Un scoop :
Ce que pensait Jules Ferry de l'utilisation des calculettes

Précisons nos divergences
Réponse sur un point à Roland Charnay et à la commission Joutard
Partie I

Michel Delord
30 Septembre 2003

Citations[1] :

(1) Texte de R. Charnay (Pour une culture mathématique dès l'école primaire)

Les « nouveautés » dans le domaine du calcul

La consultation des enseignants a largement montré à la fois l'approbation massive de la priorité affichée pour le calcul mental et la place donnée à la résolution de problèmes, mais aussi l'inquiétude soulevée par l'introduction des calculatrices dès le début de l'école primaire.

La question de l'enseignement du calcul apparaît, a priori, simple et pourrait être résumée de la façon suivante. D'abord, un constat : dans la société, l'usage des calculatrices et des ordinateurs s'est substitué à celui des techniques opératoires posées ; combien d'adultes, même lettrés, sont capables de calculer correctement un quotient et un reste corrects pour la division de 72,15 par 5,3 ? Suivi d'une évidence : le calcul mental demeure un calcul d'usage utile dans de nombreuses circonstances où il s'agit d'évaluer un ordre de grandeur, de contrôler le résultat affiché par une calculatrice (pour la division précédente, le quotient est compris entre 14 et 15). D'où une tentation forte : arrêter ou réduire fortement l'enseignement des techniques opératoires et recommander l'utilisation systématique des calculatrices pour tous les calculs qui ne peuvent pas être effectués mentalement.

Une telle décision serait pédagogiquement et culturellement inacceptable (3). Mais il reste trouver une nouvelle légitimation pour l'enseignement des techniques opératoires et à situer cet enseignement parmi les autres moyens de calcul dont nous disposons.

……

[1] Nous prenons les citations dans deux textes cités mis à disposition sur la Tribune libre de la SMF pour préparer le débat du 11 octobre 2003.
http://smf.emath.fr/Enseignement/TribuneLibre/Commission-Joutard/IntroductionmathEEcycle3.pdf
http://smf.emath.fr/Enseignement/TribuneLibre/Commission-Joutard/RCarticleAPMEP-4.pdf

3 - Il existe cependant de nombreux exemples de techniques dont l’usage est devenu obsolète et qui ne sont plus enseignées, sans que, pour autant les notions disparaissent des programmes. Les élèves connaissant la signification de la racine carrée, alors même que l’algorithme d’extraction de la racine carrée n’est plus enseigné.

(2) Texte de la commission Joutard

(Les principaux enjeux de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire)

LA QUESTION DU CALCUL AUJOURD’HUI
La diffusion généralisée d’outils de calcul instrumenté (et notamment des calculatrices de poche) amène à repenser les objectifs généraux de l’enseignement du calcul.

….
Le calcul posé

Le travail sur les techniques usuelles (calcul posé) doit faire l’objet d’un recentrage. Pour l’addition, la soustraction et la multiplication, leur usage dans des cas simples (en particulier résultat à deux, trois ou quatre chiffres) doit être assuré. Cependant une part essentielle de l’activité doit résider dans la recherche de la compréhension et de la justification des techniques utilisées, ce qui conduit à retarder un peu leur mise en place (par rapport à ce qui est fait habituellement) : à fin du cycle 2 pour la technique de l’addition et au cycle 3 pour celles de la soustraction et de la multiplication. Pour la division, on se limitera à des calculs posés simples à la fin du cycle 3 (du type 432 divisé par 7 ou 432 divisé par 35), calculés en gardant la trace des soustractions effectuées et en ayant la possibilité de poser des produits annexes. Il est essentiel que, bien avant que les techniques écrites usuelles ne soient mises en place, les élèves soient invités à produire des résultats en élaborant et en utilisant des procédures personnelles, non standard (mentalement ou en s’aidant d’un écrit).

Problématique

Je ne discuterai ici que d'un point fondamental : évaluer la validité du raisonnement qui consiste à déterminer l'importance de l'enseignement d'une notion à partir de l'usage social de celle-ci et en particulier bien sûr pour les algorithmes *classiques* – je maintiens ce distinguo - des opérations. Ce type de raisonnement est-il valide ? De quel point de vue ? Est-il nouveau ? Quelle valeur donne-t-il à l'algorithme classique des *opérations posées* ?

On peut constater en effet que , depuis une vingtaine d'années, se développe une problématique qui consiste, à déduire, à partir de la constatation – exacte - "*dans la société, l’usage des calculatrices et des ordinateurs s’est substitué à celui des techniques opératoires posées*" , qu'il est moins nécessaire, à des degrés divers, de maîtriser les techniques des "opérations posées", de les enseigner à l'école et qu'il est par contre nécessaire – au moins - d'utiliser la calculatrice comme outil d'apprentissage.[2]

On peut considérer, de plus, qu'elle induit donc l'idée que, si l'apprentissage complet des opérations posées était nécessaire dans l'école disons des années 1880/1930, c'est uniquement parce qu'il n'y avait pas d'autres moyens largement répandus qui permettaient de trouver le résultat des opérations.

En bref lorsque la commission Joutard écrit " *La diffusion généralisée d’outils de calcul instrumenté (et notamment des calculatrices de poche) amène à repenser les objectifs généraux de l’enseignement du calcul*." , ce n'est certes pas pour augmenter les compétences des élèves pour les "opérations posées" (cf. citation 2 supra que je commenterais plus bas). C'est ce qu'il me suffit de noter pour l'instant.

Cette tendance est internationale : les conséquences que la commission Joutard tire de cette problématique sont en apparence moins extrémistes que celle qu'en tire, par exemple, Steven Leinwand dans son article "*It's*

[2] Est hors débat, bien sûr, l'idée qu'il faut apprendre aux élèves à se servir d'une calculatrice.

Time To Abandon Computational Algorithms "[3], mais sont bien le produit de la même problématique qui risque donc d'entraîner des effets beaucoup plus radicaux que ceux prévus :

"*It's time to recognize that, for many students, real mathematical power, on the one hand, and facility with multidigit, pencil-and-paper computational algorithms, on the other, are mutually exclusive. In fact, it's time to acknowledge that continuing to teach these skills to our students is not only unnecessary, but counterproductive and downright dangerous.*" .

C'est-à-dire :

" *Il est temps de reconnaître que, pour beaucoup d'élèves, s'excluent mutuellement d'une part, la véritable puissance des mathématiques et , d'autre part, la capacité de faire "à la main" des opérations portant sur des nombres à plusieurs chiffres . En fait, il est temps de comprendre que le fait de continuer à enseigner ces techniques n'est pas seulement non nécessaire mais contre productif et tout à fait dangereux*"

Soyons plus précis :

- la tendance à supprimer tout apprentissage de l'algorithme classique de la division – la *division posée* - en primaire n'est pas, comme je le dis en note, un épouvantail que je mets en avant mais une réalité qui s'est manifestée même en France au plus haut niveau des responsables de l'élaboration des programmes puisque le projet de programme de primaire de 1999 limitait son apprentissage aux cas où le dividende ne dépassait pas 10 fois le diviseur … qui n'avait qu'un seul chiffre. C'est-à-dire que l'apprentissage se limitait au contenu de la table de multiplication, ce qui revient effectivement à ne pas apprendre la *division posée*. Citation :

"*L'objectif est d'apprendre à l'élève à jongler de toutes les manières possibles avec les éléments de l'égalité (diviseur × quotient) + reste = dividende : en connaissant trois éléments, il doit savoir déterminer le quatrième. Mais l'égalité précédente n'est pas forcément claire pour qui ne maîtrise pas encore la priorité des opérations ou le rôle des parenthèses. C'est pourquoi, à seule fin de mieux mémoriser le rôle de chaque élément, on proposera encore la disposition classique, mais en restant dans le champ de la table de multiplication liée au diviseur (si on divise par 6, le dividende ne dépassera pas 60).*"[4]

- la tendance, explicite dans les textes de la commission Joutard, à diminuer l'importance des opérations posées et à prétendre la compenser par un développement du calcul mental va jusqu'à justifier la suppression totale des opérations posées comme on peut le constater dans *Let's abolish Pencil and Paper Arithmetic* d'Anthony Ralston de l'Imperial College de Londres[5] dont voici l'abstract :

This article proposes that paper-and-pencil arithmetic no longer be taught in elementary school and that it be replaced by a curriculum which emphasizes mental arithmetic much more than at present and in which calculators are used for instructional purposes in all grades including kindergarten. The article analyzes and refutes the arguments made by "back-to-basics" proponents against the use of calculators and for traditional instruction in the algorithms of pencil-and-paper arithmetic. The value of mental arithmetic in achieving all the aims - and more - of the traditional curriculum is argued. Also considered is the outline of an elementary school mathematics curriculum without pencil-and-paper arithmetic. As well, the impact of such a curriculum on secondary school and

---

[3] Education Week du 2 Septembre 1994
http://www.edweek.org/ew/1994/20lein.h13
Steven Leinwand n'est pas une personnalité de peu de poids que je citerais pour construire de toutes pièces un ennemi à la mesure de ce que je veux démontrer puisqu'il faisait partie du panel fédéral d'experts qui ont proposé aux USA un avis favorable sur une famille de curriculum qui néglige l'apprentissage des opérations posées.
Voir http://www.mathematicallycorrect.com/riley.htm

[4] In B.O. spécial 7 , 26 Août 1999
http://www.education.gouv.fr/bo/1999/special7/math.htm

[5] Anthony Ralston, SUNY at Buffalo and Imperial College, London, *Let's Abolish Pencil-and-Paper Arithmetic*, Volume 18, Number 2, pp. 173-194 (1999), Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching
http://www.doc.ic.ac.uk/~ar9/abolpub.htm

college mathematics is discussed. Finally, the barriers to achieving what the article advocates are assessed.

Dans cet article , A. Ralston propose développer le calcul mental jusqu'à utiliser des techniques du type de celles mises au point par Trachtenberg[6] au XIX^{ème} siècle – qu'il ne cite pas pour paraître novateur ?- qui permettent par exemple de calculer de tête les multiplications jusqu'à 100×100.[7]

Avant d'analyser plus en détails ces positions, faisons un petit détour.

---

[6] Méthodes de calcul mental de Trachtenberg ;
http://www.habarbadi.com/tracmath/ ou http://hucellbiol.mdc-berlin.de/~mp01mg/oldweb/1mutrach.htm

[7] J'ai moi-même utilisé ces techniques en cours et on peut montrer que, bien qu'elles tiennent un peu de la virtuosité gratuite qui n'est jamais souhaitable, elles sont utiles mais à condition de les lier à l'apprentissage des opérations posées. Par contre il est tout à fait facile de reprendre ce qui se faisait dans les années 1900, c'est-à-dire de connaître par cœur – avec justification géométrique accessible en CM - les tables jusqu'à 20, ce qui permet ensuite, entre autres, de calculer mentalement une suite de deux augmentations en pourcentage du type augmentation de 70% suivie d'une augmentation de 80% . Comme 18×17 = 306, ceci correspond à une augmentation globale de 206%. Avec application conséquente aux ordres de grandeurs que je n'enseigne pas seulement comme justificatif de l'emploi des calculettes.
Voir mon cours de calcul mental de sixième – sans la justification géométrique - : http://casemath.free.fr/six/6mult.pdf

Petit détour par les extractions de racines

Pour faire bonne mesure, Roland Charnay veut nous montrer que la position qu'il défend sur les opérations posées et la division n'est pas une position strictement sur ce sujet mais a une portée générale – et nous en serons d'accord avec lui car c'est une position, que nous ne partageons pas, sur la nature des mathématiques – et il cite pour conforter ses dires l'exemple de la racine carrée[8].

> *Il existe cependant de nombreux exemples de techniques dont l'usage est devenu obsolète et qui ne sont plus enseignées, sans que, pour autant les notions disparaissent des programmes. Les élèves connaissant la signification de la racine carrée, alors même que l'algorithme d'extraction de la racine carrée n'est plus enseigné.*

Nous retombons effectivement sur la même problématique, celle de *l'usage*, qui détermine la justification du non-enseignement d'une notion par l'obsolescence de son usage dans la société.

Poser la question en ces termes , c'est-à-dire ne s'intéresser à l'algorithme que comme moyen de trouver un résultat, c'est-à-dire sans voir sa valeur intrinsèque est une conception purement utilitariste, qui est certes actuellement dominante, mais qui ne l'a pas toujours été.

Pour démontrer cela, nous prendrons ensuite l'exemple non pas de l'extraction de la racine carrée , mais même pire probablement aux yeux de la commission Joutard, celui de l'algorithme de l'extraction de la racine cubique en examinant les raisons pour lesquelles il a été enseigné.

Mais commençons par la racine carrée : il existe une base rationnelle pour prétendre que l'extraction de la racine carrée à la main n'était enseignée que parce que c'était le seul moyen de trouver la valeur approchée d'une racine carrée. Il s'agit, à l'époque où il n'y avait pas de calculatrices comme objets largement répandus,
- des classes situées entre le moment où l'élève apprend le théorème de Pythagore – il a effectivement besoin d'un moyen de calcul de la racine carrée - et celui où il apprend les logarithmes car ceux-ci permettent un calcul beaucoup plus rapide et facile[9] .
- des activités sociales hors école pour des métiers où il y a nécessité de calculer des racines carrées pour gens qui n'ont pas suivi les cours jusqu'au moment où les logarithmes sont enseignés (notamment ceux qui n'ont que le Certificat d'Etudes).

Dans ces classes là, on apprend effectivement l'algorithme sans justification. Et le raisonnement utilitariste peut dire, puisqu'il considère que c'étaient les programmes de l'école de la III^{ème} République qui étaient utilitaristes : "*Vous voyez bien , on apprenait aux élèves l'extraction de la racine carrée , et en plus mécaniquement sans leur en justifier l'algorithme, <u>seulement</u> parce qu'ils en avaient besoin pour utiliser le théorème de Pythagore*" .

Mais ce raisonnement ne tient pas car, par exemple, le programme de Terminale de la classe de Mathématiques de 1925 , niveau pour lequel les élèves peuvent tout à fait utiliser les logarithmes pour calculer une racine carrée inclut non seulement l'algorithme de l'extraction de la racine carrée à la main mais sa justification.

Passons maintenant à la racine cubique en prenant notre exemple dans un manuel de très haute qualité puisque c'est une des seules collections de manuels de terminale de cette époque rééditée par les Editions Gabay, c'est-à-dire dans le *Cours d'Arithmétique Elémentaire* par F.G.-M (Editions Mame, Tours). Il comprend, bien que ce soit hors programme, un chapitre complet , le chapitre II du Livre IV, intitulé *Cubes et racines cubiques*

---

[8] Roland Charnay et la commission Joutard ne sont pas les seuls, loin de là, à penser que ce contre exemple a une telle puissance de conviction qu'il permet d'éviter toute justification de leur part, d'éviter toute débat rationnel et permet, sans discussion de faire passer ceux qui auraient un avis contraire pour de vieux ringards.
" *Qui songerait encore à enseigner l'algorithme de l'extraction de la racine carrée d'un nombre positif?* " se demande Joël Briand.
In *Conditions d'utilisation et utilisation effective des savoirs didactiques dans la formation des enseignants en mathématiques, Joël Briand ,Maître de Conférences IUFM de Bordeaux*
http://ds.unil.ch/ssrdm/SSRDM/bulletins/bulletin2e98/b2condition.htm

[9] Rappelons que les logarithmes étaient non seulement enseignés comme outils de calculs, mais justifiés en classe de première, toutes sections, <u>littéraire compris</u>, à partir des proportions géométriques et arithmétiques (Par exemple, programme officiel du 3 Juin 1925). Mais ceci était également le cas pour le programme de troisième des Ecole Primaires Supérieures.. Si j'ai souligné *littéraires compris*, c'est que même pour des littéraires, l'objectif de l'enseignement des mathématiques n'était pas d'être une matière de service.

qui explique et justifie de la page 146 à 152 l'extraction à la main de la racine cubique. Or nous sommes dans une situation où la connaissance de cet algorithme n'est absolument plus nécessaire comme moyen de calcul des racines cubiques puisque les élèves connaissent l'utilisation des tables de logarithmes.

Je ne connais pas les textes officiels, s'il y en a, qui justifient l'existence de cet enseignement. Mais on peut en avoir une petite idée en lisant l'observation figurant à la fin du cours sur l'extraction des racines cubiques dans un manuel de 1864 :

> " *Observation. Nous venons d'indiquer la marche à suivre pour l'extraction d'une racine cubique, et c'est tout ce qu'exigent les nouveaux programmes de l'enseignement. En effet, les multiplications et les tâtonnements auxquels donnent lieu les divers chiffres de la racine rendent l'opération pour ainsi dire impraticable, taudis que l'emploi des logarithmes permet d'extraire les racines, cubiques avec une grande rapidité.* "[10]

La conception ici présente ne détermine pas la nécessité de l'enseignement de l'algorithme de l'extraction de la racine cubique à partir de sa nécessité sociale puisque personne ne l'utilise en dehors de l'école. Elle ne la détermine pas non plus par son usage scolaire puisque, même à l'école, on utilise les logarithmes pour calculer la racine cubique. Elle ne la détermine même pas par sa facilité d'exécution car il est *impraticable*. Elle la détermine par l'intérêt intrinsèque de l'algorithme qui, mais je reviendrai plus précisément là-dessus, est de … permettre de trouver une valeur approchée , avec la précision voulue, de la racine cubique d'un nombre entier où décimal directement, c'est-à-dire sans appel à des théories plus sophistiquées comme les tables de logarithmes.

Il y a donc là, par rapport à la position de M. Charnay et de la commission Joutard une réelle différence de conception de la détermination du contenu de l'enseignement. La seule demande que l'on peut faire est qu'ils en conviennent.

Bien sûr, ces remarques ne signifient pas, dans l'état actuel du débat, que nous défendions l'apprentissage de l'algorithme de l'extraction de la racine cubique et sa justification à quelque niveau que ce soit. Simplement , M. Charnay a souhaité parlé de l'extraction des racines et nous lui avons emboîté le pas. Par contre il me semble souhaitable d'enseigner tout d'abord l'extraction de la racine carrée à la main et, plus tard, la justification de son efficience, tout ceci pour des raisons que je donnerai plus tard[11].

Rappelons cependant que, comme l'extraction la racine carrée à la main n'est plus enseignée à l'école car elle était jugée trop *scolaire* , *mécanique* et *ennuyeuse,* elle devient un fleuron des mathématiques *ludiques* et *intelligentes* des jeux mathématiques. Le tour de la *division posée* ne saurait manquer d'arriver car ce processus est général et va beaucoup plus loin que la dévalorisation du savoir scolaire honni transmuté en éveil de l'esprit : alors que les professeurs s'échinent à comprendre les copies de leurs élèves car on a notablement diminué l'importance de l'enseignement de la grammaire et de l'orthographe, ces savoirs sont valorisés comme objets médiatiques dans différentes compétitions. Ils passent ainsi finalement du statut de savoir scolaire à celui d'articles de commerce.

[10] *Eysseric,* professeur de physique et *J.-B. Gautier,* Arithmétique, premier volume, Ouvrage approuvé par le Conseil Supérieur de l'Instruction Publique le 13 Février 1844, F. Tandou et Cie, Librairie –Editeurs, rue des ecoles , 78. Trentième édition, 1864. Page 275.

[11] J'ai une expérience comparative de l'enseignement de la racine carrée avec ou sans l'extraction à la main (sans justification de l'algorithme). Mais je n'aborderai pas ici cette *expérience* par principe car je souhaite restaurer l'importance, dans la conception de l'enseignement, des programmes et de leurs cohérences. Je voudrais noter à ce propos une incohérence de nombre de mes opposants qui proclament "le programme n'est pas tout " – ce qui est tout à fait vrai – en disant " l'important n'est pas le programme mais ce qu'on fait en classe", mais montent sur leurs grands chevaux des qu'on critique les programmes de la commission Joutard.

Double Scoop : G. S. Hall et "Jules Ferry"

L'exemple de la racine carrée, judicieusement mis en avant par Roland Charnay, est bien de même nature que celui des opérations . On sait donc qu'il peut existe une conception – que ne partage pas M. Charnay - qui ne détermine pas la nécessité de l'apprentissage de l'opération posée à partir de l'existence ou non d'un dispositif technique qui donne, lui aussi, le résultat (nous acceptons même de nous placer dans le cas d'une calculette *idéale* pour éviter les faux débats).

Mais ceci ne résout pas le problème de l'utilisation de la calculette comme outil pour l'apprentissage des opérations, de la numération et du calcul.

Il est donc intéressant de se reporter à une époque, la fin du XIX$^{\text{ème}}$ siècle, où

- existaient des machines à calculer même si ce n'était pas des objets largement répandus (mais qui auraient pu être approuvés comme outils d'apprentissage)
- existaient d'autres dispositifs, comme les bouliers, qui permettaient d'effectuer la majorité des calculs nécessaires dans la société et pouvaient être utilisés comme outils d'apprentissage.

En cette fin de siècle quelle sont les réponses pédagogiques apportées par deux grands courants de pensée que je prends volontairement à l'opposé l'un de l'autre ? Je citerai le courant de pensée qui est représenté par G. S. Hall et celui appelé ici "Jules Ferry" mais qui correspond aux positions du Dictionnaire pédagogique de Ferdinand Buisson.

<u>La réponse de G.S Hall</u>

Granville Stanley Hall (1844-1924), dit G.S. Hall, est, parmi nos deux *témoins*, celui qui a eu – et qui a encore - le plus d'influence, au niveau mondial, sur les théories pédagogiques actuelles, infiniment plus en tout cas que F. Buisson et surtout, Henri Sonnet qui est cité par Buisson dans l'article *Boulier* du Dictionnaire de pédagogie et qui a écrit beaucoup d'articles mathématiques dans ce dictionnaire..

Il est en effet considéré comme le fondateur de la psychologie de l'enfant, de la psychologie de l'éducation (voir article On-line de l'*Encyclopædia Britannica*), c'est lui qui accueillera S. Freud aux USA…

Sa position est assez simple, à la fois sur le calcul et l'écriture :

> " *Nous devons dépasser le fétichisme de l'alphabet, de la table de multiplication, de la grammaire des gammes, du livre, déclarait-il, et nous devons nous dire que nos ancêtres étaient, il y a quelques générations, illettrés... Que Cornélie, Ophélie, Béatrice et même la bienheureuse Mère de Notre-Seigneur ne savaient ni lire ni écrire"*[12]

Il ne se pose pas la question de l'intérêt des algorithmes des opérations ou de toute autre question ayant un lien avec le contenu de l'enseignement et des programmes car il est tout entier concentré sur l'expression de la liberté absolue de l'enfant – Boorstin montre la filiation avec l'enfant-roi des best-sellers du bon Docteur Spock depuis les années quarante aux USA – pour lequel , bien sûr, l'apprentissage de la grammaire, des opérations ne sont que des brimades :

---

[12] Cité par Daniel BOORSTIN, in *Histoire des Américains*, Chapitre 27 *Non pas "méchant" mais "déviant" : Stanley Hall, Arnold Gessell et le bon Dr Spock , collection Bouquins.*
Daniel Boorstin est un écrivain méconnu ici, Prix Pulitzer, ancien directeur de 1975à 1987 également de la *Library of Congress*, directeur du *National Museum of American History*, historien Senior de la *Smithsonian Institution de Washington*, professeur dans différentes universités dont la Sorbonne…. On lira avec profit aussi son livre *Les découvreurs.* Il est entre autres en 1961 le premier critique de la *Civilisation de l'Image* dont on nous rebat les oreilles comme justification des pires aberrations pédagogiques avec son livre au titre évocateur *The Image: A Guide to Pseudo-Events in America.* On comprend donc qu'il n'est pas souvent cité par la doxa dominante d'autant plus que la préface française de *Histoire des Américains* se termine par " *D'autres raisons me laissent espérer que ma conception de l'histoire dans cet ouvrage intéressera le lecteur français… Il n'est pas de pays où l'on ait aujourd'hui une vision plus large du sens de l'histoire. J'éprouve donc une rare satisfaction à présenter mon livre aux lecteurs français*". J'espère simplement contribuer modestement à la diffusion de ses idées.

"Prévoyant le déclin de la grammaire et le règne de la langue parlée dans l'Amérique du XIXème siècle, [G. S. Hall] annonça aussi que la grammaire, la rhétorique et la syntaxe seraient remplacés par "les arts du langage" plus démocratiques et l'expression orale en public. D'après lui, la langue n'aurait jamais dû faire l'objet d'un enseignement formel. L'enfant devait être invité à parler, dire ses sentiments, quels qu'ils soient, de préférence avec toute la spontanéité et la fraîcheur de son langage à lui."[13]

Nous tombons donc dans le pseudo-évenement de l'actualité de *l'ennui à l'école.* Mais les positions de G. S. Hall sont encore plus actuelles sur le sujet qui nous intéresse car il est aussi le créateur de *l'enfant au centre,* qu'il appelle *pédocentrisme.*

"En quelques décennies, comme l'historien Lawrence Cremin l'a montré, Hall, et ses disciples allaient accomplir, dans le domaine de l'éducation américaine, une révolution copernicienne. Le centre de l'univers éducatif allait passer du " sujet "[14] *et du maître à l'enfant. Hall expliqua que, jusqu'à son époque, l'éducation avait été* scholiocentrique - *centrée sur l'école et ses exigences* - *mais que maintenant elle devait devenir* pédocentrique - *centrée sur l'enfant, ses besoins et ses désirs."*[15]

Or cette conception, qui, après les USA, a pris de l'importance en France depuis les année 60 est maintenant non pas une simple conception comme une autre mais a force de loi depuis la loi de 1989 en tant que principe opposé à la centralité de la transmission des contenus et donc de la définition précise de ceux-ci. On peut donc dire que, que ce soient pour les conséquences pédagogiques de l'*ennui*, de la "civilisation" de l'*oral*, du *débat* et de l'*image*, du *pédocentrisme*, de l'enseignement de la grammaire … la problématique de G.S. Hall est de première importance. D'autant plus que l'on peut dire que, historiquement, sa problématique, qui consiste à déduire le contenu de l'enseignement à partir de l'évolution de la société (la prévision du déclin de la grammaire et la domination de la langue parlée lui sert à justifier d'enseigner encore moins l'écrit et la grammaire, ce qui n'est pas sans effet sur le déclin de l'écrit) est la matrice – à moins que l'on m'en donne des exemples antérieurs[16] - de la problématique avancée par R. Charnay.

Quelle que soit l'analyse que l'on en fait, il existe donc bien des courants pédagogiques, et pas des moindres, qui sont contre l'apprentissage des algorithmes des opérations et de tout ce qui est considéré, à tort, comme exclusivement mécanique, y compris si ce sont des connaissances utiles dans la société. C'est la seule chose que je voulais montrer.

La réponse de Jules Ferry en la personne de Ferdinand Buisson en 1887

Elle est en deux parties. Tout d'abord un extrait de l'article *Abstraction*[17] du dictionnaire pédagogique

---

[13] *D. Boorstin*, op. cit..

[14] C'est le fameux , dés le début du XXème siècle *Teach the child, not the subject*..
Voir Michel Delord, *Huile de ricin et Coca-Cola : Aux sources troubles de la pédagogie de projet*, in Revue Panoramiques, "*Education nationale, des idées à rebrousse poil*", Premier trimestre 2002, N° 56 .
http://www.sauv.net/ricin.htm

[15] *D. Boorstin*, op. cit..

[16] Il y a bien sûr tout le courant, qui se reconnaît lui-même comme réactionnaire au sens fort, qui s'oppose à l'instruction au nom de l'éducation. Mais je vise ici les antécédents historiques qui aboutissent à refuser l'instruction au nom d'une conception présentée comme progressiste et moderne.
Pour le courant ouvertement réactionnaire, nous pouvons citer La Mennais :
"Cependant, dira-t-on, que concluez-vous? Faut-il laisser le peuple sans éducation? Qui prétendit jamais rien de semblable? Non certes, il faut que le peuple reçoive une éducation; c'est son premier besoin. Mais, qu'on ne s'y trompe pas, j'entends une éducation véritable, une éducation qui embrasse tout l'homme, et le forme à l'état social; car pour une futile instruction, qui devient, selon les circonstances, un bien ou un mal, ce n'est pas plus l'éducation qu'une académie n'est une société." In *De l'éducation du peuple*, Article du *Conservateur*, T1, page 145.

[17] http://michel.delord.free.fr/fb_abstr.pdf

"Si légitime que soit cette réaction contre l'abus des procédés abstractifs et déductifs, il ne faudrait pas la pousser jusqu'à les bannir de l'enseignement. Il ne faut même pas reculer trop tard le moment où l'on fera de l'abstraction la forme et la condition de tout l'enseignement : trouver pour chaque élève et pour chaque étude le moment précis où il convient de passer de la forme intuitive à la forme abstraite est le grand art d'un véritable éducateur. Un enfant qu'on habituerait à ne jamais faire cet effort d'intelligence qu'exige l'abstraction, puis la généralisation, risquerait de prendre une sorte de paresse d'esprit, une lourdeur ou une difficulté de conception extrêmement fâcheuse, (Si l'on en veut un exemple, V. Boulier.)"

Suivie d'un extrait de l'article Boulier :

"BOULIER-COMPTEUR, BOULIER-NUMÉRATEUR, etc. — On appelle ainsi des instruments employés dans les salles d'asile et dans les classes très élémentaires pour initier de tout jeunes enfants à la première pratique du calcul.

… [Suit une description des différents types de bouliers, y compris ceux qui ont des modifications qui visent un aspect pédagogique d'apprentissage et pas seulement l'efficacité calculatoire]

Chaque exposition donne naissance à une multitude de bouliers prétendus nouveaux et qui se recommandent par des combinaisons quelquefois ingénieuses ; le détail en importe peu ici.

Ce qui importe, au contraire, c'est de déterminer en quel sens et dans quelle mesure l'emploi du boulier doit être approuvé. Il a rencontré des adversaires sérieux. L'un d'eux, M. Rambert, professeur à l'école polytechnique de Zurich, disait à propos des bouliers figurant à l'exposition de Vienne :

> *« Le boulier corrompt l'enseignement de l'arithmétique. La principale utilité de cet enseignement est d'exercer de bonne heure, chez l'enfant, les facultés d'abstraction, de lui apprendre à voir de tête, par les yeux de l'esprit. Lui mettre les choses sous les yeux de la chair, c'est d'aller directement contre l'esprit de cet enseignement. La nature a donné aux enfants leur dix doigts pour boulier ; au lieu de leur en donner un second, il faut leur apprendre à se passer du premier. On dit que le boulier donne aux maîtres beaucoup de facilité pour ses explications. Je le crois. On a vite compté sur le boulier que 10 et 10 font 20 ; mais l'enfant qui n'a fait que le compter sur le boulier a perdu son temps, tandis que celui qui l'a compté de tête a fait le plus utile des exercices. Il faut un complément et un correctif à l'enseignement par la vue ; c'est au calcul mental qu'il convient de le demander. »*

Le sagace et spirituel critique a, peut-être bien, confondu ici les bouliers avec les machines à calculer. Nous avons fait ailleurs (V. Anthmomètre), nos réserves expresses sur les machines à calculer, si ingénieuses qu'elles soient. Un juge d'une grande autorité, M. Sonnet, a parfaitement dit :

> *« Le calcul mental est la base de toute instruction en ce qui concerne le calcul ; toute machine qui a la prétention de suppléer au calcul mental va contre le but de l'enseignement. »*

Mais le boulier n'est pas un arithmomètre : il facilite le travail de l'élève, mais il ne le supprime pas ; et d'ailleurs il ne s'adresse qu'aux tout jeunes enfants."

a) Il y a donc une stricte interdiction de l'utilisation des machines à calculer <u>à l'école primaire</u> car elles sont effectivement pédagogiquement quasiment inutiles. Tout en partageant l'opinion de cette inutilité pédagogique, on ne peut en partager actuellement l'interdiction car, si à l'époque de Buisson peu d'élèves étaient destinés à user de machines à calculer dans leur métier, et si le petit nombre qui était destiné à le faire avait de toute façon une formation professionnelle sur le sujet, il est maintenant sûr que tous les élèves auront à s'en servir et qu'il faut donc les y préparer. Mais nous verrons que la préparation à l'usage de la machine se caractérise essentiellement non pas par son utilisation précoce mais par une meilleure maîtrise des opérations posées (notamment la division des décimaux) et par plus de temps passé à en faire pendant le temps scolaire puisque on est sûr que les connaissances sur ce sujet ne seront plus entretenues comme avant par une pratique postscolaire de ces opérations. Cette position est clairement antagonique à celle de la CREM : "*Il semble difficile d'exiger de l'école qu'elle consacre une part importante du temps réduit dont elle dispose pour développer des compétences que plus personne n'utilise.*"(*Rapport sur le calcul,* page 25)

b) La position sur le boulier (ou d'autres abaques) est effectivement différente pour une raison simple qui est la suivante : dans un boulier, l'élève peut voir comment se passe l'opération et ses sens , aussi bien la vue que le toucher, lui permettent de percevoir un modèle physique de l'opération. Le cas de la calculatrice est tout autre car il s'agit d'une boite noire pour celui qui n'est pas arrivé à un haut degré mathématique de compréhension. Non seulement un élève qui n'a pas compris comment faire une opération à la main mais également un qui n'est pas arrivé à un niveau suffisant de compréhension des opérations à la main et du fonctionnement de la calculatrice n'en retire rien pour la compréhension de l'opération mais il apprend par contre à avoir une approche magique de la machine et des objets techniques en général. (Voir Annexe : *Comment "avoir juste" sans comprendre*)

c) Il est également extrêmement judicieux de noter que le boulier ne donne qu'un modèle physique de l'opération (*vu par les yeux de la chair*) qui, aussi apuré soit-il, n'est pas le "modèle" abstrait de l'opération (*voir par les yeux de l'esprit*). Celui-ci ne peut être, s'il est précisément *un modèle abstrait de l'opération*, qu'un modèle qui fonctionne sur tous les nombres, ceux-ci étant exprimé dans une base donnée[18] : même si l'*opération posée* n'est pas une pure abstraction puisqu'elle est écrite, ce ne peut être qu'elle, ce qui impose qu'elle ne soit pas simplement maîtrisée sur les *petits nombres*, le calcul mental en étant une première étape nécessaire. La raison des limitations de l'aspect abstrait du boulier est qu'il fonctionne avec des boules et 5 boules seront toujours 5 boules et jamais 5.

On s'aperçoit donc que la position développée par les auteurs du dictionnaire pédagogique il y a plus d'un siècle n'est pas une position sur les *machines à calculer* mais sur la nature des mathématiques, position d'autant plus remarquable si on la pense dans le contexte de l'évolution de cette matière à cette époque. J'argumenterai, entre autres, dans la partie II pour montrer qu'elle permet , peut-être pas à elle seule et avec des limites, de comprendre également les faiblesses de la mise en avant des *procédures personnelles* en essayant de montrer l'intérêt positif qu'il y a à apprendre *les algorithmes classiques*. D'autre part, j'essaierai de dire quelques mots sur le calcul mental.

Il me suffisait de faire sentir dans cette première partie que la position qui semble très naturelle et simple de R. Charnay lorsqu'il affirme :

"*La question de l'enseignement du calcul apparaît, a priori, simple et pourrait être résumée de la façon suivante. D'abord, un constat : dans la société, l'usage des calculatrices et des ordinateurs s'est substitué à celui des techniques opératoires posées* "

n'est pas aussi simple que cela et méritait un petit démontage.

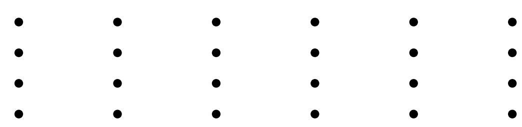
Avant de conclure je voudrais revenir sur deux affirmations du texte de R. Charnay, ce qui permettra d'alléger la partie II.

a) Les adultes allemands ou anglo-saxons n'ont, par exemple, jamais appris à calculer une division sans poser les soustractions intermédiaires (Note 4)

---

[18] Le "modèle" du produit cartésien (le produit étant le cardinal du produit cartésien) n'est accessible qu'à un niveau beaucoup plus élevé et ce fut un grand tort de vouloir commencer par lui. D'autant plus que le "modèle du produit cartésien" était un bien grand mot qui recouvrait exactement ce qui était recommandé en 1880 :

"*On montrera sur un tableau analogue à celui-ci :*



qu'un produit de deux facteurs est indépendant de l'ordre de ces facteurs; et l'on utilisera cette propriété pour faire la preuve de la multiplication." In Henri Sonnet, Article *Arithmétique* du dictionnaire pédagogique de Ferdinand Buisson, Tome 1 de la première partie , pages 114 à 118.

L'enseignement ancien nuisait beaucoup à la commutativité de la multiplication (APMEP 72 et Brissiaud 1999) !!!

b) Combien d'adultes, même lettrés, sont capables de calculer correctement un quotient et un reste corrects pour la division de 72,15 par 5,3 ?

a) Les adultes allemands ou anglo-saxons n'ont, par exemple, jamais appris à calculer une division sans poser les soustractions intermédiaires

Je ne connais pas la situation en Allemagne mais un peu plus celle dans les pays anglo-saxons. Or l'affirmation n'y est que partiellement vraie. Ils appliquent en fait pour les diviseurs supérieurs à 12 la *long division* qui correspond à la division française mais en posant les soustractions. Par contre, pour les diviseurs jusqu'à 12, ils apprennent et peuvent utiliser la *short division* où l'on ne pose pas les soustractions[19]. Des études ont été menées sur ce sujet dans les années 50. La conclusion en est :

> *" From the evidence revealed (by tests by the Scotland Council resaerch in Education) it would appear to be an advantage to teach the long division form to all, except, perhaps, the most gifted pupils".*[20]

La position qui semble critique par rapport au fait de ne pas poser les soustractions me semble contradictoire avec la volonté affichée de développer le calcul mental. A mon sens, les baisses de capacité en calcul mental des élèves français peuvent au contraire être en lien avec l'abandon progressif de l'apprentissage des divisions sans poser les soustractions suivant la méthode française classique car elle obligeait à un calcul non écrit.

b) Combien d'adultes, même lettrés, sont capables de calculer correctement un quotient et un reste corrects pour la division de 72,15 par 5,3 ?

Effectivement, actuellement très peu mais il serait intéressant d'avoir des statistiques fiables en fonction de l'âge.

On a en effet, datant de 1996 pour l'Angleterre, des statistiques précises[21], mais sur la maîtrise d'opérations arithmétiques plus simples[22]. Elles montrent que les meilleurs résultats sont obtenus, en gros, par les plus vieilles générations, c'est-à-dire celles qui ont appris plus fermement le calcul (bien que la situation en Angleterre soit bien pire que celle prévalant en France) comme le montre le tableau suivant[23] qui exprime le pourcentage de réussite complet –les 12 questions - en fonction de la tranche d'âge.

Tranche d'âge	16-24	25-34	35-44	45-54	55-60
% de réussite	16%	16%	19%	29%	29%

Sans entrer dans de longs examens, on peut observer ces chiffres en remarquant que

- comme la réforme des maths modernes apparaît dans le début des années 60/65 en Angleterre, un élève qui a 5 ans en 1960 a 41 ans en 1996.

[19] Un diaporama sur la *short division* : http://www.bridgendgfl.net/resources/division.ppt

[20] *The teaching of mathematics in Primary School, A report prepared for the Mathematical association for consideration by all concerned with the development of young children,* 1956 , printed again in 1963, London, Bell and Sons , LTD, p. 114.

[21] Source : *International Numeracy Survey*, by the Basics Skills Agency, London. January 1997.

[22] Le test porte sur les 12 calculs suivants :
Calculer 5-1,78 ; 5-2,43 ; 5,5 + 7,25 + 3,75 ; 4,25 + 7,74 ; 6×21; l'aire d'une pièce de 11m sur 18 m ; nombre de pommes pour chaque personne si une caisse de 72 est partagée entre 6 personnes; Enlever 15% de 700; nombre d'enfants dans une foule de 7900 personnes si la proportion des enfants est de 10% ; Combien valent les 5/6 de 300? Nombre de livres qui ne sont pas en vente si un tiers est en vente et si le nombre total des livres est 420.

[23] *International Numeracy Survey,…,* page 18.

- comme le *Cockcroft Report* date de 1981 et recommande – même si la mise en place est insuffisante *selon Anthony Ralston*[24] – la suppression de l'apprentissage de la *long division*, un élève qui a 5 ans en 1981 a 20 ans en 1996.

On peut donc penser que le nombre faible d'adultes sachant effectuer la division de 72,15 par 5,3 n'est pas indépendant du fait qu'on la leur ait appris ou non à l'école. Or nous avons un élément en 1982 : on pouvait lire dans la collection ERMEL qui est la référence pour l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement primaire, référence éditée par l'Institut National de la Recherche Pédagogique :

> *" Il n'est pas inutile de rappeler ici que la division de deux nombres décimaux ne relève pas des programmes du Cycle Moyen et est donc mise en place au cours du premier cycle de l'enseignement secondaire. Cette décision est de notre point de vue pleinement justifiée dans la mesure où l'on sait que, s'il est assez aisé d'inculquer aux élèves une technique efficace pour cette division, les enseignants savent d'expérience que l'apprentissage raisonné pose de sérieux problèmes théoriques et pédagogiques, qu'une infime minorité d'élèves peut réellement dominer à l'âge de onze ans."*[25]

Or le fait d'abandonner l'apprentissage d'une des quatre opérations sur les entiers et les décimaux au primaire, surtout pour la division qui est la plus difficile, signifie, pour de multiples raisons que je pourrai développer si on me le demande au cours du débat, qu'elle ne sera pas apprise ensuite. Il y avait d'ailleurs une inquiétude sur cette question à l'époque des maths modernes , non seulement aux USA dés les années 60[26], mais aussi en France puisque même dans la revue de l'APMEP déjà citée qui défend les nouveaux programmes de 1970 , le rapporteur de l'école d'application Flammarion à Lyon note :

> "*Il ne faut pas perdre de vue , par exemple, qu'à la sortie de l'école élémentaire, les enfants doivent* ***savoir compter***[27]*, avec tout ce que cela sous entend. Ils ne l'apprendront pas après*."[28]

Roland Charnay était déjà membre de l'équipe Ermel[29] et a donc été partisan du report de l'apprentissage de l'algorithme de la division des décimaux hors du primaire il y a plus de vingt ans, report qui est sûrement facteur de la non maîtrise de celui-ci par les adultes actuels : il est quand même d'un fondamental *mauvais goût* de servir maintenant de cette non maîtrise par ceux-ci comme argument pour justifier une minimisation supplémentaire de l'apprentissage des opérations.

---

24 *Let's Abolish Pencil-and-Paper Arithmetic*, op. cit., http://www.doc.ic.ac.uk/~ar9/abolpub.htm

25 Ermel , *Apprentissage des calculs à l'école élémentaire Cycle Moyen* , Institut National de la Recherche Pédagogique , SERMAP-Hatier, Paris, 1982. Tome 2, page 145.

26 Voir la chanson de *Tom Lehrer* [http://www.dp9.com/cool/hilary/math.htm] qui a aussi fait la une du *Wall Street Journal* au moment de la Lettre à Riley [http://www.mathematicallycorrect.com/riley.htm]

27 Souligné dans l'original.

28 In *La mathématique à l'école élémentaire*, Paris, Supplément au bulletin APMEP n° 282, 1972, 502 pages. Pages 77-78.

29 Son nom figure comme responsable de la rédaction.

Annexe : Comment "avoir juste" sans comprendre

J'ai respecté dans ce texte la lettre de ce qui est écrit dans la citation de la commission Joutard. En fait la position de la commission Joutard n'est pas seulement de minimiser l'importance des opérations posées mais de recommander de faire à la calculette des opérations que les élèves ne savent pas faire à la main non pas parce que les nombres en sont "trop grands" mais parce qu'il s'agit de type de nombres dont l'opération n'est pas au programme.

On y lit en effet

> ***Le calcul d'un quotient*** *décimal issu de la division de deux entiers ou* ***d'un décimal par un entier n'est donc pas une compétence exigible au cycle 3****. (Page 26) …*
>
> [mais]
>
> ***Utiliser une calculatrice pour déterminer le quotient*** *entier ou décimal (exact ou approché) de deux entiers ou* ***d'un décimal par un entier****.(Page 28)*[30]

Cette pratique est maintenant recommandée mais elle fait partie de pratiques qui sont très courantes en primaire dans la mesure où il n'y a jamais eu, bien au contraire, de directives très strictes pour les contrer.

Voici le compte-rendu d'une expérience réellement réalisée devant des adultes.

Illusion langagière
Ou
J'ai juste, Msieur

a) L'élève

L'élève lit sur son cahier :

Donner le résultat de l'opération suivante:
*247 * 53 =*

Il prend sa calculette et tape successivement, comme c'est écrit dans le texte, sur les touches

$\boxed{2}$ $\boxed{4}$ $\boxed{7}$ $\boxed{*}$ $\boxed{5}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$

La calculette affiche :

$\boxed{\quad\quad\quad\quad\quad 13901}$

Et l'élève écrit sur son cahier
247 * 53 = 13901
La réponse est juste.

Question simple : quelles sont les compétences nécessaires pour accomplir cette tâche ?

Il lui suffit de lire dans l'ordre les signes 2,4,7, *, 5, 3, = et de taper sur les touches correspondantes dans le même ordre pour obtenir l'affichage souhaité. Cela ne suppose aucune compréhension de ce que peut vouloir dire "247 * 53 = ". Il s'agit bien des compétences d'un robot.

---

[30] In ***Documents d'application des programmes :Mathématiques –Cycle des approfondissements (Cycle 3), applicable à la rentrée 2002*** –CNDP .
Auteurs : Roland CHARNAY, Luce DOSSAT, Jean FROMENTIN, Catherine HOUDEMENT, Nicole MATULIK, Guy PIGOT, Paul PLANCHETTE .
http://www.cndp.fr/textes_officiels/ecole/math_Ecole_C3.pdf

Le programme du primaire récemment adopté (*B.O.E.N Hors-Série N°1, 14 Fév. 2002*, page 85) place précisément les élèves dans l'obligation de faire à la calculette des opérations qu'ils ne savent pas faire à la main puisqu'il limite les compétences sur la division au quotient d'un nombre entier (à 4 chiffres maximum) par un nombre entier (à deux chiffres maximum) en excluant tout quotient décimal et toute division comportant des nombres décimaux tandis qu'il affirme que l'élève doit " *utiliser une calculatrice pour déterminer […] le quotient entier ou décimal (exact ou approché) de deux entiers ou d'un décimal par un entier;…*"

b) Expérience d'un enfant par un adulte :

Pour qu'un adulte qui sait déjà calculer revive l'expérience d'un élève qui trouve le bon résultat sans comprendre pourquoi.

L'exercice est le suivant et destiné à toute personne ne sachant pas ce qu'est l'hexadécimal :

Calculer en hexadécimal en utilisant le mode scientifique de la calculatrice de Windows
*A * B =*

Vous ne savez pas ce que cela veut dire : aucune importance, vous allez trouver le bon résultat.

1) Vous ouvrez donc la calculatrice de Windows (*Démarrer, Programmes, Accessoires, Calculatrice*)

2) La *recherche d'indices* dans l'énoncé vous apprend que vous devez utiliser le mode scientifique de la calculatrice. Parmi les menus disponibles, vous n'avez que *Edition (Copier / Coller)* et *Affichage (Standard / Scientifique)* : votre sens aigu (des mathématiques ?) vous commande de choisir *Affichage* puis *Scientifique.*

3)La calculatrice en mode scientifique s'affiche. Une dernière "recherche d'indices dans l'énoncé" vous fait remarquer qu'il faut calculer en "hexadécimal" et il se trouve heureusement que la première case à cocher s'appelle *Hex*. Vous la cochez donc.

4) Puisque le calcul à faire est A * B = , il ne vous reste plus qu'à cliquer, dans l'ordre, sur les touches A, * , B , = .

Et, oh miracle , la calculatrice affiche 6E qui est la bonne réponse.

Vous avez enfin l'expérience d'un élève qui utilise la machine pour trouver un résultat juste sans comprendre ce qu'il fait…

Petite explication : en calcul hexadécimal, c'est-à-dire en base 16 , on utilise 16 chiffres qui sont les suivants

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Ceci signifie que A représente 10 et B 11. Donc A×B vaut 10×11 = 110 en écriture décimale. Son écriture hexadécimale est 6E car 6E signifie 6×16+14 = 96+14 = 110.

Une question

L'apprentissage des algorithmes des opérations ne sert-il que pour être capable de *trouver le résultat* ?