diverses figures.

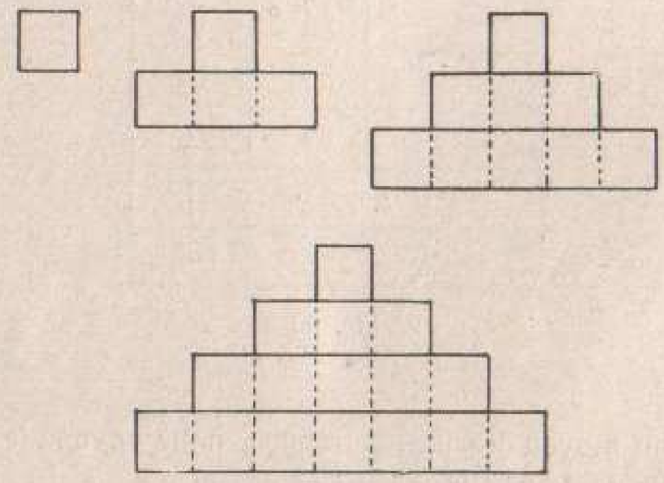


Fig. 61.

Nous allons arriver maintenant, sans aucune peine, à résoudre une question bien plus difficile, en cherchant la somme des carrés de 1, 2, 3, 4 par exemple. En nous servant de la figure 60 et en plaçant les carrés de 1, 2, 3, 4 de bas en haut, nous avons immédiatement la figure 62, qui se passe de toute explication. En nous servant des divers éléments de la figure 61, nous voyons qu'il y a

4 lignes de 1 case
3 ligues de 3 cases
2 lignes de 5 cases
1 ligne de 7 cases

qui, réunies les unes au-dessous des autres, donnent la figure 63.

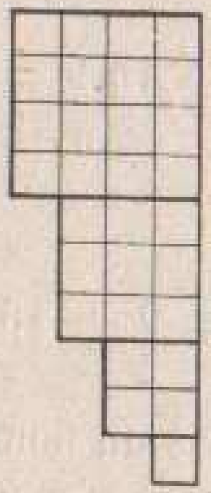


Fig. 62.

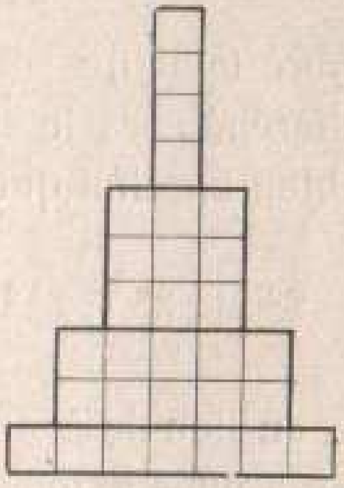


Fig. 63.

Assemblons maintenant (fig. 64) la figure 62, la même figure retournée, et la figure 63.

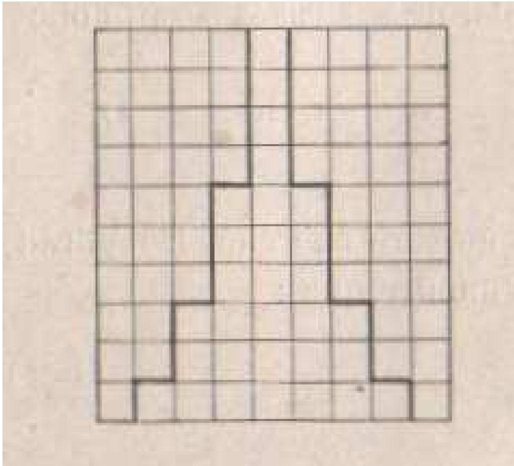


Fig. 64.

Nous obtenons un rectangle qui contiendra trois fois le nombre de cases cherché.
Le nombre des lignes de ce rectangle est

$$\mathbf{1 + 2 + 3 + 4}, \text{ ou } \mathbf{(4\times5)/2 = 10}.$$

Le nombre des cases contenues dans chaque ligne est, comme nous pouvons le voir sur la première ligne,

$$\mathbf{4 + 1 + 4 \text{ ou } 2 \times 4 + 1 = 9}$$

Le nombre total des cases est donc $10 \times 9 = 90$, et le nombre cherché sera le tiers de 90, c'est-à-dire 30. Nous vérifions bien en effet que

$$\mathbf{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 1 + 4 + 9 + 16 = 30}.$$

Mais si, au lieu de 4 nous avions pris un nombre n quelconque, et si nous avions fait exactement la même chose, le rectangle de la figure 64 aurait

$$\mathbf{1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + n}, \text{ ou } \mathbf{n(n+1)/2} \text{ lignes}$$
et
$$\mathbf{2n + 1} \text{ colonnes.}$$

Le nombre total de ses cases serait donc

$$\mathbf{n(n+1)(2n+1)/2}$$

et pour avoir le nombre cherché, il faudrait en prendre le tiers. Cela nous montre que

$$\mathbf{1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6}$$

C'est une formule que les candidats à l'Ecole Polytechnique ne savent pas toujours démontrer, tout en se donnant beaucoup de mal et en calculant beaucoup, et qui s'établit en jouant avec de petits carrés de bois, comme celles que nous avons déjà vues.

Cette détermination de la somme des carrés des n premiers nombres entiers avait jadis une application pratique assez importante, dans l'artillerie, lorsqu'on employait des projectiles sphériques (boulets ou obus). On les rangeait souvent, en effet, dans les arsenaux, en formant un carré sur le sol, puis, par-dessus, mi nouveau carré plus petit, et ainsi de suite jusqu'au sommet, qui était formé d'un seul boulet. C'est ce qu'on nommait une *pile de boulets à base carrée*. Dès lors, pour compter les boulets contenus dans une pile, il suffisait de compter le nombre n des boulets sur un côté de la base, et d'appliquer la formule ci-dessus. Par exemple, si $n = 17$, la somme cherchée est $17 \times 18 \times 35 : 6$ ou 1785.

On peut s'amuser à former de la même manière des piles d'oranges, pourvu que celles-ci soient à peu près de même grosseur, ou, plus simplement peut-être, des piles de billes à jouer, en les disposant sur une légère couche de sable, afin qu'elles ne roulent pas, ce qui ferait alors écrouler l'édifice.

29. - La somme des cubes.

Pour représenter un nombre élevé au cube, comme $2^3 = 2\times2\times2$ ou $3^3 = 3\times3\times3$ etc.., il serait commode d'avoir un grand nombre de petits cubes en bois, un peu plus gros que des dés à jouer, et qui serviraient à faire les constructions dont nous avons parlé plus haut, et les diverses opérations que nous allons indiquer.

Mais on peut arriver à s'en passer à la rigueur, et à remplacer chaque unité par un petit carré plat, de bois ou de carton. ou même par un simple jeton. C'est cette dernière supposition que nous admettrons; quand on aura vu combien les opérations sont faciles, on les fera, à plus forte raison, au moyen de carrés ou de cubes; qui peut le plus, peut le moins. '

Commençons par voir comment, avec nos jetons, nous pourrons représenter les cubes successifs. Le cube de 1 est 1 : un seul jeton le représentera.

Le cube de 2 est $2\times2\times2$ ou 8 ; il sera donc composé (fig. 65) de 2 carrés de 4 jetons chacun, carrés juxtaposés l'un contre l'autre, dans la première partie de la figure. Mais, comme on le voit dans la 2ème partie, ces 8 jetons peuvent être disposés d'une autre manière, en gardant les trois premières colonnes et en plaçant au-dessus la quatrième qui est devenue horizontale.

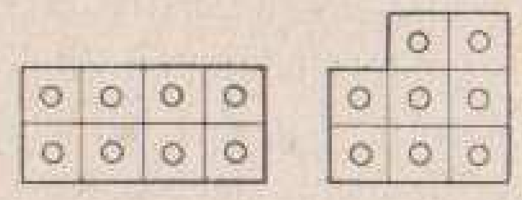


Fig. 65.

Passons au cube de 3: c'est $3\times3\times3$, ou 27 ; on le représentera (fig. 66) par 3 carrés de 9 jetons chacun, juxtaposés, dans la première partie de la figure.

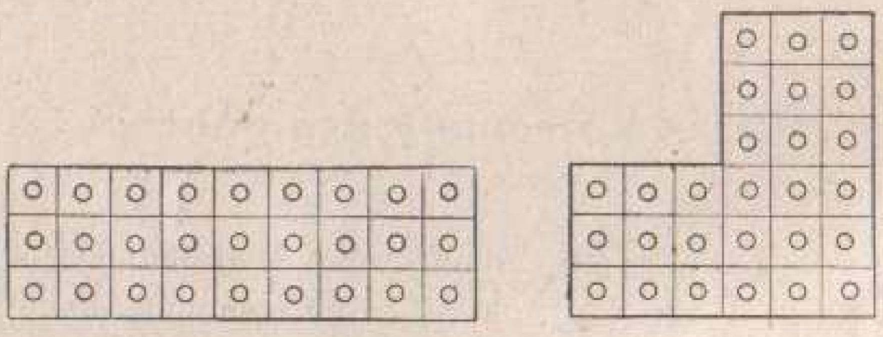


Fig. 66.

On obtient la 2ème partie en tardant les 6 premières colonnes et plaçant au-dessus les 3 dernières devenues horizontales.

Enfin, pour le cube de 4, nous ferons de même, en conservant (fig. 67) les 10 premières colonnes de la première partie, et plaçant au-dessus les 6 dernières, rendues horizontales, pour avoir la 2ème partie de la figure.

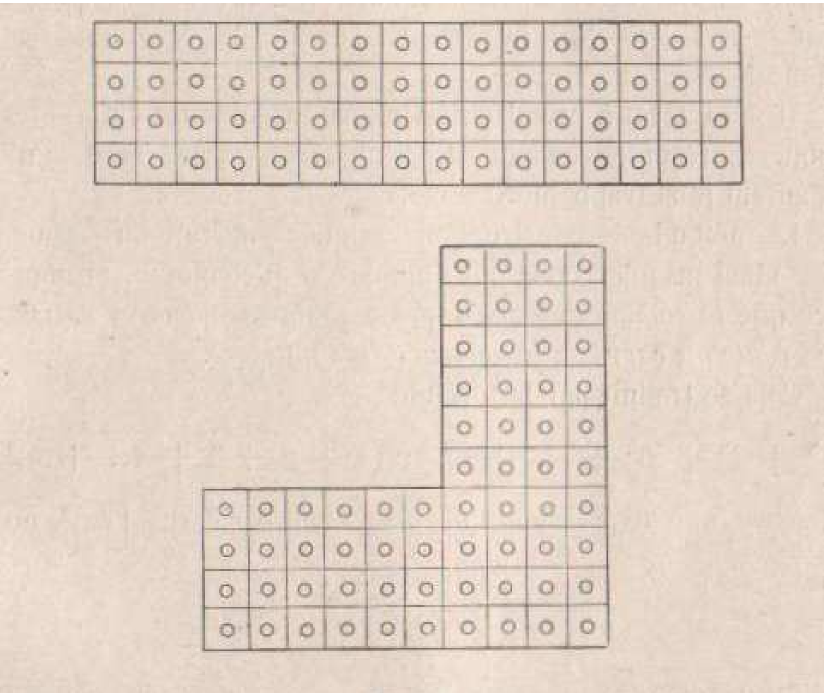


Fig. 67.

Si nous assemblons maintenant (fig. 68) les 2èmes parties des figures 65, 66. 67, en y ajoutant un jeton à gauche en haut qui représentera le cube de 1, nous aurons la somme des cubes de 1, 2, 3, 4 sous la forme d'un carré, dans lequel le nombre des jetons d'une ligne ou d'une colonne est 1 + 2 + 3 + 4 ou 10. La somme de ces cubes est donc 100.

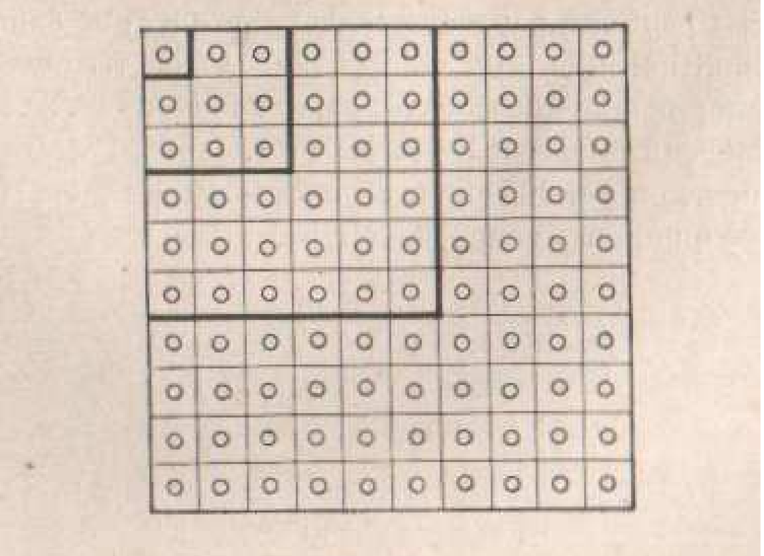


Fig. 68.

Il y a intérêt à prendre des jetons de couleurs différentes pour représenter chacun des cubes. La figure sera alors d'autant plus frappante.

La méthode de construction indiquée pourrait être poussée ainsi jusqu'au cube d'un nombre n quelconque, et montre que ***la somme des cubes des n premiers nombres entiers est égale au carré de la somme de ces nombres***.

Cela se traduit par la formule :

$$\mathbf{1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + n)^2}$$

C'est une expression qui peut encore s'écrire $\mathbf{(T_n)^2}$, ou $\mathbf{(n(n+1)/2)^2}$

C'est encore là un résultat qu'il est beaucoup plues pénible et difficile d'obtenir par le calcul. Nous y arrivons ici par un simple jeu de construction[11].

[11] II n'est peut-être pas mauvais de remarquer que dans notre table de multiplication sans chiffres (fig. 12*[reproduite infra- MD]*) on retrouve justement comme nombres de cases les cubes successifs 2^3, 3^3,… dans les enceintes qui séparent les carrés de 1, 1 + 2, 1 + 2 + 3,... A la rigueur, on aurait donc pu, sur cette simple table, constater tout ce que nous venons de voir ici.

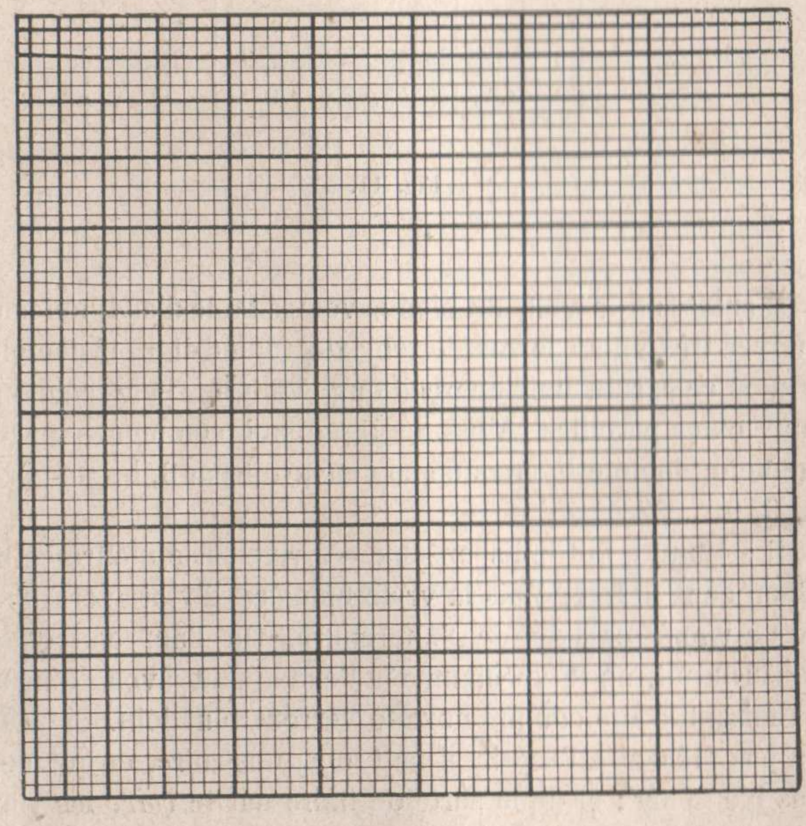


Fig. 12.

65.- Discours final.

Si j'avais eu à initier quelques enfants à la connaissance des choses mathématiques essentielles qui ont été examinées ci-dessus, voici, à peu près ce que je leur dirais, arrivé au terme de notre course.

Vous allez commencer votre instruction, en matière mathématique. Suivant vos dispositions naturelles, suivant la direction que vous serez appelés â prendre plus tard dans la vie, cette instruction sera plus ou moins étendue ; mais, restreinte à certaines limites, elle est indispensable à tous.

Jusqu'à présent, vous n'avez rien étudié, mais vous avez appris un certain nombre de choses utiles, en vous amusant. S'il y a eu de votre part quelque effort, ce n'a jamais été qu'un effort volontaire, on n'a jamais rien exigé de vous et surtout rien exigé de votre mémoire.

Avant même de savoir lire ou écrire, vous avez pu composer des nombres avec divers objets et faire quelques opérations simples. Lorsque l'emploi des chiffres a été possible, la pratique du calcul vous est devenue plus courante. Grâce à l'habitude de vous reporter aux objets eux-mêmes, et de ne pas considérer seulement les chiffres qui ne font que les traduire, vous êtes arrivés de très bonne heure à prendre la notion des nombres négatifs et à vous la rendre tout à fait familière. Quelques notions de Géométrie, constatées, non pas démontrées, ont suffi pour commencer à vous faire voir le lien étroit qui unit la science des nombres à celle de l'étendue.

L'étude des fractions n'a pas été faite par vous, pas plus qu'aucune autre étude, mais vous savez ce que c'est qu'une fraction et vous possédez assez bien la pratique courante du calcul qui s'y rapporte.

Des progressions, d'abord de formes simples, puis un peu plus généralisées, vous ont amenés ensuite, quelques exemples aidant, à l'idée de nombres énormes. D'autres grands nombres ont apparu à vos yeux lorsque vous avez vu ce que c'est que les permutations.

Avec quelques notions pratiques complémentaires de Géométrie et de dessin, vous avez pu prendre l'idée de la construction et de l'usage des graphiques, et en faire quelques applications, à des questions de mouvements surtout. Vous êtes arrivés ainsi jusqu'aux portes de la Géométrie analytique; vous avez aperçu tout au moins la forme des trois principales courbes que la Géométrie analytique permet d'étudier plus à fond, mais que les anciens connaissaient déjà.

Qu'il soit, de toutes ces notions, resté beaucoup ou peu dans votre mémoire, vous en avez toujours gardé quelque chose. Vous y avez pris en même temps, et bien certainement sans vous eu douter, des habitudes d'esprit qui vont vous devenir très précieuses.

Désormais; il ne va plus s'agir de jeu, mais d'étude. Vous devrez vous assujettir à des efforts intellectuels, peut-être aussi à quelques efforts de mémoire. Ils seront d'autant plus atténués que jusqu'ici vos forces ont été ménagées, et que cependant vous savez beaucoup plus de choses que n'en savaient les enfants de votre âge qu'on instruisait en les soumettant à une véritable torture, qu'on forçait à retenir des mots sans y rien comprendre.

Dans la plupart des objets de vos études, vous retrouverez d'anciennes connaissances; le trouble que produit la nouveauté sera effacé le plus souvent. \e croyez pas cependant que vous ne rencontrerez pas de difficultés; vous en trouverez, mais vous saurez qu'elles tiennent à la nature même des choses, qu'elles sont indispensables à surmonter pour arriver à des résultats utiles et intéressants, et cela vous donnera le courage nécessaire. Par le jeu, vous avez acquis bien des notions, et vos études à venir s'en trouvent facilitées. Par le travail, désormais, vous allez tirer parti de ce que vous savez, vous exercerez votre raison, vous augmenterez l'étendue de vos connaissances. Mais ce travail, s'il n'est plus un jeu, ne sera pas non plus une corvée ! Vous y prendrez goût, le sachant utile; peu à peu il deviendra pour vous comme un besoin de la vie; il vous sera, non plus seulement aisé, mais nécessaire.

En cas d'embarras, du reste, vous aurez des maîtres qui seront pour vous des guides; mais ne leur demandez rien de plus. L'effort personnel, l'effort liure seul peut donner des résultats. Vous en avez pris inconsciemment l'habitude dans les jeux de votre enfance. A vous d'en tirer profit maintenant, en apportant vous-même, à l'oeuvre de votre instruction, tout ce que vous avez de patience, de volonté, d'énergie mise en réserve !

Tel est donc à peu près, sauf de nombreuses variantes, le langage qui devrait être tenu à l'enfant parvenu au terme de son initiation, et à la veille d'entreprendre ses études. Ce n'est pas en un discours, mais en dix ou cent séances au besoin qu'il y aura lieu de le pénétrer de ces idées. C'est à l'initiateur qu'il appartiendra d'en tirer parti pour orienter l'enfant sur les sentiers nouveaux qu'il est appelé à suivre.

Cet initiateur, dans ma pensée, devrait être surtout la famille. Mais alors même que par des raisons quelconques, personnelles ou sociales, il n'en serait pas ainsi, le père et la mère doivent bien se dire que leur premier devoir est de ne pas se désintéresser de l'évolution cérébrale de l'enfant, et de rester au moins les auxiliaires de l'éducateur, s'ils n'ont pu être éducateurs eux-mêmes.

Et, la tâche d'initiation achevée, celle de l'instruction devant être entreprise demain, le devoirs des parent, devient plus impérieux encore s'il est possible; leur responsabilité est lourde, car suivant la décision qu'ils vont prendre, la destinée entière de leur enfant peut être influencée, soit en bien, soit en mal.

C'est donc du côté des familles que je me retourne à présent, pour leur adresser quelques conseils, utiles à mon avis, présentés un peu au hasard de la plume, et où chacun prendra ce qu'il jugera bon.

D'abord, nous sommes d'accord sur ce point, que l'initiation mathématique est indispensable à tout enfant, sans aucune distinction de fortune, de situation sociale, de sexe; j'affirme maintenant, que toujours sans distinction, sans réserve, l'instruction mathématique est également indispensable. Les femmes en ont besoin routine les hommes; la vie courante, l'économie domestique aussi bien que l'industrie, dont les applications enveloppent toute nuire vie, exigent de nous des connaissances sur In science, des grandeurs et de l'étendue.

Ici, une, objection que ,j'ai cent fuis réfutée mais que je ne me lasserai pas de réfuter encore. Mon enfant a-t-il des dispositions pour les études mathématiques? s'il n'est pas doué, c'est perdre son temps que de le diriger par là; je ne tiens pas à en faire un mathématicien.

C'est à merveille. Mais, quand vous avez appris au même enfant la lecture et l'écriture, vous êtes vous demandé s'il avait pour ces branches d'étude des dispositions naturelles? Quand vous lui avez inculqué les premières notions du dessin, avez-vous pensé qu'il fût appelé à devenir un grand peintre: Nul ne conteste l'utilité pour chaque homme et chaque femme de savoir exprimer correctement ses idées dans sa langue maternelle; et nul ne s'imagine pas pour cela que chaque élève soit destiné à devenir un Paul-Louis Courier, un Goethe ou un Shakespeare.

Pas plus en mathématique qu'ailleurs, l'instruction ne fait des savants; et il ne s'agit pas d'en faire; mais il existe en toute nature un fonds général de connaissances utiles, nécessaires même à tout le monde et d'une acquisition facile, pour tout être dont le cerveau n'est pas atteint d'une tare.

L'ensemble de ces connaissances, grâce il l'initiation préalable, peut être assimilé eu un temps beaucoup plus court que celui qu'on y consacre dans l'enseignement habituel.

Ce bagage, en ce qui touche notre sujet, est à peu pris représenté en France par ce qu'on appelle les mathématiques élémentaires. Tout enfant peut, qu'il soit doué ou non d'une manière spéciale, s'assimiler l'ensemble de ces connaissances, de même qu'il peut arriver à lire et écrire avec correction, sinon avec élégance. S'il a le goût inné des mathématiques, il en fera ensuite de lui-même; s'il est littérateur par tempérament, il écrira. L'enseignement n'a jamais fait de savants ni d'artistes; son but devrait être de préparer des hommes.

Donc, sur ce point, pas d'hésitation possible. Votre enfant devra acquérir les notions mathématiques fondamentales nécessaires à tous. Mais suivant votre situation, vos goûts, votre tournure d'esprit, où et comment va-t-il recevoir cette instruction.

Je ne peux parler ici que de la France. Avec quelques variantes, le problème se posera de même, à peu près partout. Nous avons un enseignement primaire dont une bonne part a ou devrait avoir pour objet l'initiation ; un enseignement primaire supérieur qui le complète; lui enseignement secondaire partagé en compartiments nombreux et variés. Dans tout cela, il faut choisir, et vous choisirez, car, malheureusement sur ce point précis, je ne peut vous donner aucun conseil utile.

Notre enseignement primaire est passable; l'enseignement primaire supérieur serait le moins mauvais de tous si beaucoup de familles ne restaient hypnotisées par l'attrait des « carrières libérales » et du fonctionnarisme.

Quant à l'enseignement secondaire, pour ne pas m'étendre outre mesure, je me bornerai à citer un très court passage d'une étude de M. Ascoli; on pourrait y voir la plus charmante des ironies, et peut-être ne se tromperait-on guère :

« *Ce que l'on s'est proposé en augmentant l'importance des sciences dans l'enseignement secondaire, c'est de leur attribuer la large part qui doit leur revenir dans la formation des esprits. Jusqu'ici, ce rôle était dévolu aux lettres, tandis que les sciences étaient surtout des matières d'examen, dénuées de tout caractère éducateur.* »

Traduisez : *jusqu'ici,* notre enseignement secondaire a eu pour mission d'abrutir la jeunesse, *tandis que* dans l'avenir, il en sera de même.

Et quand on pense que les professeurs de l'enseignement secondaire sont des hommes de baille instruction, dévoués à leur tâche, consciencieux autant qu'on peut l'être, on frémit à la pensée des ravages que peut produire l'esprit de routine, servi par une administration monstrueuse, n'ayant de puissance que pour le mal.

Quelle que soit la décision prise, en tous cas, n'abandonnez à aucun instant le contrôle de l'éducation de votre enfant. Avant même de le confier à un établissement quelconque, vous avez le droit et le devoir de vous enquérir de l'esprit de l'enseignement, des méthodes suivies, des conditions de travail, sans pour cela qu'il vous soit besoin d'être mathématicien vous-même.

Et surtout, ne vous laissez pas intimider par le directeur, proviseur, principal, peut importe le titre, qui prétendrait que vous vous mêlez de ce qui ne vous regarde pas.

Deux observations seulement vont vous donner une idée de la façon dont vous pouvez vous défendre.

Pour enseigner le système rnétrique, il existe des lycées où il n'y a pas un instrument de mesure : mètre, litre, poids, etc.

Pour l'enseignement de la Géométrie, on procède, depuis des siècles, on pourrait dire depuis les géomètres grecs, suivant une méthode fatigante, antirationnelle, qui décourage et dégoûte les élèves, surtout les commençants. Cependant, il y a plus de trente années, en 1874, un savant de haute valeur, M. Charles Méray, professeur à l'Université de Dijon, publia sous le titre « Nouveaux éléments de Géométrie» un livre tout à fait remarquable, menant de front l'étude du plan et de l'espace, et mettant en évidence les vérités d'ordre expérimental que la méthode classique dissimule avec hypocrisie. L'administration universitaire fut prise de fureur; puis, le progrès aidant, et le temps s'étant écoulé, la nouvelle méthode s'est introduite dans un grand nombre d'écoles, surtout dans l'enseignement primaire supérieur. Partout elle donne les plus remarquables résultats. Mais l'enseignement secondaire, lui, reste fermé jusqu'ici, comme les oreilles d'un sourd qui ne veut pas entendre, bien qu'une 2ème édition du livre ait été publiée[12].

Si donc vous faites des démarches pour l'entrée de votre enfant au collège ou au lycée, par exemple, demandez à visiter le matériel d'enseignement des poids et mesures, les instruments d'arpentage, etc. Si on vous répond qu'il n'y a rien de tout cela dans la maison, sauvez-vous, et ne revenez jamais,

Posez aussi la question que voici, très simplement :

« *Pour enseigner la Géométrie, employez-vous la méthode Méray ?*» - Trois réponses sont possibles, sauf les variantes de forme : oui, non, je ne sais pas ce que c'est. Dans le premier cas, vous pouvez poursuivre; dans le second, saluez très poliment le personnage, et tachez de ne plus le revoir; dans le troisième cas, donnez-lui le bon conseil d'apprendre ce qui concerne sa profession, et dites-lui bien que vous pourrez continuer la conversation une fois son apprentissage achevé, mais pas avant.

Si les pères et les mères finissaient une bonne fois par avoir le souci profond de l'avenir intellectuel de leurs enfants, ils parleraient net, exigeraient ce qu'ils ont le droit d'exiger, et bien des résistances opiniâtres disparaîtraient comme par enchantement.

Cela finira ,je crois, par arriver. Mas il faudra pour cela que soit plus profondément empreinte dans les cerveaux cette pensée si ,juste, énoncée par M. Emile Borel dans une remarquable conférence, et sous l'impression de laquelle je tiens à vous laisser :

« *Une éducation mathématique à la fois théorique et pratique peut exercer la plus heureuse influence sur la formation de l'esprit.* »

[12] Ceci était écrit en mai 1905. Depuis lors, un décret du 27 juillet, complété par des instructions publiées le 9 septembre, a modifié les programmes de Mathématiques dans l'Enseignement secondaire.

On a introduit les principes de la méthode de M. Méray en Géométrie, et il faut en féliciter le ministre de L'Instruction publique. Mais on n'a pas même cité le nom de l'Inventeur de la méthode. C'est à la fois un acte d'ingratitude et une injustice.