Remarques sur l'enseignement de la multiplication et de la division

I. PRÉAMBULE

On trouve dans les *Instructions* sur l'enseignement du calcul, parues en décembre 1945, une innovation qui ne paraît pas avoir obtenu beaucoup de succès auprès des maîtres et des auteurs de manuels. Or elle méritait, nous semble-t-il, de susciter un plus vif intérêt, car ses répercussions sur l'enseignement de l'arithmétique élémentaire sont importantes.

Voici le paragraphe en question (voir Cours élémentaire) :

« Quand les élèves notent une multiplication dans leur solution, il leur est utile de rappeler la signification concrète de chaque nombre. Par exemple, ils pourront écrire :

$$\overset{\text{F par kg}}{75} \times \overset{\text{kg}}{5} = 375 \text{ F.}$$

$$\overset{\text{F par h}}{25} \times \overset{\text{h}}{42} = 1\,050 \text{ F.}$$

Et cette nouvelle façon de formuler la multiplication se retrouve à maintes reprises dans le même texte. Nous lisons en effet (voir Cours moyen) : « Ces exemples montrent en même temps combien peut être suggestif l'emploi de formules où chaque nombre est accompagné de l'indication de l'unité. » Cela suffirait à prouver que ses auteurs y attachaient une certaine importance.

Nous avons adopté dès l'année 1946, et constamment depuis, cette notation nouvelle. Nous avons exploité, partout où ils se présentaient, ses avantages. Après huit années d'une expérience attentive, même limitée, comme c'est le cas, à un cours moyen, nous avons acquis la conviction qu'elle améliore grandement la compréhension du sens de la multiplication, et, par contre-coup, de la division, qu'elle ouvre la voie à un enseignement plus aisé et plus sûr de la division, qu'elle donne enfin au raisonnement des problèmes élémentaires, à l'expression des solutions, plus de rigueur et de fermeté.

II. NOTATION DE LA MULTIPLICATION

1 • NOTATION CONCRÈTE

A la notation des *Instructions* de 1945 :

$$\overset{\text{le kg}}{90 \text{ F}} \times \overset{\text{kg}}{7{,}5} =$$

nous avons préféré l'écriture plus hardie et plus aisée aussi à placer dans un cahier d'écolier et d'ailleurs conforme à la circulaire de 1952) :

$$90 \text{ F le kg} \times 7{,}5 \text{ kg} = 675 \text{ F.}$$

Par comparaison avec la notation traditionnelle, nous voyons que la formule proposée donne :

1 — Aux deux facteurs leur signification concrète, et non au multiplicande seulement.

2. — Au multiplicande le sens d'une valeur à l'unité qu'il possède dans tous les cas.

Exemples :

$$7{,}8 \text{ kg par dm}^3 \times 1{,}4 \text{ dm}^3 =$$
$$144 \text{ plumes par boîte} \times 6 \text{ boîtes} =$$
$$125 \text{ F de l'heure} \times 210 \text{ heures} =$$
$$750 \text{ F par m}^2 \times 435 \text{ m}^2 =$$

Remarquons dès à présent que les quelques exemples ci-dessus permettent de deviner immédiatement les données et la question qui conduisent à chaque opération. La multiplication indiquée a donc un sens complet et précis, si bien qu'elle peut être proposée à l'élève qui devra trouver non seulement le produit — concret, — mais aussi l'énoncé du petit problème qu'il vient de résoudre. (Voir le *Calcul en Classe de fin d'études*, III, 10.)

2 • AVANTAGES DE LA NOTATION

a) On sait que les enfants — exception faite des mieux doués — répugnent à l'effort d'imagination qu'il faut faire pour se représenter concrètement les données d'un problème. Ils raisonnent sur des nombres abstraits qui n'ont pas le pouvoir de stimuler ou de diriger la recherche et ne résistent en aucune façon aux opérations absurdes. Obliger un enfant à écrire :

$$28 \text{ F le m}^3 \times 58 \text{ m}^3 =$$

c'est l'obliger à penser que c'est parce que le m³ de gaz coûte 28 F et qu'on en a consommé 58 m³ que la dépense sera...

b) L'inversion de l'ordre des facteurs, trop souvent tolérée sous prétexte qu'elle ne modifie pas la valeur numérique du produit, constitue une erreur de raisonnement; plus exactement, elle révèle que l'opération a été posée sans réflexion, sans retour aux éléments concrets du problème, l'intuition née d'une longue pratique intervenant à peu près seule.

Nous pouvons affirmer que cette habitude défectueuse se corrige en quelques semaines chez tous les élèves par l'emploi d'une notation explicite.

c) Il s'établit entre les unités des facteurs et du produit une correspondance qui devient sensible à l'énoncé, même mental, de la multiplication :

$$28 \text{ F le m}^3 \times 56 \text{ m}^3 = 1\,568 \text{ F.}$$

L'erreur qui consiste, par exemple, à multiplier le prix du quintal par le poids en tonnes, ou la vitesse à l'heure par un temps exprimé en minutes, devient apparente et choque l'élève :

$$2\,200 \text{ F le } \boxed{\text{quintal}} \times 3{,}7 \text{ tonnes} =$$

$$14 \text{ km/h} \times 35 \text{ mn} =$$

Ce genre de faute disparaît complètement et très vite.

Dans le même ordre d'idée, la confusion entre le nombre d'intervalles et le nombre des séparations est rendu impossible si l'on écrit :

25 cm par intervalle × 7 intervalles =

d) Cette correspondance est particulièrement féconde lorsqu'on veut, lors de l'étude des nombres décimaux au Cours moyen (*Instructions officielles*), « justifier la règle de la virgule dans la multiplication par un double changement d'unités. Par exemple :

3,40 F par litre × 7,25 litres

peut être remplacé par :

0,034 F par cl × 725 cl. »

Ceci est peut-être encore plus sensible avec des multiplicateurs exprimant des surfaces ou des volumes. Par exemple :

Poids d'une tige de fer :

3,9 kg par m × 2,75 m devient 0,039 kg par cm × 275 cm.

Poids d'une tôle :

1,56 kg par m^2 × 2,75 m^2 devient 0,0156 kg par dm^2 × 275 dm^2.

Poids d'un objet en fer :

7,8 kg par dm^3 × 3,75 dm^3 devient 0,0078 kg par cm^3 × 3 750 cm^3.

Cette écriture oblige à une correspondance exacte.

e) Enfin les élèves s'habituent à considérer que les deux facteurs ont des significations totalement différentes.

Le premier est toujours une valeur à l'unité, le second un certain nombre de ces unités :

7,8 g par cm^3 ne peut être qu'un premier facteur,
45 cm^3 ne peut être qu'un deuxième facteur.

Si cela est sans grande importance pour la multiplication, il n'en est pas de même pour la division.

En effet, c'est parce que les deux facteurs ont des sens différents que la recherche de l'un ou de l'autre conduit à des problèmes différents, exigeant des démarches de l'esprit différentes. L'élève qui peut se dire : c'est un multiplicande que je cherche, ou un multiplicateur, sait quel est le raisonnement qui lui donne l'opération à faire. Il domine sa recherche, il la conduit logiquement, il apprend à raisonner mieux.

Il existe des cas où le multiplicateur ayant le caractère d'un coefficient (indépendant des unités) ne peut prendre une signification concrète qu'il n'a pas.

Exemples :

1. — Le nombre π ;

2. — Les multiplicateurs abstraits 0,15, 0,04 qu'on peut utiliser pour prendre les 15 %, les 4 %.

3. — Le produit des deux facteurs au moyen desquels on calcule une surface. La démonstration courante de la surface du rectangle conduirait à la formule suivante :

7 m^2 par bande × 5 bandes = 35 m^2.

Nous pensons cependant qu'elle ne doit pas être conservée, en premier lieu, pour se conformer à l'usage, plus encore parce que l'emploi de dimensions exprimées en nombres décimaux la rendrait absurde, et enfin parce que son application à des surfaces non rectangulaires est impossible.

3 • A QUEL AGE CONVIENT-IL D'EMPLOYER CETTE NOTATION?

Notre expérience a été faite seulement dans un Cours moyen. Nous pouvons affirmer que dès le cours moyen première année, les élèves l'utilisent avec facilité et avec profit.

Les *Instructions* en préconisent l'emploi dès le Cours élémentaire; nous pensons que cela est possible et souhaitable au moins au cours élémentaire deuxième année.

Nous ne voyons pas de raisons pour l'abandonner dans la classe de fin d'études primaires.

4 • OBJECTIONS ET RÉPONSES

La multiplication — dira-t-on — est une addition de plusieurs nombres égaux; l'un de ces nombres est concret, c'est le multiplicande. Le nombre des termes de cette addition est représenté par le multiplicateur. Celui-ci ne saurait porter une indication d'unité, il est nécessairement abstrait. Soit, et c'est là l'argument qui conduit à la forme traditionnelle :

$$90 \text{ F} \times 7 =$$

Mais :

a) Dans la pratique, personne, même les plus petits de nos élèves, n'ont recours à cette définition. Il n'y a pas d'étage intermédiaire entre les données — par exemple prix du kg et poids — et la multiplication qui donne le prix total. Chacun pense immédiatement : le prix total est égal au prix du kg × par le nombre de kg. C'est précisément ce que dit la notation proposée.

b) Il en résulte que l'enfant — et couramment l'adulte — qui écrit selon l'habitude : 90 F × 7 = , pense : je multiplie 90 F, qui est le prix d'un cahier, par 7, parce qu'il y a 7 cahiers. Même s'il ne l'écrit pas, il le pense, ce qui revient au même.

Les élèves qui tardent à employer la notation explicite sont *toujours* des esprits paresseux, qui répugnent à l'effort de pensée et pour qui la formule 90 F × 7 représente non pas une formule plus rigoureuse, mais tout simplement une formule vide de sens. Leur imposer une notation complète c'est les obliger à raisonner.

c) D'ailleurs, l'objection citée plus haut perd son sens lorsqu'il s'agit de la multiplication par un multiplicateur décimal, et, plus encore, lorsque ce multiplicateur est inférieur à 1, ou lorsqu'il est une fraction. Les ouvrages d'arithmétique donnent alors une nouvelle définition qui est la suivante (et qu'ils montrent être équivalente à la première) :

« La multiplication a pour but de trouver un nombre — le produit — qui soit formé avec le multiplicande comme le multiplicateur est formé avec l'unité. »

L'application de cette définition aux facteurs affectés de leur signification concrète ne souffre aucune difficulté.

$$640 \text{ F le kg} \times 0{,}700 \text{ kg} =$$

Je cherche un nombre qui soit à 640 F, ce que 0,700 kg est à 1 kg. (Voir le Calcul au Cours élémentaire V-13; Cours moyen II-3 et II-13.)

5 • CONCLUSION

La notation concrète de la multiplication enrichit à coup sûr, par une pratique constante, la notion que nos élèves peuvent avoir du sens de cette opération; elle rend certaines erreurs — unités qui ne concordent pas, facteurs intervertis — à peu près impossibles; elle facilite l'enseignement de la division (voir 2e partie).

Les objections qui pourraient être faites d'un point de vue théorique sont sans valeur au niveau de compréhension de nos élèves d'école primaire. La seule difficulté réelle est de rompre avec une ancienne habitude et d'en acquérir une nouvelle. Pour les enfants, cet argument n'existe pas. Quant aux maîtres, ils se rendraient vite compte que l'effort à faire est insignifiant, mieux vaudrait dire nul.

III. APPLICATION A LA DIVISION

6 • LE SENS DE LA DIVISION

Le sens de l'addition et de la multiplication s'acquiert vite et facilement dès le Cours élémentaire; celui de la soustraction — dont les aspects sont plus divers — est connu complètement vers la fin de la neuvième année. Il n'en est pas de même pour la division. L'intuition ne se forme que lentement; elle demeure incertaine dans les cas délicats, par exemple lorsque dividende et diviseur sont des nombres voisins, ou lorsque le diviseur est plus grand que le dividende, ou encore lorsque le diviseur est inférieur à l'unité.

Posons la question :

— le filet de bœuf vaut 840 F le kg. Quel poids en aura-t-on pour 750 F? Il y aura des divisions inversées : 840 F : 750 F.

Au C.E.P.E., lorsqu'il faut calculer le prix du kg, sachant que 0,650 kg ont coûté 546 F, un certain nombre de candidats posent une règle de trois :

$$\frac{546 \text{ F} \times 1\,000}{650}.$$

Il n'y a pas d'erreur, mais cela prouve que le sens de la division n'est pas *complètement* connu.

Il existe donc une période assez longue durant laquelle nos élèves ont besoin de recourir à un raisonnement pour s'apercevoir qu'ils doivent faire une division, tout au moins pour en avoir la certitude, et, surtout, pour déterminer le dividende et le diviseur.

7 • LES EXPLICATIONS DES MANUELS

La plupart des manuels, que nous avons consultés à ce sujet, ne guident pas les maîtres avec une précision suffisante.

On y consacre toujours une leçon pour faire comprendre le sens de la division sous ses deux aspects, appelés communément :

— recherche de la valeur d'une part;
— recherche du nombre de parts;

et l'on montre que la division est l'opération inverse de la multiplication, puisqu'elle permet le calcul de l'un ou l'autre des deux facteurs.

Après quoi, dans les problèmes qui suivent, on paraît supposer que l'élève trouvera sans peine l'opération à faire. Les instituteurs savent bien qu'il n'en est pas ainsi. Ce qui est évident avec des nombres entiers et petits, ne l'est plus avec les nombres décimaux. Il arrive, comme dans les cas cités plus haut, que l'on distingue mal ce qui est la valeur d'une part et ce qui est le nombre de parts.

Il est difficile de reconnaître, il faut en convenir, que, le prix du kg étant 840 F, le poids de la viande achetée avec 750 F, représente le nombre de parts. Et l'on pourrait multiplier les exemples de ce genre.

Les maîtres sont donc conduits à enseigner des formes de raisonnement permettant aux élèves de reconnaître que la question posée se résout au moyen d'une division.

Les plus employées sont les suivantes. Nous les relevons aussi bien dans un livre d'arithmétique datant de 1914 que dans un manuel récent de 1954. Rares sont les auteurs qui en proposent encore, mais elles apparaissent comme indispensables et se transmettent de génération en génération.

1. — Autant de fois 118 l sont contenus dans 850 l, autant de fûts on pourra remplir. — Recherche du multiplicateur.

2. — 15 l d'huile coûtent 4 500 F,

1 l d'huile coûte $\frac{4\,500\text{ F}}{15}$. — Recherche du multiplicande.

La disposition adoptée fait sentir que le rapport des quantités est égal au rapport des prix. Nous évitons à dessein la formule « ... coûte 15 fois moins » qui est à proscrire (1). Il serait vain de nier l'efficacité de ce procédé, et cependant, il est très critiqué.

1. — Ces phrases toutes faites n'établissent pas entre les données une relation mathématique explicite.

2. — Dans certains cas leur emploi devient impossible :
Exemple : autant de fois 840 F seront contenus dans 750 F, autant j'aurai de kg de viande !

Autre exemple : 0,650 kg coûtent 546 F,
1 kg coûte ...

Les élèves remarquant que le kg est plus grand que 0,650 kg résistent mal à la tentation de multiplier (ils répugnent d'ailleurs à diviser par un nombre inférieur à 1).

8 • LA RÉVERSIBILITÉ DE LA MULTIPLICATION, BASE D'UN ENSEIGNEMENT DE LA DIVISION

C'est ce que recommandent les *Instructions* de décembre 1945 :

(CE) : « La division est l'inverse de la multiplication, c'est-à-dire la recherche d'un facteur inconnu d'un produit. »

Ou encore (CM) : « La formule : valeur totale = valeur de l'unité × nombre d'unités donne la règle du calcul, soit du premier membre par une multiplication, soit de l'un des termes du second membre par une division. »

Remarquons bien qu'il ne s'agit pas seulement de faire connaître une relation entre multiplication et division, mais d'utiliser constamment cette relation pour résoudre toutes les questions conduisant à une division, et de faire passer cette forme de raisonnement dans l'habitude.

Dès 1946, nous avons appliqué la méthode préconisée par les *Instructions*. Au terme d'une expérience déjà longue, nous sommes convaincus de sa simplicité, de son efficacité et de sa valeur éducative.

9 • PROGRESSION SUIVIE

A) Une leçon ayant pour but d'apprendre que la division permet de calculer la valeur de l'un quelconque des deux facteurs connaissant l'autre et le produit. Cette leçon figure dans tous les manuels. Elle présente sous la même formule les deux opérations inverses, multiplication et division :

68 F le cahier × 7 cahiers = 476 F;
68 F le cahier × nb de cahiers = 476 F;
prix du cahier × 7 cahiers = 476 F.

On opère d'abord avec de petits nombres entiers, dans un cas très simple, aboutissant à un quotient exact. On arrive à la règle fondamentale : « Je calcule le facteur inconnu en divisant le produit par le facteur connu. »

On généralise, avec l'appui de quelques vérifications.

(1) A vrai dire, au moment où un élève énonce ce raisonnement, il a déjà pensé qu'il doit faire une division. Intuition et raison concourent à la découverte d'une solution. Mais le fait qu'on puisse appliquer la phrase connue aux données du problème apporte la certitude et détermine le dividende et le diviseur.

B) Désormais, le calcul d'un facteur sera indiqué de la façon suivante. Soit à trouver le nombre de bouteilles de 0,75 l qu'on peut remplir avec un fût de 150 l.

Je peux écrire : 0,75 l × nb de bouteilles = 150 l.

Le nombre de bouteilles est donc : 150 : 0,75 = 200 bouteilles.

Avantages :

1. — La notation concrète de la multiplication établit clairement la correspondance des unités, et cela sans erreur possible. Comparons avec l'usage d'un raisonnement; il n'y a rien d'absurde à dire : « Je cherche combien de fois 75 cl sont contenus dans 300 l. Cependant l'opération : 300 : 75 = ... constitue une grosse erreur.

Dire que les deux termes de la division doivent être exprimés avec la même unité, cela n'est vrai que pour la recherche du multiplicateur, distinction bien subtile pour des enfants! L'écriture concrète de la multiplication explique tout avec netteté et sûreté.

2. — La détermination du dividende et du diviseur résulte de l'application d'une seule règle, extrêmement simple. La confusion des deux termes ne se produit *jamais*, quelle que soit la question posée.

Reprenons un exemple déjà cité :

840 F le kg × poids en kg = 750 F;

l'élève en déduit sans risque d'erreur :

poids en kg = 750 : 840 = ...

3. — La division par un nombre décimal inférieur à 1 ne présente pas plus de difficulté :

prix du kg × 0,650 kg = 546 F;
le prix du kg est : 546 F : 0,650 kg = ...

C) *Cas où la division ne donne pas un quotient exact.*

Dans divers ouvrages, on constate une hésitation des auteurs à écrire le signe = dans une relation de ce genre :

12 l par seau × nb de seaux = 140 l.

Les enfants ignorent, avant d'avoir fait la division, que le quotient ne sera pas exact; ils n'éprouvent pas le même scrupule.

Nous les laissons écrire leur solution toujours de la même façon, mais nous les obligeons à préciser que le quotient n'est pas exact, soit en indiquant qu'il est donné par défaut ou par excès (selon les données du problème), soit en indiquant qu'il y a un reste (1).

Avec la présentation sous forme de multiplication, nous pourrons écrire (on devine la question posée) :

12 l par seau × nb de seaux = 140 l (2).

(1) Les *Instructions* de 1945, reprenant en cela celles de 1938, admettent les notations (qui deviennent avec notre écriture les suivantes) :

(C. E.) : 33 oranges : 7 enfants = 4 oranges par enfant; reste 5 oranges;
33 oranges : 4 oranges par enfant = 7 enfants; reste 5 oranges;

et (C. M.) : 2 975 g : 790 g par l = 3,76 l; reste 4,6 g.

(2) La solution algébrique est identique. On n'hésiterait pas à écrire, après avoir posé x = *nombre de seaux* :

Je dois avoir : $12\,x = 140$.

Le signe égal d'une équation n'a pas la valeur d'une affirmation comme dans le cas d'une identité. L'équation écrite signifie : je cherche une valeur de x (entière) telle que : $12\,x = 140$ (ou une valeur approchée de 140). Notre façon d'écrire ne signifie pas autre chose.

Il faudra pour emplir la cuve :

$$140 \text{ l} : 12 \text{ l par seau} = 12 \text{ seaux par excès;}$$

ou encore, nous pourrons verser dans la cuve :

$$132 : 12 = 11 \text{ seaux,}$$

il manquera 8 l pour que la cuve soit pleine.

Notons que, dans ce cas, le retour à la multiplication permet d'expliquer aisément ce qu'est un quotient approché et la signification concrète du reste.

Lorsque la réversibilité de la multiplication est devenue une notion familière, dans tous les cas où trois grandeurs sont liées par la relation ($A \times B = C$), les enfants résolvent sans préparation les problèmes inverses. On cherchera donc, toutes les fois que cela sera possible, à écrire une relation sous forme d'un produit de deux facteurs.

D) Tous les cas possibles de division peuvent être résolus ainsi (1), et tous avec une égale facilité, mais il est inutile de conserver cette présentation au delà d'un cours supérieur, c'est-à-dire de douze ans.

10 • QUELQUES APPLICATIONS INTÉRESSANTES

1. — *Surface :*

a) rectangle : 8 m × largeur = 56 m²;
b) triangle : base × 1/2 hauteur = surface;
c) trapèze : 1/2 somme des bases × hauteur = surface.

2. — *Volumes :*

Volumes : parallélépipède, cylindre, prisme, couche mince de surface quelconque :

$$\text{surface de base} \times \left\{ \begin{matrix} \text{hauteur} \\ \text{épaisseur} \end{matrix} \right\} = \text{volume.}$$

3. — *Poids spécifiques :*

$$\text{poids du} \left\{ \begin{matrix} \text{cm}^3 \\ \text{dm}^3 \end{matrix} \right. \times \text{volume en} \left\{ \text{dm}^3 \right. = \text{poids total.}$$

4. — *Périmètre du cercle :*

$$\text{diamètre} \times \pi = \text{périmètre du cercle.}$$

5. — *Surface du cercle :*

On ne peut pas proposer le calcul du rayon tant que les élèves ne savent pas extraire une racine carrée. Mais l'autre problème constitue une recherche expérimentale de la formule donnant la surface du cercle :

On dispose d'un carré de côté R et d'un cercle de rayon R découpés dans la même feuille (carton épais, contreplaqué, tôle); on pèse le carré et le cercle. Par quel nombre faut-il multiplier le poids du carré pour obtenir le poids du cercle ?

$$\underbrace{\text{poids du carré}}_{\text{connu}} \times \underbrace{N}_{\text{inconnu}} = \underbrace{\text{poids du cercle}}_{\text{connu}};$$

$$N = \frac{\text{poids du cercle}}{\text{poids du carré}} = 3{,}14.$$

Il est aisé de faire comprendre que la relation (rapport) entre les surfaces s'applique aux poids.

(1) Toutefois nous ne l'employons pas pour les opérations de partage en parties égales, pour ne pas introduire de complication dans un cas si élémentaire.

6. — *Problèmes d'intérêt.*

Relation fondamentale (pour un taux de 4 % par exemple) :

Capital × 0,04 = intérêt annuel.

Cette formule établie, on peut demander immédiatement aux élèves, et sans explication préalable, de calculer un capital ou un taux. (La formule montre qu'on doit toujours calculer d'abord l'intérêt annuel.)

7. — *Problèmes de pourcentage.*

Ils pourraient, en principe, se résoudre de la même façon (si les enfants ne connaissent pas la règle de trois) :

Prix de vente × 0,30 = bénéfice,

mais les élèves, au C.M., préfèrent, peut-être, la solution par règle de trois.

8. — *Échelles* : (Exemple : échelle de 1/50 000).

Dimension sur le plan × 50 000 = dimension réelle.

9. — *Division par une fraction.*

Question posée : le poids de la farine est le 5/6 du poids de blé. Quel est le poids du blé qui donne 1 000 kg de farine ?

Poids du blé × 5/6 = 1 000 kg poids de farine.
Le poids du blé est : 1 000 kg : 5/6.

En résolvant ce problème par une autre voie, on découvre, une fois pour toutes, que 1 000 kg : 5/6 équivaut à 1 000 kg × 6/5 = 1 200 kg.

IV. CONCLUSIONS GÉNÉRALES

Dès la publication des *Instructions* de 1945, nous les avons appliquées. Il nous est apparu que la notation concrète de la multiplication avait une influence étendue et très favorable; que la notion de réversibilité de la multiplication introduisait dans tous les problèmes comprenant des divisions la simplicité et l'unité; qu'elle donnait à nos élèves un mode de raisonnement pénétrant et sûr, qui s'applique à presque tous les chapitres de leur programme.

Cet exposé ne contient que les *observations faites au cours d'une expérience déjà longue*. Il rend compte à la fois des résultats obtenus et de notre souci d'adapter la théorie arithmétique au niveau mental de nos élèves.

Nous pensons, en effet, que ce mode de présentation des deux opérations :

— notation concrète de la multiplication;

— division écrite sous la forme d'une multiplication dont un facteur est inconnu,

permet un raisonnement que l'enfant est capable de suivre, et qui, s'il n'est pas rigoureusement indispensable à cet âge pour l'acquisition des mécanismes, n'en est pas moins utile à la formation intellectuelle. C'est là, réellement, le but éducatif du calcul à l'école primaire. Nous n'avons pas le droit de négliger cet aspect de notre enseignement sous prétexte que ceux de nos élèves qui abandonnent leurs études à quatorze ans auront des soucis d'ordre pratique et que les autres trouveront, dans le second degré, des satisfactions plus profondes dans des démonstrations, en apparence, plus rigoureuses. Or *ce bénéfice est acquis moins par une difficulté nouvelle pour les élèves que par un simple changement d'habitude de la part des maîtres.*