L'enseignement du Système métrique

I. PRÉAMBULE

1 • HISTORIQUE SOMMAIRE

Pour remédier à la diversité et à l'anarchie des mesures utilisées en France, l'Assemblée constituante avait décidé, en 1790, d'en constituer un système cohérent et unique. Une Commission avait imaginé de définir :

une unité de longueur, appelée *mètre*, liée à la longueur du méridien de la terre, mesuré à cet effet; ce méridien valant 40 000 000 m;

une unité de masse (1), le *gramme*, égale à la masse du volume de l'eau distillée, contenue dans un cube de 1 centimètre (centième du mètre) de côté, à la température de 4 degrés centigrades;

une unité de capacité, le *litre*, de volume égal à celui d'un cube, d'un décimètre de côté (ou de 1 000 centimètres cubes);

une unité de valeur, le *franc*, valeur de 5 g d'argent, au titre de 9 dixièmes d'argent fin.

En outre, elle avait adopté pour unités secondaires *les multiples et les sous-multiples décimaux* de ces unités principales et elle les avait désignées par les préfixes, qui nous sont maintenant familiers : deca, hecto, kilo; deci, centi, milli (abréviations : da, h, k; d, c, m). Elle y avait ajouté myria (ma) qui a été peu utilisé. Par contre, on utilise actuellement mega (M) et micro (μ), pour désigner un million et un millionième.

A ce système étaient encore rattachées des unités de surface et de volume, constituées par un carré et un cube de 1 mètre de côté.

Les savants de la Commission de 1790, en définissant ainsi les unités par des constantes terrestres (longueur du méridien) et physiques (poids spécifique de l'eau), espéraient leur donner une valeur immuable et facilement repérable. En réalité la précision de leurs mesures, qui était pourtant déjà remarquable, a été dépassée depuis et on a constaté que les unités n'étaient pas ainsi suffisamment définies, ni suffisamment constantes. On a remplacé les définitions physiques, au moins provisoirement (2), par l'existence d'étalons, *mètre* et *kilogramme*, à peu près égaux à ceux qui avaient été établis en 1795, conservés dans un Service international, à Sèvres. Des copies en existent dans les divers

(1) En réalité, la Commission de 1790 avait défini, non pas une *unité de masse*, mais bien une *unité de poids*, c'est-à-dire de la force exercée par la terre sur l'unité de masse. Dans la pratique des mesures avec une balance, on peut confondre masse et poids, puisque leurs mesures, relativement à des poids marqués sont les mêmes. Mais en toute rigueur, le poids d'une masse de un gramme (cm^3 d'eau) mesurée non plus par comparaison, mais avec un peson à ressort, varie légèrement avec la latitude, en raison de la rotation de la Terre et de son aplatissement aux pôles. Dans une même région, ce poids dépend même de la nature du sous-sol et c'est un des moyens utilisés par la prospection minière.

(2) On a essayé plusieurs fois déjà, de définir l'unité de longueur par une constante lumineuse (longueur d'onde).

États et peuvent être vérifiées périodiquement. En France, un Service des poids et mesures contrôle méthodiquement les instruments de mesure en usage dans le commerce et l'industrie.

On sait que le franc n'est plus fixé par un poids de métal précieux, mais que les transactions se font avec des pièces de monnaie et des billets, dont la valeur est garantie par l'État.

Les besoins de la physique et de la mécanique ont exigé la définition d'une unité de temps ou de durée, qui est la *seconde*, liée actuellement au mouvement de la terre. Des unités de longueur, masse et temps dérivent des unités mécaniques : de vitesse, d'accélération, de force, de travail, de puissance... ainsi que des unités électriques. Des Congrès internationaux périodiques étudient les modifications qu'il y a lieu d'apporter à leurs définitions, en tenant compte des besoins nouveaux de la science et de la technique.

2 • NOTATIONS

Que faut-il retenir de ces considérations pour l'enseignement à l'école primaire ?

1. — Les unités de longueur, de masse (pratiquement confondue avec celle de poids), de capacité et de valeur sont fixées pour toute la France, et même pour de nombreuses contrées du monde.

2. — Les unités secondaires en sont des multiples et sous-multiples décimaux et il en résulte que toute mesure peut être exprimée par un nombre décimal, qui devient un nombre entier par un changement convenable d'unité.

3. — Il en est de même pour les unités de surface et de volume, toutefois le rapport entre deux unités successives est de 100 ou 1 000 (au lieu de 10).

4. — Les unités secondaires de temps ne sont pas des multiples décimaux de la seconde; la minute vaut 60 secondes, l'heure vaut 60 minutes et le jour est de 24 heures. On compte cependant en sous-multiples décimaux de la seconde (dixièmes, centièmes, millièmes) et il est assez fréquent de calculer en sous-multiples décimaux de l'heure et de la minute, qu'on transforme ensuite en minutes, ou en secondes (voir le *Calcul au Cours moyen*, VII, « Temps et durées »).

Il existait encore jusque ces dernières années certaines divergences d'écriture et de notations. La circulaire du 13 août 1952 a prescrit une « normalisation », ou, en quelque sorte, une orthographe. Son texte, intégralement reproduit au début de ce cahier, peut être résumé dans les règles suivantes :

un nombre entier est écrit en tranches de trois chiffres, séparées par un espace blanc, sans point;

cette règle est valable, dans l'écriture d'un nombre décimal, comportant une virgule, pour le nombre à gauche de la virgule (partie entière) et le nombre à droite (chiffres décimaux);

3 850 363,018 s'entend et se lit : 3 millions, 850 mille, 363 (unités), 18 millièmes.

Les noms des unités (et leurs abréviations) à utiliser à l'école primaire sont seulement ceux qui sont fixés par la circulaire.

m (km, hm, dam, m, dm, cm, mm);
m^2 (km^2, dm^2, cm^2, mm^2; éventuellement dam^2, hm^2); a, ha, ca;
m^3 (dm^3, cm^3); st; l (hl, dal, l, dl, cl);
g (kg, hg, dag, g, dg, cg, mg); q; t.

Les unités de temps, qui ne sont plus décimales, sont désignées par les abréviations : s (seconde); mn (minute); h (heure).

Les unités, pour les grandeurs obtenues par quotients des grandeurs précédentes, sont désignées, avec le mot *par*, ou avec une barre (de quotient) inclinée (VII, 4) :

$$\text{vitesse} = \frac{\text{longueur}}{\text{temps}}; \quad \text{km/h}; \quad \text{km/mn}; \quad \text{m/s};$$

$$\text{poids spécifique} = \frac{\text{poids}}{\text{volume}}; \quad \text{g/cm}^3; \quad \text{kg/l};$$

il nous semble désirable d'étendre cette notation à des exemples qui ne sont pas cités dans la circulaire :

F par m; F par km; F par kg; F par l; F par h;
pour les rendements des cultures : q par ha; hl par a;
pour les débits : m³ par h; l par mn.

Certaines grandeurs, moins utilisées à l'école primaire, sont formées par des produits; les unités sont réunies, soit par le signe ×, soit sans signe : le travail, produit d'une puissance par un temps, est exprimé en *wattheures*, Wh. Un travail peut être aussi considéré comme le produit d'un poids transporté par la longueur du transport : tonnes kilométriques, ou t × km.

Le *nom de l'unité*, ou son abréviation sans indication de pluriel, est placé à la droite du nombre complet (c'est-à-dire encore à droite de ses chiffres décimaux); cette unité se rapporte donc au chiffre qui précède la virgule à gauche (VII, 5).

Quoiqu'il n'y ait pas d'indication de lecture dans la circulaire, on peut recommander de lire une mesure décimale comme il a déjà été dit ci-dessus pour un nombre abstrait (voir aussi le *Calcul au Cours moyen*, III, 10) :

15.02 l s'entend et se lit 15 litres et 2 centilitres;

3.12 m³ s'entend et se lit 3 mètres cubes et 120 décimètres cubes (le dernier chiffre décimal, 2, écrit ne correspond pas à un sous-multiple utilisé du mètre cube).

II. COURS ÉLÉMENTAIRE

3 • LA MATIÈRE A ENSEIGNER

Les textes officiels de 1923 prescrivaient pour le cours élémentaire l'étude du mètre, du litre, du gramme et de leurs multiples et recommandaient, lorsqu'on étudiait la numération décimale et que l'on avait affirmé :

« Dix unités valent une dizaine »,

d'ajouter sans retard les exemples :

« Dix mètres valent un décamètre, dix grammes valent un décagramme », afin que « le système légal des mesures, système décimal, appuie la leçon sur la numération ».

Ainsi l'étude de la dizaine, celle de la centaine, celle du mille se trouvaient liées respectivement à l'étude du décamètre, du décalitre et du décagramme; de l'hectomètre, de l'hectolitre et de l'hectogramme; du kilomètre et du kilogramme, bien que certaines de ces unités ne soient jamais utilisées pratiquement : l'arpenteur emploie certes un instrument de mesure appelé décamètre, mais qui donc a jamais acheté ou vendu des décamètres ou des hectomètres de fil ou de tissu? De même, qui donc a jamais livré des décalitres de vin, des décagrammes ou des hectogrammes de viande? Pourquoi, dès lors, imposer à des débutants la connaissance d'unités théoriques que l'on n'emploie jamais dans la vie courante et dont intervention dans une première étude du système métrique, bien loin de conférer à celle-ci un caractère concret, ne parvient qu'à la rendre purement formelle?

D'autre part, ce mode de répartition, qui consiste à réserver les « sous-multiples » pour le programme du Cours moyen, procède d'une conception logique, certes, mais qui méconnaît, et la *possibilité* de familiariser l'enfant du cours élémentaire avec ces unités pratiques que sont le *millimètre*, le *centimètre* et le *centilitre*, et la *nécessité* de faire employer celles-ci, puisque l'enfant de sept ans a plus souvent l'occasion de mesurer des longueurs de l'ordre du millimètre ou du centimètre (1) et des capacités de l'ordre du centilitre que des longueurs ou des capacités respectivement de l'ordre du kilomètre ou de l'hectolitre. On nous objectera que les nombres décimaux ne doivent pas intervenir au Cours élémentaire : nous répondrons que faire mesurer les dimensions d'un livre en centimètres ou la capacité d'un verre en centilitres n'entraîne nullement le recours aux nombres décimaux : l'enfant écrira 23 cm, 18 cl, etc. Et ceci nous amène à faire remarquer combien il est nécessaire de considérer le millimètre, le centimètre, le mètre et le kilomètre; le centilitre, le litre et l'hectolitre; le gramme et le kilogramme, *tous* comme des unités, le choix de l'une d'elles n'étant motivé que par la nécessité de recourir à une unité en rapport avec la grandeur à mesurer (on n'exprime pas en kilomètres les dimensions d'un livre, pas plus qu'on n'exprime en millimètres la distance de Paris à Marseille).

Les modifications apportées par les *Programmes* et les *Instructions officielles* de 1945 procèdent à coup sûr de préoccupations identiques à celles que nous venons d'exposer :

« *Le programme du 17 octobre 1945* indique, non pas toutes les unités théoriques du système métrique, mais *seulement les unités pratiquement utilisées* : on sait que l'*usage courant exclut à peu près complètement l'emploi du décimètre, du décamètre, de l'hectomètre, du décilitre, du décalitre, du kilolitre, du décigramme,* etc. Aux unités effectives indiquées, il faudra ajouter au *Cours moyen, ou en fin de deuxième année du Cours élémentaire* : le millimètre, le centimètre cube (remplaçant le millilitre), le décimètre cube (équivalent au litre), le mètre cube (remplaçant le kilolitre), le milligramme, le quintal, la tonne, le centime et peut-être le mille et le million de francs » (*Instructions officielles* du 7 décembre 1945).

D'ailleurs « l'étude de la numération de 1 à 100, puis de 100 à 1 000, le comptage par milliers, se feront en liaison avec l'étude des *unités usuelles* du système métrique » (*Programmes* du 17 octobre 1945).

Ainsi :

— les expressions multiples et sous-multiples disparaissent : il n'est plus question que des *unités usuelles* suivantes :

	millimètre (C E 2) centimètre	cm³ (C E 2) centilitre	milligramme (C E 2)
franc	mètre	litre dm³ (C E 2)	gramme
billet de 10 F billet de 100 F billet de mille F	kilomètre	hectolitre m³ (C E 2)	kilogramme
million (C E 2)			quintal (C E 2) tonne (C E 2)

— le recours exclusif aux seules unités usuelles permet de donner aux exercices et aux problèmes un *caractère pratique et réellement concret*;

(1) Les programmes de 1945 prescrivent de faire utiliser par les élèves du C. P. le décimètre gradué en centimètres.

— les *exercices de conversion* purement formels entre unités non usuelles disparaissent (l'enfant peut avoir à convertir un nombre de grammes en kilogrammes, un nombre d'hectolitres en litres, mais on ne doit plus lui demander de convertir 4 hm 3 dam en décimètres ni 5 dal 2 dl en décilitres...).

4 • LA LIAISON AVEC L'ÉTUDE DE LA NUMÉRATION

L'étude du système métrique étant ainsi réduite à celle des *seules unités usuelles*, comment peut-on concevoir la liaison entre la numération et le système métrique ?

Il ne peut plus être question de fonder la *notion de dizaine* sur l'étude préalable du décamètre, du décalitre, du décagramme, pas plus que la *notion de centaine* ne peut être fondée sur l'étude préalable de l'hectomètre, de l'hectolitre et de l'hectogramme, etc. Dans la mesure où ces décamètre, décalitre, décagramme, hectomètre, hectogramme... ne sont que des unités non usuelles, que des unités théoriques, la base que leur étude constituait dans certains manuels pour fonder la notion de dizaine, de centaine... n'était qu'une base pseudo-concrète et, pédagogiquement parlant, un trompe-l'œil.

Le seul moyen dont disposent les maîtres pour *concrétiser* de façon réellement pratique les dizaines, centaines, mille, etc., réside dans le *recours aux billets* de dix francs, de cent francs, de mille francs.

Écrire et dire à l'enfant qu'il dispose de :

2 hm	3 dam	5 m	de ficelle,
3 hl	5 dal	8 l	de vin,
5 hg	4 dag	5 g	de sucre,

est absolument artificiel et sans valeur concrète.

Mais inventorier le contenu d'un portefeuille, écrire et dire qu'il contient :

Billets de cent francs	Billets de dix francs	Pièces de un franc
2	3	5
7	4	2

est un exercice pratique et réellement concret qui permet à l'enfant de comprendre l'écriture des nombres de trois chiffres.

Il apparaît que le *rôle des unités usuelles du système métrique* (mesures de longueur, de capacité, de poids) n'est pas de constituer une illustration concrète de la relation décimale qui permet de passer, dans notre système de numération, d'une unité à la suivante, puisque si, entre ces unités usuelles, existent des rapports simples, ceux-ci n'ont pas une valeur constante (centimètre ... mètre ... kilomètre).

rapport 100   rapport 1 000

La *liaison entre numération et système métrique est d'une autre nature* :

— d'une part, jusqu'à son entrée au Cours élémentaire, l'enfant comptait, additionnait, soustrayait... des collections d'objets réels, ou simplement désignés : gommes, fruits, crayons, chapeaux, etc. Désormais, l'enfant pourra aussi additionner, soustraire... des longueurs exprimées en mètres, centimètres, kilomètres, des capacités, des poids : ses calculs pourront donc s'exercer dans un champ d'activité plus vaste et moins puéril;

— d'autre part, la notion de centaine ayant été acquise à l'aide de billets et d'objets manipulés et comptés, cette notion trouvera son application et non son introduction dans les relations :

1 m = 100 cm; 1 l = 100 cl; 1 hl = 100 l, etc.,

qui pourront être posées et comprises sans que l'enfant ait eu à faire intervenir les unités théoriques : décimètre, décilitre, décalitre (la notion de mille trouve des applications analogues);

— enfin, et de façon réciproque en quelque sorte, la manipulation et la comparaison des unités usuelles, mètre et centimètre, litre et centilitre, fournissent à l'enfant une illustration concrète à postériori des relations ci-dessus et, par voie de conséquence, de la notion de centaine préalablement acquise. (Nous formulerons des remarques analogues au sujet de la notion de mille.)

La notion de multiplication qui consistait à réunir un certain nombre de collections contenant toutes un même nombre d'objets (compter le nombre des mains de huit élèves ou doubler une collection de billes) deviendra plus générale quand il s'agira de chercher la valeur d'une quantité dont on connaît la mesure ou la valeur de son unité. Cette notion s'étendra même au cas où la mesure servant de multiplicateur sera un nombre décimal (Cours moyen; III, 13).

5 • SURFACE D'UN RECTANGLE

Le programme du cours élémentaire comporte le calcul de la surface d'un rectangle, dont les côtés sont exprimés en cm. ou en m (bien entendu en nombres entiers). Il s'agit évidemment de regarder le dessin d'un carrelage (en centimètres carrés) et de constater que l'aire est constituée par la « réunion » d'un certain nombre de carrés de 1 cm de côté, par exemple 3 bandes de chacune 5 carrés, aussi bien que 5 colonnes de chacune 3 carrés. Cette constatation est, en même temps, une illustration graphique de la commutativité : 5×3 est égal à 3×5.

Les enfants habitués déjà à regarder une carte peuvent imaginer que le dessin représente une surface plus grande, un centimètre représentant un mètre; ceci suffit sans doute pour faire comprendre qu'en multipliant les dimensions en mètres d'un rectangle, on obtient sa surface, ou son aire, ou sa superficie, en mètres carrés.

Ce calcul, appliqué à un carré d'un décimètre, puis d'un mètre de côté, établit la relation entre les trois unités cm^2, dm^2, m^2, dont l'étude devra être reprise, plus méthodiquement, au Cours moyen.

Le calcul de surfaces peut être aussi complété par quelques notions pratiques; on peut évaluer la surface de la classe en mètres carrés, la longueur et la largeur étant arrondies en mètres. On peut comparer avec le calcul en dm^2.

III. COURS MOYEN

6 • LA MATIÈRE A ENSEIGNER

Le recours aux pièces de monnaie et aux billets de dix, cent, mille, dix mille francs a permis de faire comprendre aux enfants du Cours élémentaire les principes de la numération décimale. Il ne peut nous être de la même utilité pour introduire l'usage de ces nombres décimaux dont l'emploi est prévu par les programmes du Cours moyen, puisque les pièces de 1 décime et de 1 centime ne sont plus employées.

Aussi nous faudra-t-il dans ce cours utiliser *toutes les unités décimales du système métrique* (unités pratiques et unités théoriques) pour faire comprendre ce que sont les nombres décimaux. Mais le maître ne doit pas oublier que :

— *dans les données et les résultats* des problèmes, il vaut mieux se borner aux *seules unités pratiques* (*Instructions*, Cours élémentaire, III, 2);
— et que les *nombres décimaux*, « *complétés au besoin par des zéros, doivent correspondre à des unités pratiques* » (*ibid.*); c'est ainsi qu'on n'écrira pas 7 dm, mais 0,70 m ou 70 cm; ni 0,4 hg, mais 0,040 kg ou 40 g; ni 3,5 m^3, mais 3,500 m^3.

C'est donc uniquement parce que l'emploi de la totalité des unités décimales du système métrique constitue *l'irremplaçable* et donc *l'indispensable* moyen de faire comprendre ce que sont *les nombres décimaux*, que les enfants, au sortir du Cours élémentaire, doivent étudier la série complète des unités de longueur, de capacité et de poids.
Compte tenu de ce qui précède, il convient donc au Cours moyen de ménager une place importante aux exercices de conversion, mais il doit être bien entendu qu'il ne peut s'agir que de passer d'une *unité pratique usuelle à une autre unité pratique usuelle* (les exercices de conversion entre unités théoriques sont purement formels et doivent être proscrits ou tout au moins très limités).

7 • SYSTÈME MÉTRIQUE ET NOMBRES DÉCIMAUX

Mesures de longueur

(Voir le *Calcul au Cours moyen*, II, 6 et III, 10.) — Recherchons comment on peut introduire l'*emploi des nombres décimaux* et procéder aux *changements d'unité*, à propos de l'étude des *mesures de longueur*, lorsque l'élève a une connaissance suffisante des diverses unités.

1. — Mesurons la distance de la grille de l'école à la mairie. Supposons que nous trouvions que cette distance est 24 fois la longueur d'une chaîne d'arpenteur et 5 m :

2 hm 4 dam et 5 m

Nous pourrons indiquer le résultat de la mesure :
— soit en utilisant le tableau ci-dessous dont les colonnes correspondent, lorsqu'on va vers la gauche, à des unités de 10 en 10 fois plus fortes.

TABLEAU I

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
0	2	4	5	0	0	0

— soit plus simplement en écrivant :

245 m (nombre entier).

2. — Mesurons la longueur de la table. Nous trouvons 1 double mètre et 75 cm :

2 m 7 dm 5 cm

Nous pourrions indiquer les résultats de la mesure :
— soit en utilisant le tableau suivant :

TABLEAU II

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
0	0	0	2	7	5	0

— soit plus simplement en écrivant : 2,75 m.

2,75 m est un *nombre décimal* : on le lit 2 mètres 75 cm.

La *virgule* est un simple *repère* qui indique où se trouve le chiffre des mètres (chiffre situé immédiatement à gauche de la virgule) et, par conséquent, le chiffre des décimètres, celui des centimètres, celui des décamètres, celui des hectomètres, etc.

3. — Changement d'unité. Si, pour exprimer la mesure précédente, on veut utiliser le décimètre comme unité, le repère, c'est-à-dire la virgule, sera placé après le 7 → 27,5 dm : on obtient encore un nombre décimal.

Si on utilise le centimètre comme unité, on écrira → 275 cm : on obtient cette fois un nombre entier.

Mesures de capacité

On procédera de la même façon que précédemment lorsque l'élève connaîtra bien les diverses unités employées pour la mesure des longueurs.

1. — Mesurons la capacité d'un récipient en puisant l'eau qu'il contient avec des mesures. Supposons que nous trouvions 1 hectolitre 3 décalitres et 2 litres.

Nous indiquerons le résultat de la mesure :

— soit en utilisant le tableau suivant :

hl	dal	l	dl	cl	ml
1	3	2	0	0	0

— soit simplement en écrivant : 132 litres (nombre entier).

2. — Mesurons la capacité d'une tasse. Supposons que nous trouvions 1 décilitre et 6 centilitres.

Nous indiquerons le résultat de la mesure :

— soit en utilisant le tableau suivant :

hl	dal	l	dl	cl	ml
0	0	0	1	6	0

— soit plus simplement en écrivant : 0,16 l.

0,16 l est un *nombre décimal* : on lit 0 litre 16 centilitres.

La *virgule* est encore un simple *repère* qui indique où se trouve le chiffre des litres et, par voie de conséquence, les chiffres correspondant aux diverses unités.

3. — Changement d'unité (*Calcul au Cours moyen*, III, 11). — Le résultat de la mesure peut être encore écrit 1,6 dl, qui est encore un nombre décimal, ou 16 cl qui est un nombre entier.

Mesures de poids

On procédera de façon analogue lorsque les élèves connaîtront bien toutes les unités employées pour les mesures de poids.

Règles générales

On peut rassembler les études faites pour chacune de ces trois grandeurs en rappelant quelques termes généraux du vocabulaire et quelques conventions d'écriture. Les mesures :

2,7 m; 0,16 l; 12,075 kg;

sont des nombres décimaux.

L'abréviation, qui suit le nombre complet, indique l'unité correspondant au nombre qui précède la virgule (à gauche) et qui est appelé *partie entière* :

2 m; 0 l; 12 kg.

Les chiffres qui suivent la virgule (à droite) sont appelés chiffres décimaux; le nombre qu'ils forment est la *partie décimale*, elle représente un sous-multiple de l'unité (dixième, ou centième, ou millième, suivant qu'il y a 1, ou 2, ou 3 chiffres décimaux) :

7 dm; 16 cl; 075 g ou 75 g.

Un nombre est la somme de sa partie entière et de sa partie décimale; on le lit d'ailleurs :

2 m *et* 7 dm; 16 cl; 12 kg *et* 75 g.

(Dans le second cas, on peut lire, à volonté, 0 litre et 16 centilitres, ou seulement 16 centilitres.)

On peut encore résumer les exercices de changement d'unité en une règle (voir le *Calcul au cours moyen*, III, 11).

Quand on remplace l'unité par sa dizaine, ou sa centaine..., il faut déplacer la virgule de un, ou deux, ou ... rangs vers la gauche;

quand on remplace l'unité par son dixième, ou son centième, ou ..., il faut déplacer la virgule de un, ou deux, ou ... rangs vers la droite.

Ceci peut exiger l'introduction de zéros lorsque le nombre des chiffres est insuffisant.

On peut rapprocher cette règle de celle de la multiplication, et de la division d'un nombre par 10, ou 100, ou ...; ou 0,1, ou 0,01, ou ...

8 • MESURE DES SURFACES

Unités

On a dû étudier au Cours élémentaire la surface d'un rectangle en cm^2 et en m^2. On peut se servir de cette première notion, éventuellement révisée, pour préciser au Cours moyen les relations entre les unités, du m^2 au km^2, chacune étant contenue 100 fois dans la suivante. On fait ainsi plus ou moins explicitement un calcul des puissances de 10, qui peut donner une idée des grands nombres : un million de mm^2 dans un m^2; mille milliards dans un km^2 (100 ha). On utilise à peu près comme synonymes surface, aire et superficie (plus spécialement réservé aux champs).

Il est bon de se rendre compte de quelques particularités de notations qui nous sont familières, mais qui ne sont pas « évidentes » pour les enfants. L'exposant 2 (imposé par la circulaire) est une abréviation d'une multiplication (cm^2 pour $cm \times cm$); l'indication du multiple ou sous-multiple ne porte pas sur la mesure elle-même, mais sur le côté du carré qui la définit (il serait plus correct d'écrire $(cm)^2$ ou $\overline{cm}^2$). L'expression de la multiplication :

$$cm \times cm = 0{,}01 \ m \times 0{,}01 \ m = (0{,}01 \times 0{,}01) \ m^2 = 0{,}0001 \ m^2$$

met en évidence les rapports des unités qui sont des puissances de 100 et non de 10.

Dans l'expression d'une mesure décimale de surface, un changement d'unité entraîne le déplacement de la virgule de 2, ou 4, ou 6, ... rangs; alors que la multiplication, ou la division par 10, ou 100, ..., ou encore par 0,1, ou 0,01, ... n'entraîne toujours que le déplacement de 1, ou 2, ... rangs.

On a conservé l'usage de noms spéciaux pour certaines mesures de superficie des champs; ces mesures sont cependant rattachées aussi au mètre. L'*are*, en abrégé a, est une surface de 1 dam^2, c'est-à-dire d'un carré de 10 m de côté. Mais les abréviations des multiples et sous-multiples portent cette fois sur l'unité de surface (et non sur le côté du carré) :

un hectare, ou ha, est égal à 100 ares, ou 10 000 m^2, ou 1 hm^2;
un centiare, ou ca, est égal à 0,01 are, ou 1 m^2.

On n'utilise que ces deux unités secondaires : on pourrait bien construire un carré d'une surface de 10 ares, mais son côté ne serait pas mesuré par un nombre décimal exact de mètres; c'est environ 31,623 m, à 1 mm près, par défaut.

Surfaces de rectangles

La règle de changement d'unité permet de montrer que le calcul de la surface d'un rectangle, obtenue en multipliant les mesures de ses côtés, reste vraie si ces mesures sont des nombres décimaux. Il faut que ces nombres soient, bien entendu, exprimés avec la même unité et que la surface soit exprimée avec la surface du carré dont le côté est cette unité de longueur.

Pour l'établir, il suffit de changer d'unités, de façon que les mesures des côtés deviennent des nombres entiers; on revient ensuite à l'unité primitive; la règle du placement de la virgule coïncide avec la règle de ce placement dans la multiplication des nombres décimaux :

$2{,}5 \ m = 25 \ dm$; $3{,}6 \ m = 36 \ dm$; $25 \ dm \times 36 \ dm = 900 \ dm^2$;
$900 \ dm^2 = 9{,}00 \ m^2$; $2{,}5 \ m \times 3{,}6 \ m = 9{,}00 \ m^2$.

Dans l'énoncé du calcul d'une surface de rectangle par une multiplication, on peut écrire les facteurs sous forme de mesures (un nombre, suivi du nom de l'unité); chacun d'eux joue le rôle de multiplicateur pour l'autre. Cette notation n'est pas imposée par la circulaire de 1952, mais elle semble conforme à son esprit. (La longueur d'un côté est le quotient de la division de la surface par la longueur de l'autre côté.)

Au calcul de surfaces de rectangles peuvent se rattacher des exercices ou des problèmes usuels, qui font intervenir, plus ou moins, l'associativité de l'addition (suite d'additions et de soustractions). La peinture des murs (rectangulaires) d'une salle, dont on déduit les surfaces des ouvertures (portes et fenêtres, également rectangulaires), en est un exemple pratique. On peut calculer la surface brute des murs, ce qui est une somme de rectangles, puis en retrancher les surfaces des ouvertures, soit après les avoir préalablement additionnées, soit successivement, soit encore pour chaque mur. D'autres problèmes analogues sont fréquents : superficie cultivable d'un jardin rectangulaire dans lequel on a tracé des allées parallèles aux côtés; aires de fondations (obtenues par déduction du rectangle intérieur, ou par somme des rectangles de pourtour); surfaces de sections de fers profilés, en cornière, en T, en I.

Le *pavage* d'une pièce (rectangulaire) avec des carreaux carrés peut avoir une première solution approchée en divisant la surface de la pièce par celle d'un carreau et en prenant le quotient par excès. On obtient une meilleure solution en divisant (à une unité près par défaut) les côtés du rectangle par le côté du carreau. On peut alors calculer le nombre de carreaux qui peuvent être placés entiers, la surface recouverte et, par soustraction, la surface qu'il faudra paver en morceaux de carreaux; on peut vérifier, en décomposant en rectangles cette surface restante.

Surfaces du triangle et du trapèze rectangles

Les deux triangles rectangles, découpés dans un rectangle par une diagonale, sont « *égaux géométriquement* », c'est-à-dire sont superposables, ce qu'il semble facile de vérifier et d'expliquer. On admet aisément que leurs aires sont, par suite, égales; chacune d'elles est alors la *moitié* de l'aire du rectangle. Il en résulte la formule bien connue (1) :

$$\text{surface d'un triangle rectangle} = \frac{1}{2} \times \text{côté} \times \text{côté}.$$

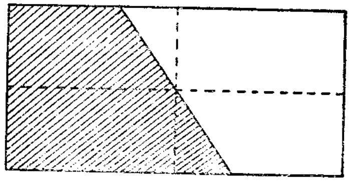
Bien entendu, les côtés sont exprimés avec la même unité et la surface est exprimée en unité correspondante.

Le calcul est une règle de trois, avec le dénominateur 2. On peut remplacer la fraction $\frac{1}{2}$ par sa valeur décimale 0,5; on peut, indifféremment :

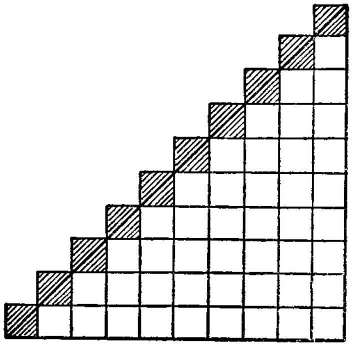
multiplier les côtés et prendre la moitié du produit;
multiplier un des côtés par la moitié de l'autre.

En coupant un rectangle non plus par une diagonale, mais par une droite passant par le centre, on le partage en deux trapèzes rectangles égaux géométriquement, ce qui donne la formule :

$$\text{surface d'un trapèze rectangle} = \frac{1}{2}\ (\text{somme des bases}) \times \text{hauteur}.$$



(1) On remarquera que cette formule ne résulte pas d'une formation du triangle avec l'unité de surface, c'est-à-dire d'un pavage en carrés égaux. On peut cependant chercher à paver un triangle avec des carrés de côtés de plus en plus petits, de dixième en dixième. Par exemple, pour un triangle rectangle isocèle, de 1 dm de côté, la surface est comprise entre :



45	et	55	carrés de	1 cm de côté;
4 950	et	5 050	*id.*	de 1 mm de côté;
499 950	et	500 050	*id.*	de 0,1 mm de côté.

En dm^2, la surface est ainsi comprise entre 0,45 et 0,55; mais aussi entre 0,495 et 0,505, et entre 0,499 95 et 0,500 05. On peut en conclure qu'elle est égale à 0,50 dm^2.

Ce n'est là, bien entendu, qu'un renseignement qui n'est pas destiné à l'enseignement dans les classes, mais à ceux des lecteurs qui s'intéresseraient aux questions de rigueur; ils pourront comparer ce raisonnement à quelques-unes des démonstrations couramment employées pour établir la formule du volume d'une pyramide.

Cette formule comprend comme cas particulier la formule précédente de la surface du triangle (une des bases est nulle; la droite qui coupe le rectangle est une diagonale du rectangle).

On peut encore, soit prendre la moitié du produit, soit multiplier la demi-somme des bases par la hauteur, soit multiplier la somme des bases par la moitié de la hauteur. On peut aussi justifier ces diverses formules par des tracés appropriés, mettant en évidence des égalités géométriques de figures.

Quoique l'étude de ces surfaces ne figure pas explicitement au programme, les maîtres estimeront sans doute qu'il faut enseigner les formules connues de la surface d'un triangle (1) et d'un trapèze (quelconque), d'un parallélogramme et d'un losange.

Il semble peut-être plus intéressant (comme l'indiquent les *Instructions*, IV, 13) de faire calculer les surfaces de polygones découpés en triangles rectangles et trapèzes rectangles, ainsi qu'il est d'usage en arpentage. Il n'y a même que des avantages à faire calculer ainsi la surface d'un triangle, décomposé en une somme (ou en une différence) de deux triangles rectangles.

9 • MESURE DES VOLUMES

Unités

Il n'est sans doute pas inutile de faire voir aux élèves, sur un modèle convenablement aménagé (*Matériel*, VIII) qu'un cube de 1 décimètre de côté contient 10 couches formées chacune de 100 cubes de 1 cm de côté. On en conclut que chacune des trois unités de volume : m^3, dm^3, cm^3, contient 1 000 fois la suivante.

Les particularités indiquées pour les unités de surfaces restent analogues pour les unités de volume : l'exposant 3 désigne une multiplication de 3 longueurs ou d'une longueur et d'une surface. Un changement d'unité entraîne le déplacement de 3 ou 6 rangs de la virgule.

Une seule unité, le *stère* (st), égale à 1 m^3, subsiste concurremment aux unités précédentes, pour la mesure des bois de chauffage. On peut expliquer son maintien par l'usage d'un gabarit uniforme adopté pour les longueurs des bûches et la hauteur des tas (en général 1 m), en sorte que le volume en stères est exprimé par le même nombre que la longueur du tas (en m).

Parallélépipède rectangle et prisme droit

Le partage d'un parallélépipède rectangle en cubes est analogue au pavage d'un rectangle en carrés. Le volume est ainsi calculé, soit par le produit (de la multiplication, dans un ordre quelconque) des longueurs de ses trois arêtes, soit par le produit de la surface d'une de ses faces par la longueur de l'arête perpendiculaire. (L'égalité des trois produits obtenus par ce deuxième calcul est une conséquence de l'associativité de la multiplication. Voir le *Calcul au Cours moyen*, IV, 15.)

La deuxième formule reste vraie pour le volume d'un prisme droit (obtenu en élevant des perpendiculaires d'une même longueur, à une surface plane de base). On peut décomposer le prisme en couches de même épaisseur, parallèles à la base et elles-mêmes décomposées en cubes. On peut aussi bien décomposer le prisme en parallélépipèdes de même hauteur, dont les bases sont des carrés égaux qui pavent la base du prisme (2). (Un parallélépipède rectangle étant un prisme droit de trois façons différentes, on retrouve ainsi les trois formules précédentes.)

(1) Cependant l'expression de la surface d'un triangle a l'inconvénient de faire intervenir, sous le nom de « base », un des côtés arbitrairement choisi, que les élèves ont une tendance à figurer parallèle aux lignes de leur cahier. Des élèves, même plus âgés, ont quelque peine à se rendre compte que les trois produits d'un côté par la hauteur correspondante sont des nombres égaux.

(2) L'un ou l'autre de ces raisonnements suppose qu'il est possible de paver la base du prisme avec des carrés. Cela est toujours possible, approximativement, avec des carrés assez petits (voir note sur la surface du triangle).

Il est utile de donner des exemples de prismes dont la base n'est pas dans un plan horizontal (silo; hangar dont la base est le pignon; fers profilés...).

Pour des « couches » prismatiques, de base horizontale, l'épandage donne des exemples pratiques de prismes dont le volume est connu et dont on cherche, soit la surface, soit l'épaisseur (jouant le rôle d'arête perpendiculaire), connaissant l'autre donnée. Ceci peut poser, bien entendu, des questions de changement d'unité (cm pour l'épaisseur; m², ou are, pour la surface).

Le cylindre droit peut être assimilé à un prisme droit, de base circulaire.

Capacités et poids spécifiques

Le litre et le décimètre cube ont le même volume; le poids de ce volume d'eau (distillée et à la température de 4°) est égal à 1 kilogramme.

On en déduit aisément les correspondances d'unités secondaires (volumes, capacités et poids d'eau). Les plus importantes sont :

mètre cube;	10 hectolitres;	1 tonne;
décimètre cube;	1 litre;	1 kilogramme;
centimètre cube;	0,1 centilitre;	1 gramme;

On a signalé le *poids spécifique* comme un des exemples importants de valeur de l'unité (*Le Calcul au Cours moyen*, IV, 17) et comme une unité formée par le quotient d'un poids par un volume (ci-dessus, 2. — « Notations », p. 131).

On appelle parfois *densité* le rapport du poids d'un corps au poids d'un volume égal d'eau. C'est alors un nombre abstrait, indépendant des unités choisies. Il est représenté par le même nombre que le poids spécifique, quand on exprime ce dernier en prenant pour unité de poids le poids de l'eau contenue dans l'unité de volume :

t par m³; ou kg par dm³; ou kg par l; ou g par cm³.

On estimera sans doute que, au Cours moyen, il suffit de constater l'égalité des nombres qui expriment les poids spécifiques avec l'une de ces trois unités, de dire que ce nombre est aussi appelé densité et que pour l'eau il est égal à 1.

Les applications du poids spécifique résultent, bien entendu, de la règle (de proportionnalité) :

poids d'un corps = poids spécifique × volume;

et des règles de division qui en résultent (calcul d'un volume ou détermination d'un poids spécifique). L'emploi des notations préconisées peut éviter des erreurs de virgule.

Un flacon gradué, une balance et une boîte de poids permettent quelques mesures de poids spécifique, par exemple d'eau salée, qu'on peut alors contrôler par le calcul d'après la proportion de sel (voir *Programme des leçons de choses*).

IV. MÉTHODE ET PROCEDES D'ENSEIGNEMENT DU SYSTÈME METRIQUE

Pour conduire l'enfant — que celui-ci soit élève de Cours élémentaire ou qu'il soit élève de Cours moyen — à la connaissance du *système métrique*, il n'est qu'une méthode : familiariser cet enfant avec les *instruments de mesure* et avec les *diverses unités pratiques* en le faisant procéder à de *nombreux exercices de mesure*.

1 — *Au Cours élémentaire*, il convient d'abord — comme on l'a déjà fait au Cours préparatoire pour les bandes graduées en centimètres — de *faire confectionner des instruments de mesure rudimentaires* par l'élève : ficelles nouées tous les dix centimètres, puis graduées en centimètres, lattes de bois de un mètre, chaînes ou rubans d'arpentage, balances simplifiées, lames de carton ou de métal pesant 1 g, 2 g, 5 g..., sachets de sable pesant 100 g, 200 g, 500 g..., etc.; récipients gradués en litres, en centilitres... En fabriquant ou en utilisant ces instruments grossiers, l'enfant saisira intuitivement le sens du mot *unité* et celui des expressions : longueur *égale* à une autre longueur ou à une juxtaposition de longueurs, poids égal à un autre poids ou à une réunion de poids, capacité *égale* à une autre capacité ou à plusieurs capacités. — Et lorsque le maître mettra de vrais mètres, une vraie chaîne d'arpenteur, une vraie balance et de vrais poids, de vraies mesures de capacité entre les mains de l'enfant, celui-ci ne témoignera ni surprise ni embarras.

2. — Au Cours élémentaire, au Cours moyen, — comme plus tard en Classe de fin d'études, — il *importe que l'enfant utilise fréquemment les instruments de mesure, et les utilise bien*. Le maître veillera en particulier à ce que les bandes graduées souples soient bien tendues; à ce que l'origine de la bande graduée ou de la règle graduée, dans le cas où l'on porte plusieurs fois de suite cette bande ou cette règle le long d'une dimension à mesurer, coïncide bien avec la position qu'occupait l'autre extrémité de l'instrument lors de l'application précédente; à ce que l'aiguille de la balance occupe bien la position qui correspond à l'équilibre, à ce que le niveau du liquide dont on mesure le volume soit repéré correctement par rapport aux graduations du contenant, etc.

3. — *Les exercices de mesure doivent être autant que possible dépourvus de caractère formel; ils doivent être « motivés »*, et non constituer une fin en soi :

— c'est parce qu'on veut obtenir des fiches d'un certain format qu'on dessine et qu'on découpe des rectangles de telles dimensions;
— c'est parce qu'on veut confectionner un modèle réduit de bateau ou d'avion qu'on procède aux mesures permettant d'obtenir telle pièce de contreplaqué de dimensions données;
— c'est parce qu'on veut calculer la superficie du jardin qu'on mesure les dimensions de celui-ci;
— c'est parce qu'on veut mesurer les hauteurs de pluie qu'on gradue une éprouvette en centimètres cubes;
— c'est parce qu'on veut connaître le poids du charbon que contient le seau de la classe, la capacité d'une lessiveuse, qu'on procède aux mesures indispensables.

Ainsi l'enseignement du système métrique doit-il être étroitement relié à la *vie courante*, aux *activités locales*, à l'*étude du milieu*.

4. — A l'occasion des exercices de mesure nombreux et variés qu'on lui propose, l'élève doit être entraîné à faire un choix opportun d'unités, c'est-à-dire d'*unités pratiques* telles que les nombres exprimant les mesures ne soient ni trop grands ni trop petits. (Un pas de 75 cm; un film de 35 mm de largeur; une distance de 35 km; un saut de 1,25 m; un morceau de fromage pesant 210 g; une provision de charbon de 5 tonnes; une réserve de 250 kg de pommes de terre; une bouteille de 80 cl; une barrique de 2 hl, etc.)

5. — *L'élève doit naturellement être entraîné à « changer d'unité pratique »*, à passer, par exemple, de l'expression en centilitres de la quantité de vin nécessaire au remplissage de 180 bouteilles de 75 cl, à l'expression de cette quantité de vin en hectolitres : 1,35 hl.

6. — *L'élève doit connaître l'ordre de grandeur de la longueur ou du poids d'objets courants, de la capacité de récipients usuels, etc.* Cette connaissance des ordres de grandeur a un grande importance pour la *vie pratique*, et, en outre, elle permet éventuellement de déceler les grossières erreurs de calcul, notamment les

[illegible] la virgule — un enfant qui a trouvé pour poids d'un stère de chêne [illegible] ne manquera pas de recommencer ses calculs s'il sait que *l'ordre de grandeur de son poids* est 600 kg).

7. — *L'élève doit être entraîné également à apprécier à vue d'œil des longueurs, des capacités et, en les soupesant, le poids de différents objets.* Ces exercices d'appréciation, d'estimation ne prendront toute leur valeur que s'ils sont [illegible] fréquemment des contrôles indispensables.

8. — Enfin il faut dès l'école familiariser l'élève avec cette *représentation figurée des grandeurs* à laquelle recourent maintenant si fréquemment, non seulement les manuels scolaires de géographie, mais aussi les journaux, et dont l'étude est d'ailleurs prescrite expressément par les programmes de la classe de fin d'études.

Cette représentation figurée est obtenue en faisant correspondre aux grandeurs des segments de droite, des bandes, des secteurs de cercle, des silhouettes, etc., de dimensions convenables.

9. — Tout ce qui vient d'être dit au sujet de la méthode et des procédés d'enseignement du système métrique montre de façon évidente que cet enseignement doit être relié au *dessin* et *au travail manuel* (tracé, confection et graduation d'instruments de mesure, quadrillage d'un mètre carré en décimètres carrés, d'un décimètre carré en centimètres carrés, confection d'un mètre cube et de décimètres cubes, confection de jalons, de fiches, de poids, d'une balance rudimentaire, détermination d'un poids spécifique, etc.). Le nombre et l'importance des *travaux pratiques de système métrique* sont tels qu'il est très souvent nécessaire de leur réserver une partie au moins des séances d'*activités dirigées.* Cette nécessité est particulièrement impérieuse en ce qui concerne les travaux pratiques de système métrique dans la Classe de fin d'études.

Est-il besoin d'ajouter que c'est dans le cadre des « *activités dirigées* » que doivent être organisées les « *classes promenades* » consacrées au système métrique : observation des arpenteurs, de l'installation du pont-bascule, des postes distributeurs d'essence et d'huile du garage voisin, etc., des balances automatiques des commerçants.

10. — En ce qui concerne les exercices oraux ou écrits de système métrique, rappelons qu'il faut sans doute, pour monter les mécanismes nécessaires, ménager une place aux *exercices de conversion.* Rappelons une fois encore qu'au Cours élémentaire il convient, lors de ces exercices, de ne faire intervenir que des *unités pratiques* : on ne demandera pas de convertir 75 décalitres en décilitres; en revanche, on cherchera, par exemple, quelle est, exprimée en *litres*, la contenance d'un fût de 5 hl, quel est, exprimé en *grammes*, le poids d'un morceau de viande de 2 kg.

Au Cours moyen, pour les raisons que nous avons données, on pourra faire intervenir, lors des exercices de conversion, toutes les unités, qu'elles soient pratiques ou non.

Mais on doit se garder de croire que ces indispensables exercices de conversion suffisent. Dans la mesure même où l'on veut « *motiver* » les exercices de système métrique, on doit faire de ceux-ci un *moyen* et non *une fin en soi : moyen* de trouver la longueur d'une clôture pour calculer le prix de celle-ci; *moyen* de trouver le poids total d'un certain nombre de rations de viande pour calculer le prix de revient d'un repas, etc., ou bien encore *moyen* de passer de la contenance exprimée en mètres cubes d'une citerne à essence à la capacité en litres de cette même citerne en vue d'un calcul de vente d'essence; *moyen* de connaître, après avoir calculé en *mètres carrés* l'aire d'un champ, la valeur en *hectares* de celui-ci en vue de rechercher le prix du champ vendu 250 000 F l'hectare par exemple, etc. Aussi *l'exercice « motivé » de système métrique* doit-il le plus souvent s'intégrer dans un *problème d'arithmétique ou de géométrie.*