PROBLEMES

P. Leysenne

Dictionnaire de pédagogie d'instruction primaire, Hachette, 1887.
Tome 2 de la première partie , pages 2440 à 2447.

PROBLEMES. - Pendant longtemps, dans l'enseignement primaire, le mot de problèmes ne s'est appliqué qu'à l'arithmétique; et encore aujourd'hui il y garde cette signification, lorsqu'il est employé seul et sans aucune désignation spéciale. Dans beaucoup d'écoles primaires, élémentaires ou supérieures , on résout maintenant des problèmes de géométrie, des problèmes d'algèbre, voire môme des problèmes de trigonométrie et de physique; mais le problème par excellence, le problème, tout court, c'est encore le problème d'arithmétique.

En réalité, quoi qu'on fasse, c'est l'arithmétique qui fournira toujours à l'enseignement primaire le plus grand nombre d'exercices pratiques et usuels sur les grandeurs. On peut même dire que tous les exercices que cet enseignement emprunte à d'autres sciences se réduisent finalement à des calculs numériques, et par conséquent se rattachent très intimement à l'arithmétique.

Nous étudierons donc d'abord les problèmes d'arithmétique proprement dits, et nous verrons ensuite dans quelle mesure d'autres sciences peuvent fournir des problèmes à l'enseignement primaire.

I. PROBLÉMES D'ARITHMÉTIQUE. - Il y a deux choses à distinguer dans l'usage que l'on fait des problèmes à l'école primaire : d'abord le *choix* de ces problèmes, et en second lieu leur *mode de résolution*.

Choix des problèmes. - Les différentes sources auxquelles l'instituteur peut puiser pour sa consommation annuelle de problèmes sont de plusieurs sortes

1° Ou l'instituteur tire ces problèmes de son cerveau et les compose de toutes pièces, au fur et à mesure de ses besoins;

2° Ou il les prend dans un recueil qu'il s'est lentement composé lui-même, qu'il accroît et qu'il perfectionne chaque année;

30 Ou il se sert dans un des nombreux recueils imprimés, répandus dans les écoles et composés à son usage ;

4° Ou enfin il a recours aux journaux pédagogiques, qui lui fournissent chaque semaine une abondante provision de problèmes inédits.

Pour bien juger du parti qu'on peut tirer de l'emploi exclusif de chacune de ces sources ou de leur emploi simultané, il faut bien établir d'abord les conditions que doivent remplir les problèmes donnés à l'école primaire.

L'arithmétique devant contribuer, même à l'école primaire, à l'éducation générale de l'esprit, tout exercice qui force l'enfant à réfléchir, à chercher, à comparer, à déduire, à juger, semble à ce titre être du domaine de l'enseignement primaire. C'est là, il nous semble, une grave illusion. Il ne faut pas perdre de vue que l'enseignement donné dans nos écoles primaires s'adresse aux masses profondes des populations scolaires rurales, vouées de très bonne heure au travail des champs, et aux enfants des classes ouvrières des villes, que réclament aussi dès l'âge le plus tendre l'atelier, la mine ou le comptoir. La loi dispense de toute fréquentation scolaire l'enfant âgé de treize ans; elle l'autorise même à quitter l'école à onze ans s'il a obtenu le certificat d'études primaires, et personne n'ignore combien peu d'élèves renoncent à ces bénéfices de la loi. La création récente des cours complémentaires et des écoles primaires supérieures retient bien déjà et retiendra bien plus encore à l'avenir les esprits les mieux doués dans les établissements scolaires ; mais les conditions mêmes de l'existence ramèneront toujours vers l'âge de douze ou treize ans l'immense majorité de nos écoliers au travail physique rémunérateur. Il faut donc tirer le meilleur parti possible de ces quelques années de l'enfance dont nous disposons, et nos programmes doivent avoir en vue l'acquisition la plus prompte et la plus solide des éléments indispensables de chaque science.

L'arithmétique ne peut pas faire exception. Avant tout, l'enfant doit savoir calculer sûrement et rapidement et résoudre toutes les questions pratiques qu'il peut être appelé à rencontrer sur sa route pendant sa vie. Tel est le caractère que doivent avoir les problèmes à l'école primaire ; et la marge est grande encore sans qu'on ait besoin de se jeter sur les curiosités de la science, sur les propriétés abstraites des nombres, sur les problèmes fantaisistes et compliqués à plaisir.

On peut maintenant examiner la question du choix des problèmes.

1° Si le maître prend l'habitude de dicter des problèmes qu'il compose au moment même de la leçon, il peut faire preuve par là, aux yeux de ses élèves, dune grande facilité d'invention; mais, outre qu'il peut céder trop complaisamment au vain plaisir de la faire constater, il s'expose et il expose ses élèves à des mécomptes très fâcheux. Les données du problème ainsi improvisé peuvent être incomplètes, ou trop nombreuses, ou contradictoires. Les résultats ne sont jamais des nombres simples, prévus, préparés d'avance, qui plaisent tant aux enfants, qui leur donnent confiance dans l'exactitude de leurs raisonnements et de leurs calculs, et dont on aurait grand tort de se priver systématiquement, surtout dans les débuts. Le mal est quelquefois plus grave encore. Si un maître n'a pas résolu d'avance le problème qu'il' donne, s'il n'en a pas examiné toutes les faces, pesé toutes les difficultés, s'il n'a pas reconnu toutes les opérations auxquelles il donnera lieu, tous les principes sur lesquels l'élève devra s'appuyer, et sil n'a pas fait à ce sujet les observations nécessaires, qu'il ne s'étonne pas de voir sa classe arrêtée par un obstacle qu'elle n'a pu franchir, ou, ce qui est pis, le franchissant à tout prix, au mépris des règles et du bon sens, en lui apportant des solutions impossibles, extravagantes, en toute sûreté de conscience.
Ce sont là des dangers auxquels un bon maître ne doit jamais s'exposer. Si, pour y échapper, il n'improvise que des problèmes très simples et coulés toujours dans le même moule, sa classe languit et il n'obtient pas de progrès. Le problème dicté sans préparation doit donc être proscrit absolument de l'école primaire.

2° On voyait encore, il n'y a pas longtemps, de vieux instituteurs se servant d'un gros cahier écrit tout entier de leurs mains, tout plein de problèmes d'arithmétique, qu'ils avaient lentement amassés, recueillis de toutes parts, amendés, épurés, et quelquefois composés eux-mêmes. C'était pour eux un répertoire connu qu'ils ouvraient à la page voulue, et qui suffisait à tous les besoins de leur école.

L'excellence de ce recueil personnel et intime consiste dans la parfaite connaissance que le maître ne peut manquer d'avoir de tous les problèmes qu'il donne. S'il l'emploie depuis longtemps, il en connaît toutes les difficultés, toutes les solutions. S'il le confectionne, il étudie ces difficultés et ces solutions, et rien n'est plus profitable pour lui et pour ses élèves. L'idéal en ce genre serait qu'un tel recueil ne fût jamais terminé, qu'il fût constamment remanié, refondu, complété, et tenu au niveau des publications du même ordre. Dans ces conditions, c'est un auxiliaire très précieux dont on ne peut assez recommander l'usage. Le seul danger qu'on puisse craindre, c'est qu'il ne soit pas très exactement tenu à jour, ou que les additions n'y soient pas faites avec toute la mesure et tout le discernement désirables. Ce n'est pas, en effet, une tâche facile que de reconnaître, en ce point, la limite exacte qui sépare l'enseignement primaire de l'enseignement secondaire, d'écarter toutes les applications superflues ou nuisibles, de ne retenir que les aliments substantiels et sains, facilement assimilables par de jeunes intelligences; et, si l'on peut espérer que les esprits les plus éclairés, les chercheurs obstinés arrivent à se créer pour eux-mêmes un excellent recueil de problèmes, il est difficile d'admettre que tous les membres du corps enseignant primaire aient à la fois assez de loisirs pour se livrer à un tel travail, la clairvoyance, la sagacité, l'esprit d'ordre et de suite qu'il réclame, et enfin le courage et la persévérance nécessaires pour le mener à bonne fin.

Il est donc impossible de faire de ce travail une obligation stricte à tous les maîtres. Ce serait trop déjà de le recommander d'une manière pressante. Il faut féliciter ceux qui réussissent dans cette voie, et en chercher une autre accessible à l'universalité du corps enseignant primaire.

3° Il existe aujourd'hui, pour venir en aide à ce corps enseignant, un grand nombre de recueils imprimés. Mais quelque soin, quelque conscience qu'y apportent leurs auteurs, il est très rare que ces recueils soient acceptés parles maîtres sans restrictions. II y a souvent, dans ce fait, beaucoup de la faute des auteurs, qui ont pu manquer d'habileté, un peu de celle des maîtres, qui jugent peut-être avec sévérité ou précipitation.

Mais il y a surtout une raison inhérente à la nature des choses. Quel est l'homme qui peut se flatter de répondre, dans un seul livre, à tous les besoins d'une population scolaire nombreuse et variée comme celle de la France? Il faut des problèmes pour tous les âges, pour tous. les niveaux intellectuels, pour les régions industrielles, pour les régions agricoles, pour les centres commerciaux. Il en faut qui se rapportent à toutes les industries, à toutes les cultures, à tous les produits du monde. Il en faut qui répondent aux exigences de tous les examens, et surtout aux idées personnelles de chaque maître.. C'est à désespérer d'entreprendre une telle tâche! Cependant il est bon, il est nécessaire qu'elle soit entreprise, et par un grand nombre d'auteurs. il y aura toujours bien un recueil qui s'approchera le plus de l'idéal que s'est fait un maître sur cette matière. Que ce maître adopte donc ce recueil, s'il figure d'ailleurs sur la liste réglementaire de son département. Il ne s'agira plus pour lui que de savoir s'en servir.

Si le maître se trouve en présence d'élèves qui ne puissent pas faire les frais de ce recueil, et que personne. ne puisse les faire pour eux, il se: bornera à dicter les problèmes de son livre. Si tous les élèves ont le recueil entre les mains, il désignera ces problèmes par leurs numéros d'ordre. Mais, dans aucun cas, il ne faut s'astreindre à donner tous les problèmes d'un recueil, et dans l'ordre o& ils se présentent, quelque gradation rationnelle que l'autour ait essayé d'y introduire. Cet ordre ne peut être absolu, et il ne peut s'appliquer ni à toutes les écoles, ni à tous les élèves d'une classe quelconque. Si les problèmes déjà résolus ont été parfaitement compris, il faut négliger pour le moment tous ceux qui les suivent et qui sont analogues. Si, au contraire, une catégorie de problèmes n'a pas été bien saisie par la classe, il faut en donner d'autres pareils, n'y en eut-il plus dans le recueil: il appartient a maître d'en composer ou d'en chercher ailleurs. En général, il doit régler les transitions, les brusquer ou les allonger, suivant le mouvement général de la classe. Le recueil est un cadre, un programme. Il ne doit jamais être un guide suivi servilement.

4° Les journaux pédagogiques hebdomadaire remplacent souvent aujourd'hui les recueils de problèmes. Ce sont aussi des recueils dans leur genre, et des recueils très fournis, très touffus, très variés et toujours nouveaux. Si peu qu'ils soient bien composés et bien ordonnés, ce sont des auxiliaires précieux, commodes surtout. Le facteur de la poste apporte chaque dimanche la pâture de toute la semaine. On est rassuré sur ses moyens d'existence pendant huit jours. On y trouve de plus le plaisir de la nouveauté, de l'imprévu, auquel les instituteurs ne sont pas plus insensibles que les autres mortels, et aussi la solution toute faite à côté du texte. Reste à savoir combien de maîtres prennent le texte sans regarder la solution, et résolvent eux-mêmes le problème, le crayon ou la craie à la main. Il y en a assurément; mais il est permis de croire que tous ne considèrent pas la solution qu'ils ont là sous la main comme devant servir seulement de contrôle à la leur; et alors, on peut craindre que ce travail personnel, cette étude des difficultés, cette gradation dans les exercices, que nous avons considérés comme indispensables à un bon enseignement des applications de l'arithmétique, ne soient un peu sacrifiés, que les progrès de la classe n'en souffrent, et aussi la culture scientifique de l'esprit des élèves.

Les journaux pédagogiques offrent les mêmes dangers que les recueils, entre les mains des maîtres qui n'auraient pas le feu sacré de leur métier; et même ces dangers s'aggravent de toute la facilité qu'on peut en tirer pour faire une classe sans aucune préparation. Ces journaux peuvent, au contraire, rendre de grands services, soit aux maîtres qui ont conservé l'habitude de recueillir de tous les côtés les problèmes qui leur paraissent les meilleurs et les mieux appropriés aux besoins de leur école, soit à ceux qui emploient un recueil imprimé,, mais qui éprouvent le besoin de le compléter et de lui infuser de temps en temps un sang nouveau. Toutefois, l'usage de ces journaux est très près de l'abus, et tout maître soucieux des intérêts de sa classe doit n'y puiser qu'avec réserve et réflexion.

Quoi qu'il en soit, et quelque origine qu'ait un problème, il faut chercher maintenant quelles qualités il doit avoir pour être du domaine de l'enseignement primaire.

Pour répondre à cette question, nous ne pouvons mieux faire que de transcrire le passage suivant de l'instruction spéciale sur l'application des programmes d'enseignement dans les écoles normales primaires (3 août 1881)

« ... *Le maître évitera avec soin de sortir de l'enseignement primaire et de traiter des questions d'ordre purement spéculatif. II devra se borner, conformément au programme, aux théories qui donnent lieu à des applications pratiques, ou qui sont nécessaires à l'enchaînement des propositions et à la rigueur des* *démonstrations. Enfin, il multipliera les exercices et les problèmes, en ayant soin de les choisir exclusivement parmi ceux qui se rapportent à la vie usuelle, au commerce, à l'industrie, aux arts et à l'agriculture.* »

Si ces instructions conviennent aux écoles normales, comme le pense l'administration supérieure, elles s'appliquent bien évidemment, à plus forte raison, aux écoles primaires, et il importe que tous les maîtres s'y renferment scrupuleusement.

Ils doivent donc éviter, par exemple, de donner des exercices ou problèmes sur les divers systèmes de numération, sur les propriétés des nombres, sur les caractères de divisibilité, sur les nombres premiers, sur le plus grand commun diviseur, sur les fractions irréductibles, sur les fractions périodiques, sur les rapports et les proportions, sur les racines carrées et cubiques, etc., en dehors des opérations mêmes qu'on a dû apprendre sur ces questions.

Les nombres employés dans les problèmes doivent rarement avoir quatre ou cinq chiffres, jamais dix, douze ou quinze, comme cela n'arrive que trop souvent.

Les fractions ordinaires qui entrent dans les problèmes doivent avoir à peine deux chiffres, rarement trois, à leurs deux termes.

Les additions peuvent être longues, parce qu'on en rencontre beaucoup de telles dans la pratique mais chaque nombre doit avoir peu de chiffres.

Les soustractions, les multiplications et les divisions doivent toujours être simples et courtes, comme elles le sont dans le monde des affaires, sauf à les renouveler fréquemment.

Il faut donner beaucoup de problèmes sur les fractions ordinaires, mais les contrôler avec le plus grand soin, car souvent ils sont bizarres et très peu pratiques. C'est là que la fantaisie se donne le plus librement carrière, et jamais commerçant ne connut les combinaisons qu'on lui prête si témérairement. Dans la plupart des recueils, il y a bien au moins la moitié des problèmes sur les fractions qui n'ont aucun caractère pratique.

Il faut donner encore plus de problèmes sur le système métrique, et particulièrement sur la mesure des surfaces et des volumes, sur les poids et les densités des corps. C'est là une mine inépuisable, où l'on peut faire indéfiniment des emprunts aux opérations commerciales, industrielles ou agricoles. Mais il faut se garder d'accoupler des unités qui s'excluent dans la vie réelle, par la disproportion de leurs valeurs, comme des kilomètres et des millimètres, des mètres cubes et des centimètres cubes, des tonnes et des milligrammes, défaut fréquent dans un grand nombre d'écoles.

Les problèmes les plus usuels sont ensuite : les règles de trois en général, les problèmes d'intérêt, d'escompte, de rente, les problèmes sur les actions et les obligations, sur les assurances, les partages proportionnels, les répartitions, les questions si variées du tant pour cent.

Il faut user avec modération des problèmes de règles de trois sur les ouvriers, qui ne répondent à rien de réel, des problèmes sur les échéances communes, qui ne sont guère employés que dans la comptabilité des banques, sur l'escompte rationnel, qui n'est usité nulle part, sur les mélangea, qui sont presque toujours des opérations frauduleuses, sur les alliages, qui ne s'opèrent que chez les orfèvres et à la Monnaie de Paris. Mais le champ est vaste encore, et les questions de banque, de bourse, de finances, d'impôts, de participation dans les sociétés industrielles ou de crédit, peuvent fournir une abondante récolte de problèmes.

L'important, d'ailleurs, n'est pas de multiplier indéfiniment dans une classe le nombre des problèmes. Mieux vaut en faire un bon choix, bien raisonné, embrassant à peu près toutes les combinaisons usuelles de chiffres et d'opérations, et s'en tenir là. Si les élèves parviennent à se les assimiler parfaitement, nul doute qu'ils résoudront, au besoin, en dehors de leurs classes, tous ceux qui pourront leur être présentés, soit dans un examen, soit dans un atelier, soit dans un comptoir.

Mode de résolution des problèmes. - Les problèmes d'arithmétique, même restreints dans les limites que nous venons de fixer, sont encore si nombreux et se présentent sous des aspects si variés qu'on ne peut guère donner, pour leur résolution, des conseils et des règles qui s'appliquent à tous.

Toutefois, on peut remarquer que les problèmes les plus compliqués se ramènent à des problèmes simples, élémentaires, qu'il suffit de dégager de l'énoncé les uns après les autres. Il importe donc, avant tout, que les élèves résolvent facilement ces problèmes types et fondamentaux.

La première condition à remplir est de connaître exactement les différentes règles du calcul et les définitions des opérations.

L'addition et la soustraction des nombres entiers, fractionnaires ou décimaux, n'embarrassent guère les élèves. Mais la multiplication des fractions les trouble longtemps, et la division encore plus. Ils ont tous appris la définition de la multiplication, mais ils ne reconnaissent pas cette opération dans un problème sur les fractions, et s'ils ont à prendre les 3/5 d'un nombre, ils en prendront le 5e, puis répéteront le résultat 3 fois ; et cela pendant des années entières, sans se douter que cette double opération porte un nom, que le résultat s'obtient par une règle très connue d'eux-mêmes, et qu'il ne faut pas reproduire à satiété le raisonnement qui a servi à l'établir.

Pour la division, c'est pis encore. Ils ne la reconnaissent à peu près jamais. S'ils sont arrivés, par exemple, à trouver que les 3/5 du nombre qu'ils cherchent égalent 12, ils ne voient pas que ce nombre est le quotient de 12 par 3/5. Mais, oubliant toute définition et toute règle pratique, ils diront invariablement : puisque les 3/5 du nombre cherché égalent 12, 1/5 de ce nombre égalera 3 fois moins, ou $\frac{12}{3}$, et les $\frac{5}{5}$ de ce nombre, ou ce nombre lui-même, égalera $12\times\frac{5}{3}$ =20. Et encore oublient-ils souvent des mots essentiels dans ce raisonnement; car il n'est pas rare de leur entendre dire et de leur voir écrire: $\frac{1}{5} = \frac{12}{3}$, et $\frac{5}{5} = 12\times\frac{5}{3}$, ce qui est de l'incorrection la plus condamnable.

Si je signale d'abord ce laisser-aller dans les procédés appliqués à la résolution des problèmes, c'est qu'il pèse d'un grand poids sur notre enseignement primaire, et qu'il est l'indice et même la source de plusieurs autres abus qui nuisent à la vue claire des choses, en matière de problèmes. Le mécanisme et la formule remplacent quelquefois le raisonnement réfléchi.

Si, par exemple on propose à un enfant de chercher le prix de 25 objets en lui disant que 100 de ces objets ont coûté 48 francs, il ne manquera pas de dire : puisque 100 objets ont coûté 48 francs, un objet coûtera 100 fois moins ou $\frac{48}{100}$, et 25 objets coûteront 25 fois plus, ou $\frac{48\times25}{100}$, et il ne lui viendra pas à la pensée que 25 et 100 forment la fraction 25/100, ou 1/4, que par conséquent 25 objets coûteront les 25/100 ou le quart de 48 francs. Le rapport des deux nombres d'objets ne sera pas toujours aussi simple; mais quand il s'agirait de 23 objets, ne pourrait-on pas lui montrer que le prix cherché est les 23/100 de 48 francs, et lui faire appliquer immédiatement la règle de la multiplication ? Ne devrait-on pas l'habituer à écrire 48 fr. × $\frac{23}{100}$? car pour lui les expressions $\frac{48}{100}$ et $\frac{48\times23}{100}$, dépourvues le plus souvent de l'initiale du mot franc, n'ont aucune signification. Ce sont des symboles qu'il écrit par habitude et machinalement. Il est à craindre que ces habitudes ne nuisent au développement régulier de l'intelligence de l'enfant.

La méthode dite de réduction à l'unité peut rendre de grands services à l'enseignement primaire, et nous n'en méconnaissons pas la valeur lorsqu'elle est appliquée à propos; mais n'en fait-on pas un abus dangereux quand on l'applique aux problèmes les plus simples, qui n'exigent que l'application de l'une des quatre règles fondamentales? Par exemple, si on propose à un enfant cette question : *Un ouvrier est chargé de transporter 30 mètres cubes de terre, et son tombereau contient 1 mètre cube 1/2; combien devra-t-il faire de voyages?* Au lieu de lui faire dire simplement qu'il faudra autant de voyages que le nombre 1 mètre cube 1/2 est contenu de fois dans 80 mètres cubes, ou 30 : $\frac{3}{2} = \frac{30\times2}{3}$ = 20 voyages, lui permettra-t-on de dire : Pour 32 mètres cubes, il faudrait un voyage; pour 1/2 mètre cube il faudrait 1/3 de voyage; pour 1 mètre cube il faudrait 2/3 de voyage, et pour 30 mètres cubes, il faudrait 30 fois plus de voyages, ou $\frac{30 \times 2}{3}$ = 20 voyages ? Qu'est-ce qu'un tiers de voyage pour transporter 1/2 mètre cube de terre, et 2/3 de voyage pour en transporter 1 mètre cube? Voilà cependant ce qui se dit couramment dans bien des écoles.

Il faut donc, avant tout, débarrasser la résolution des problèmes de ces marches lentes, pénibles et anti-rationnelles.

En second lieu, il ne faut pas laisser croire aux enfants qu'ils font un raisonnement, lorsqu'ils écrivent le tableau des opérations que comporte un problème. Un raisonnement suppose des phrases, et des phrases qui s'enchaînent, qui expriment des idées liées entre elles. Or, ce n'est pas faire un raisonnement que d'écrire sur plusieurs lignes :

Nombre de mètres	$20 \times 3 = 60$
Nombre de francs	$60 \times 5 = 300$
Nombre de personnes	$\frac{300}{15} = 20$

Ce n'est pas raisonner davantage que de dire : Pour faire ce problème, il faut multiplier 20 par 3, ensuite multiplier 60 par 5, et après diviser 300 par 15. Il faut toujours faire raisonner un problème en entier, de vive voix, par un ou plusieurs élèves. Leurs cahiers pourront d'ailleurs ne contenir que le tableau des calculs et les calculs eux-mêmes.

Un troisième conseil à donner aux maîtres, c'est de ne pas donner à résoudre des problèmes entièrement nouveaux à des élèves abandonnés à eux-mêmes. Il faut que le maître et les élèves les cherchent et les trouvent ensemble. C'est là un art délicat, mais qui caractérise essentiellement le bon maître; et celui-là excelle en cet art, qui parvient à faire trouver les solutions des problèmes à ses élèves, ou qui les laisse dans la conviction, ce qui revient au même pour l'effet à produire, que ce sont bien eux qui les ont trouvées. Il devra ensuite leur laisser le plaisir d'en trouver un certain nombre de même espèce, en y introduisant graduellement quelques difficultés nouvelles. Il passera ensuite à des exercices plus compliqués ou d'un autre ordre, en suivant la même méthode. De temps en temps il donnera des problèmes de récapitulation.

On ne saurait trop exciter de bonne heure chez l'enfant la confiance en ses propres forces, et rien n'est plus propre à lui inspirer cette confiance que la satisfaction qu'il éprouve à réussir ses problèmes au prix de quelques efforts. Mais il faut éviter avec soin que des efforts consciencieux de sa part restent trop souvent, ou seulement plusieurs fois de suite, sans résultats. Car, dans ce cas, l'enfant se dépite, trouve l'arithmétique trop difficile, n'y prend plus d'intérêt, et n'en écoute plus les leçons qu'avec indifférence. II y a même un autre danger à craindre, moins apparent pour un maître peu clairvoyant, mais peut-être plus grave, c'est que des élèves, découragés par l'inutilité de leurs efforts, cherchent à tromper leur maître en lui donnant, comme venant d'eux, des solutions copiées sur les cahiers de camarades plus forts ou plus anciens dans la classe. La disproportion si grande qui existe quelquefois entre les aptitudes apparentes des premiers élèves d'une classe et celles des derniers, n'a souvent pas d'autre cause.

Si un instituteur est parvenu à donner à ses élèves, par de bonnes définitions, une idée très exacte et très juste des différentes opérations fondamentales; s'il leur a appris à utiliser ces définitions dans la résolution de leurs problèmes; s'il a proscrit l'emploi à outrance de la réduction à l'unité dans les problèmes simples, où elle est inutile ou nuisible ; s'il leur fait rendre compte d'un problème, en les obligeant à donner, en phrases correctes et complètes, la raison de chaque opération partielle; s'il les guide avec soin dans la recherche en commun de tout problème d'un genre nouveau; s'il ne leur donne jamais à chercher des problèmes au-dessus de leurs forces: cet instituteur a déjà accompli la plus grande partie de sa tâche. Les problèmes les plus compliqués n'offriront pas à ses élèves beaucoup plus de difficultés que les plus simples, parce qu'ils viendront à leur heure, et découleront tout naturellement des connaissances antérieurement acquises.

La difficulté d'un problème vient ordinairement de la longueur de l'énoncé, et des rapports multiples qui existent entre les grandeurs proposées et les grandeurs cherchées.

Le premier soin que l'on doit avoir, en face d'un problème à résoudre, est donc de le lire très attentivement, et plusieurs fois de suite, si c'est nécessaire. Cette recommandation n'est pas banale, et elle vise un défaut très général, que l'on ne saurait trop combattre. Cette lecture attentive permettra de découvrir les rapports qui lient entre elles toutes les grandeurs du problème et de reconnaître les problèmes élémentaires qui y sont contenus et l'ordre dans lequel ils doivent être abordés.

Il resterait à donner des méthodes sûres pour résoudre les problèmes élémentaires; mais ces méthodes ne peuvent guère être expliquées que sur des exemples. D'ailleurs, le plus souvent, elles sortent assez naturellement du sujet, et maîtres et élèves les découvrent assez aisément. Il y a seulement deux points, en dehors des remarques qui précèdent, sur lesquels l'accord n'est pas unanime, et qui peuvent cependant exercer une influence capitale sur renseignement de l'arithmétique à l'école primaire.

Et d'abord, disons-le tout de suite, les membres du corps enseignant primaire redoutent d'introduire dans leurs écoles la notion de rapport et l'idée de proportionnalité. Ces deux mots les effraient, et j'avoue que cet effroi serait légitime, s'il pouvait être question de développer devant des enfants la théorie complète des rapports et des proportions, et de leur en faire faire l'application à la résolution des problèmes; mais autant il faut se garder de cet excès, autant il me parait indispensable, dés que les enfants ont étudié la division et les fractions, de leur montrer le rôle que jouent dans maint problème les quotients ou les fractions formées par les nombres donnés. Si l'on craint d'effaroucher l'enfant par le mot de rapport, qu'on le supprime, mais qu'on conserve la chose. Aussi bien on ne peut pas l'écarter; il semble seulement qu'on évite de la faire remarquer, lorsqu'elle est là, sous les yeux de l'enfant, et qu'il suffirait de la lui montrer.

Supposons qu'on cherche, avec un enfant, l'intérêt de 480 francs, à 5%, pendant sept mois. Pourquoi ne lui dirait-on pas : Puisque l'intérêt de 100 francs, pendant un an, est de 5 francs, l'intérêt de 480 francs sera autant de fois 5 francs que 100 francs est contenu de fois dans 480 francs, ou 5 francs × $\frac{480}{100}$? Mais cet argent n'est placé que pendant 7 mois, ou les 7/12 de l'année, donc l'intérêt ne sera que les 7/12 du résultat précédent, ou 5 francs × $\frac{480}{100} \times \frac{7}{12}$. N'y a-t-il pas un intérêt de logique à montrer à l'enfant que les 5 francs d'intérêt se sont modifiés avec le capital, qu'ils deviennent, en même temps que lui, 2, 3, 4 fois plus grands, qu'ils deviennent, dans notre exemple, les 480 centièmes de ce qu'ils étaient d'abord, et ensuite qu'ils se réduisent aux 7/12 de leur nouvelle valeur, parce que le temps du placement n'est que les 7/12 de l'année?

J'admets même qu'on ait procédé par la méthode de réduction à l'unité, et qu'on ait obtenu le résultat sous la forme suivante :

$$\frac{5\text{francs}\times 480\times 7}{100\times 12}$$

N'est-il pas absolument indispensable de montrer aux enfants que ces nombres ne sont pas placés ainsi au hasard, que dans les mêmes circonstances ils occupent toujours la même place, que cette place est facile à trouver logiquement, et non pas seulement mécaniquement, parce qu'elle tient à la nature des choses, et à la proportionnalité des grandeurs considérées?

La proportionnalité des grandeurs ! Mais il n'y a que cela dans l'arithmétique appliquée. On en fait dès le cours élémentaire. Les problèmes les plus simples en sont imprégnés. Le prix de tout ce qui se paie est proportionnel ou à une longueur, ou à une surface, ou à un volume, ou à un poids, ou à un temps, etc., etc. Quand on dit que l'intérêt de 1 franc est 100 fois moindre que l'intérêt de 100 francs, on fait de la proportionnalité. On en fait encore quand on dit que l'intérêt de 480 francs est 480 fois plus grand que l'intérêt de 1 franc. Pourquoi donc ne dirait-on pas tout de suite que l'intérêt de 400 francs, de 500 francs, est 4 fois, 5 fois plus grand que celui de 100 francs, et que celui de 480 francs est les 480 centièmes de celui de 100 francs ?

Je crois donc que les maîtres devraient s'attacher, sans même changer leurs méthodes, à mettre toujours en évidence, dans le cours de la résolution d'un problème, et surtout dans le résultat final, le rôle que jouent les grandeurs qui y entrent, particulièrement lorsque ce rôle se manifeste sous la forme de rapport.

Le second point sur lequel l'accord n'est pas encore fait entre les membres du corps enseignant primaire, c'est l'application des procédés élémentaires de l'algèbre à la résolution des problèmes d'arithmétique. Pour beaucoup d'entre eux, la question n'est même pas posée, et le mot seul risque de les effrayer. En effet, l'algèbre a toujours passé pour être du domaine de l'enseignement secondaire, et la plupart des instituteurs, surtout ceux qui ont déjà un certain âge, n'ont pas été élevés avec la pensée qu'ils auraient un jour à enseigner l'algèbre. Aussi leurs études ne se sont-elles pas portées de ce côté-là, et ils redouteraient aujourd'hui d'avoir à y ajouter ce complément. Qu'ils se rassurent. Il ne s'agit nullement d'introduire dans l'enseignement primaire l'étude de l'algèbre proprement dite, science très vaste, dont les limites se confondent avec celles des sciences mathématiques elles-mêmes, mais seulement de lui emprunter, quelques procédés élémentaires, tout à fait à la portée des enfants de nos écoles, faciles à comprendre, faciles à appliquer, et qui abrégeraient singulièrement leur tâche journalière.

Quelques bons esprits paraissent redouter pour l'enfant la facilité même que l'algèbre apporterait dans la résolution de ses problèmes. L'effort serait diminué et les ressorts de l'intelligence en seraient affaiblis. Assurément ce reproche serait grave, s'il était mérité; car il faut éviter dé détendre les ressorts de l'intelligence, à tout âge. Mais l'algèbre, loin de supprimer toute l'activité de l'esprit, lui donne un nouvel aiguillon, sous une forme doublement attrayante, par son mécanisme ingénieux, qui fait le bonheur des enfants, et par l'espoir, rarement déçu, qu'il leur donne de trouver les solutions cherchées. Il est certain que dans un grand nombre de questions, où l'esprit des enfants suit péniblement des raisonnements longs et embarrassés, l'application de l'algèbre lèverait immédiatement toute difficulté. N'est-ce rien qu'un tel avantage ? Et y a-t-il vraiment un grand danger à se servir d'un instrument commode, d'un outil facile à manier? Ne restera-t-il pas encore aux enfants assez d'efforts à faire, même dans l'étude de l'arithmétique? Ne pourra-t-on pas d'ailleurs revenir toujours sur les raisonnements qu'on jugera propres à exercer leur sagacité et leur jugement? La comparaison même des deux méthodes ne contribuera-t-elle pas à cette culture de l'esprit qu'on craint de compromettre par l'algèbre ?

On oublie trop d'ailleurs que les programmes de l'enseignement primaire vont chaque jour grossissant, qu'il faut que l'enfant apprenne aujourd'hui beaucoup et vite. A-t-on le droit de le priver d'un moyen d'acquérir en peu de temps l'art si nécessaire de résoudre tous les problèmes pratiques de l'arithmétique, sous le prétexte que le procédé est nouveau ou qu'il appartient à une autre science?

Nous ne pouvons nous empêcher; dans l'intérêt de cette cause, de signaler un fait bien significatif. Dans les examens du brevet de capacité, les membres des commissions, avant de corriger les problèmes d'arithmétique, en cherchent naturellement d'abord les solutions. Or, neuf fois sur dix, leur premier mouvement est de les résoudre par l'algèbre. La solution arithmétique leur est même souvent indiquée par la solution algébrique, et il n'est pas rare que la première soit la reproduction exacte de la seconde, moins l'emploi des signes et la simplicité du langage.

Il nous teste à montrer, par quelques exemples, les avantages qu'on peut retirer des procédés élementaires de l'algèbre.

Voici d'abord l'application la plus générale qu'on pourrait en faire à l'école primaire.

Soit le problème suivant: *Un champ rectangulaire, de 300 mètres de long sur 180 mètres de large, produit 15 hectolitres de blé par hectare. Ce blé pèse 80 kilogrammes l'hectolitre et se vend 25 francs le quintal. Quel est le revenu brut de la récolte de ce champ* ?

Une suite de raisonnements très simples nous conduit au résultat suivant:

$$x = \frac{300 \times 180 \times 15 \times 80 \times 25}{10000 \times 100} = 1620 \text{ francs.}$$

Or, ce problème contient cinq quantités, qui pourraient être prises à leur tour pour inconnues, ce qui donnerait lieu à cinq autres problèmes. Si ou s'en tient aux procédés de l'arithmétique, chaque problème nouveau exige des raisonnements nouveaux, qui sans offrir de bien grandes difficultés, peuvent embarrasser les enfants et surtout les lasser. Tandis que si on représenté par x la quantité cherchée, quelle qu'elle soit, on pourra répéter identiquement le même raisonnement, et on aura, à chaque fois, une équation, d'où il sera facile de tirer l'inconnue.

Si, par exemple, c'est la longueur du champ qui est inconnue, l'équation du problème sera :

$$\frac{x\times180\times15\times80\times25}{10000\times100} = 1620 \text{ francs},$$

d'où :

$$x = \frac{1620\times180\times15\times80\times25}{10000\times100} = 300 \text{mètres}.$$

Si l'inconnue est le poids de l'hectolitre de blé, l'équation du problème sera

$$\frac{300\times180\times15\times x\times25}{10000\times100} = 1620 \text{ francs},$$

d'où

$$x = \frac{1620\times10000\times100}{300\times180\times15\times25} = 80 \text{ francs}.$$

Et ainsi de suite.

L'artifice, facile à faire comprendre aux enfants, consiste simplement à représenter toujours l'inconnue par *x*, à la considérer comme une quantité connue, et à exprimer par une égalité les relations qui existent entre toutes les quantités du problème. Dans les problèmes à donner aux enfants, ces relations sont toujours simples, et l'équation qui en résulte est d'une résolution facile. Quelques exemples bien gradués fourniront l'occasion de donner et d'expliquer les règles de cette résolution.

L'emploi des procédés algébriques aura bien d'autres avantages.

Il simplifiera singulièrement le langage dans certains problèmes, d'ailleurs faciles, mais qu'on ne parvient à expliquer que péniblement, et à grand renfort de phrases embarrassées.

Supposons qu'on ait à partager une somme de 1100 francs entre trois personnes, de manière que la deuxième ait 100 francs de plus que la première et là troisième 60 francs dé plus que la deuxième.

Dans la solution arithmétique, on rapporte toutes les parts à la première, et l'on reconnaît que les trois parts valent trois fois la première, plus 260 francs; d'où on tire, que la première vaut $\frac{1100-260}{3}$ = 280 francs. Sans doute un enfant peut se tirer de ces explications ; mais combien le raisonnement, qui au fond est le même, se présente-t-il plus clairement, si on représente par x la première part. La deuxième devient x+100 et la troisième x+100+60, de sorte qu'on a l'équation :

$$3x+260 = 1100$$

d'où

$$x = \frac{1100-260}{3} = 280 \text{ francs}$$

L'algèbre permettra surtout aux enfants de résoudre, comme en se jouant, des problèmes qu'ils ne sauraient pas seulement par où entamer, s'ils étaient livrés à eux-mêmes, sans maître, sans camarades, sans livres et sans cahier. En voici un exemple :

Un père a 40 ans, et son fils en a 10. Dans combien de temps l'âge du père ne sera-t-il plus que le triple de l'âge du fils?

Par l'arithmétique, on remarque que la différence des deux âges est de 30 ans, et qu'elle sera toujours la même. Donc, à l'époque cherchée, cette différence sera le double de l'âge du fils ; par suite le fils aura 15 ans. Donc la condition demandée aura lieu dans 5 ans.

Ce raisonnement est assurément court et simple, et cependant très peu d'élèves, livrés à eux- mêmes parmi les plus intelligents, sont capables de le découvrir. C'est qu'il faut songer à la différence des âges qui n'est pas énoncée dans le problème, et à la constance de cette différence qui, pour être évidente, n'en peut pas moins échapper à un enfant. La solution algébrique supprime cette double difficulté. Le temps cherché étant représenté par x, on a immédiatement l'équation

$$40+x=3(10+x)$$

d'où l'on tire

$$x=5$$

Tous les problèmes sur les fontaines et sur les bassins à remplir ou à vider, les problèmes sur les courriers, les mobiles, les trains de chemins de fer, les problèmes d'intérêt, les problèmes d'alliage, les problèmes de partages, sous toutes sortes de conditions, se résolvent par l'algèbre sans aucun effort.

On pourra aussi résoudre par l'algèbre, avec la dernière facilité, des problèmes à deux inconnues.

Quoi de plus commode, par exemple, et de plus élégant, que la solution par l'algèbre de la question qui consiste à trouver deux nombres, connaissant leur somme et leur différence ? On a deux équations :

$$x+y=s$$
$$x-y=d$$

d'où

$$2x=s+d$$

et

$$x=\frac{s+d}{2}$$

On trouve de même

$$y=\frac{s-d}{2}$$

Et l'on voit clairement que l'un des deus nombres cherchés est la demi-somme des deux nombres donnés, et que l'autre en est la demi-différence.

Ce procédé d'élimination, par addition et soustraction, s'étend à un grand nombre de problèmes; car on peut toujours ramener les deux coefficients d'une même inconnue à être égaux.

Soit à résoudre ce problème : *Le contenu d'une demi-pièce de vin de 110 litres est tiré dans 138 bouteilles renfermant les unes 5/6 de litre, les autres 3/4 de litre. Combien y a-t-il de bouteilles de chaque espèce* ?

On a immédiatement les deux équations

$$x+y=138$$

$$\frac{5x}{6} + \frac{3y}{4} = 110$$

En chassant les dénominateurs, la seconde devient

$$10x + 9y = 1320.$$

Or, en multipliant par 10 tous les termes de la première, elle devient

$$10x + 10y = 1380.$$

En retranchant maintenant l'une de l'autre, on a $y= 60$, et, par suite, $x=78$.

Ces équations à deus inconnues, ainsi résolues, permettent d'abandonner cette ancienne méthode de résolution des problèmes, dite de fausse position, beaucoup trop employée encore aujourd'hui, et qui n'a aucune valeur scientifique.

Soit, par exemple, à faire la somme de 184 francs avec 47 pièces de monnaie, les unes de 5 francs et les autres de 2 francs.

Si on ne veut pas se servir des notations et des procédés algébriques, on en est réduit à procéder par tâtonnements. On suppose, ou bien que toutes les pièces sont de 2 francs, par exemple, ou bien qu'un certain nombre, d'ailleurs arbitraire, sont de 2 francs. On fait le compte. On constate une différence, une erreur; et de la valeur même de cette erreur, on tire un moyen de la corriger. N'est-ce pas là un procédé barbare? Il n'est pas d'ailleurs toujours rigoureux, et il y aurait quelquefois lieu de démontrer la proportionnalité sur laquelle on s'appuie pour faire la correction de l'erreur première.

Par l'algèbre, toute difficulté est supprimée. On a les deux équations

$$x+y = 47$$
$$5x + 2y = 184$$

La première devient

$$2x + 2y = 94$$

et, par soustraction, on obtient : $3x= 90$, et $x=30$.

Il serait difficile de passer en revue tous les avantages que l'enseignement primaire peut tirer de cet usage discret des procédés élémentaires de l'algèbre. Nous pensons cependant en avoir assez dit pour les faire entrevoir. La moindre tentative faite par un instituteur dans cette voie l'aura bientôt convaincu mieux que tous nos arguments; et, s'il gardait encore quelques craintes sur les dangers d'une méthode qui facilite trop le travail intellectuel des enfants, rien ne l'empêcherait de faire taire ses scrupules, en invitant ses élèves, aussi souvent qu'il le jugerait à propos, à chercher aussi les solutions purement arithmétiques de leurs problèmes.

II. PROBLÈMES D'ALGÈBRE, DE GÉOMETRIE, DE TRIGONOMÉTRIE, DE PHYSIQUE, etc. - Les considérations qui précèdent indiquent assez dans quelle mesure l'enseignement primaire peut emprunter des problèmes à d'autres sciences.

L'algèbre ne devant s'y introduire que par ses procédés les plus élémentaires, il serait tout à fait inopportun de donner, dans les écoles élémentaires, des exercices sur la multiplication et la division algébriques, sur les équations du 1er degré à plusieurs inconnues, sur celles du 2e degré à une inconnue, sur les équations littérales, sur l'interprétation dos solutions négatives, ni aucun problème numérique qui exige des transformations de calcul ou des opérations un peu compliquées. Toutes ces questions doivent être réservées pour les écoles normales et les premières divisions des écoles primaires supérieures. Des programmes précis ont même posé des limites assez étroites à l'étude de l'algèbre dans ces écoles.

La géométrie se rattache à l'enseignement des écoles primaires par le système métrique et la mesure des surfaces et des volumes. Dans ce cadre, on ne peut assez proposer de problèmes aux

élèves, et jamais lis ne sauront trop bien déterminer les éléments d'un solide ou dune surface. Mais pour cela il suffit qu'ils sachent calculer et qu'ils aient dans leur mémoire les règles, les formules qu'ils doivent appliquer. Sans doute il ne serait pas mauvais qu'ils fussent en état de se rendre compte de toutes ces formules, mieux encore qu'ils pussent les retrouver par le raisonnement; mais alors ils devraient étudier la géométrie tout entière, car les propositions s'enchaînent avec une telle rigueur, et dépendent tellement les unes des autres, qu'il yen a bien peu à supprimer. Or, cette étude complète est manifestement impossible, comme étant hors de la portée des élèves de nos écoles élémentaires.

On pourrait autoriser les maîtres à donner à leurs meilleurs élèves quelques notions raisonnées sur les triangles, les parallèles, le cercle, la mesure des angles, la similitude, le carré de l'hypoténuse, et quelques-unes de ses conséquences; mais combien la ligne de démarcation est difficile à tenir entre ce qui est possible ou utile et ce qui ne l'est pas ! On le voit assez à l'étrange abus qui est fait, dans beaucoup d'écoles élémentaires, des problèmes graphiques, des problèmes de géométrie pure, des lieux géométriques, empruntés à des ouvrages destinés à l'enseignement secondaire, ou extraits de cahiers rapportés de l'école normale. On ne saurait assez s'élever contre le danger de ces exercices, où, à l'insu de beaucoup de maîtres, le travail personnel de l'élève est à peu près nul, et doit l'être, où la mémoire joue le principal rôle, quand elle est assez fidèle, ce qui est rare. On peut par là faire plaisir à des parents éblouis, faire illusion à des amis de l'instruction peu compétents. Les hommes du métier reconnaissent trop facilement l'inanité d'un tel enseignement. La géométrie proprement dite, comme l'algèbre, doit être abandonnée aux écoles normales et aux écoles primaires supérieures.

Je n'ai rien à dire des problèmes de trigonométrie, qui ne sont, dans l'enseignement primaire, que des applications numériques de formules, et sont réservés d'ailleurs aux écoles supérieures.

Les problèmes de physique peuvent rentrer, dans une certaine mesure, dans le cadre de l'enseignement primaire. On peut emprunter à cette science d'excellents exercices, sur le principe d'Archimède, sur les densités des solides et des liquides, sur les vases communicants, sur la presse hydraulique, sur les échelles thermométriques, sur le poids de l'air et la pression atmosphérique, sur les aérostats, la loi de Mariotte, la vitesse du son, etc., etc. Mais il faut bien se garder de s'aventurer dans les coefficients de dilatation, dans les corrections barométriques, dans les chaleurs spécifiques, dans les lois du pendule ou des cordes vibrantes, dans les densités ou les mélanges des gaz et des vapeurs, dans l'hygrométrie, dans l'optique, etc., etc.

On voit qu'il y a deux parts à faire, très distinctes, dans la physique, au point de vue des applications. On ne peut se guider, dans le choix des problèmes à adopter, que par le grand principe qui a dominé toute cette étude : ne s'écarter jamais de ce qui est pratique et usuel.

C'est à ce titre que nous ne mentionnons pas la chimie et l'astronomie, qui s'occupent, l'une des infiniment petits, l'autre des infiniment grands, et échappent par là absolument à l'enfant.