

L'enseignement de la Géométrie à l'École primaire

I. INTÉRÊT DE L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE

L'enseignement de la géométrie, tel qu'il figure dans les *Programmes officiels* et tel qu'il est conçu dans les *Instructions* les accompagnant, répond parfaitement au double caractère que les *Instructions officielles* ont voulu imposer à notre Enseignement primaire. *C'est à la fois un enseignement utilitaire et un enseignement éducatif.*

Utilitaire, la géométrie l'a été dès sa naissance et elle l'est restée par ses applications tout au long des siècles. A l'école primaire, son enseignement est conçu de façon à doter nos élèves de connaissances qui leur seront d'un grand secours dans la vie.

A l'*atelier*, l'apprenti retrouvera les instruments qu'il a appris à manier à l'école et appliquera les constructions géométriques qui lui ont été enseignées. A chaque instant, devant son établi ou devant son étau, il aura à tracer des parallèles, des perpendiculaires, des rectangles, des carrés, des cercles, etc., et si, à sa sortie de l'école, il lui reste quelque doute sur l'importance de la précision dans un tracé, les pièces ratées par suite d'un dessin insuffisamment précis auront vite fait de le lui enlever.

Pour établir les plans du domaine qu'il cultive, des travaux de drainage ou d'irrigation qu'il désire entreprendre, le *cultivateur* appliquera, à l'aide des instruments d'arpentage, les notions géométriques élémentaires emportées de l'école primaire : tracé d'une droite, tracé de droites perpendiculaires, calcul d'une pente, etc.

Mais notre intention n'est pas de passer en revue la liste des professions dans lesquelles les applications de la géométrie tiennent une place particulièrement importante. Nous nous contenterons de faire remarquer que tous nos élèves auront, plus ou moins, l'occasion d'appliquer les formules usuelles pour le calcul des surfaces ou des volumes. Tous trouveront avantage à savoir lire un croquis coté et plus encore à savoir décrire par un croquis rapide l'objet dont ils demandent la réalisation à un artisan. Tous auront des cartes et des plans une compréhension plus complète grâce aux notions relatives aux échelles figurant dans les programmes.

Educative, la géométrie ne l'est pas dans une moindre mesure. Par l'examen des figures et l'étude de leurs propriétés, *elle développe l'esprit d'observation*. Par l'emploi des instruments, *elle accroît l'habileté manuelle et la dextérité*. Par son objet même, *elle donne à l'enfant le sens de la rigueur et de la précision*.

Avec l'enseignement de la géométrie, l'instituteur dispose donc d'une discipline dans laquelle il pourra facilement, ainsi que le lui recommandent les *Instructions officielles* de 1923, « *s'en tenir aux notions et procédés qui, provoquant la réflexion, servent à la pratique, ou, servant à la pratique, provoquent la réflexion* ».

II. COMMENT DOIT ÊTRE COMPRIS L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE

I • L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE DOIT ÊTRE CONCRET

P. Leyssenne a excellemment caractérisé l'enseignement de la géométrie dans les lignes suivantes :

« L'enseignement de la géométrie dans les classes très élémentaires ne doit être qu'une leçon de choses appliquée, comme toutes les autres, à des objets concrets, mais à des objets de formes régulières et mesurables. » C'est cette idée qui a été reprise et précisée dans les *Instructions officielles* de 1945, entièrement axées, on le sait, sur l'observation.

On y lit, à propos du programme de géométrie au Cours élémentaire :

« Les notions de géométrie doivent être comprises comme des exercices et des leçons de choses en même temps qu'un premier apprentissage du dessin et du travail manuel (découpage et pliage). »

Et à propos du programme du Cours moyen :

« Les notions de géométrie, étudiées au cours élémentaire comme des exercices d'observation et de leçons de choses, doivent être un peu précisées au cours moyen en introduisant l'usage de quelques mots nouveaux et l'emploi de quelques instruments simples : règles, équerres, compas. »

Et plus loin :

« L'étude du triangle régulier (ou équilatéral) et celle de l'hexagone, ainsi que leur construction, seront faites par l'observation, comme avait été faite celle du carré au cours élémentaire. »

L'enseignement de la géométrie doit donc être un enseignement essentiellement concret basé sur l'observation. Sans doute n'est-il pas inutile d'illustrer cette conception à l'aide de quelques exemples empruntés aux différents cours.

Au cours élémentaire, pour étudier le carré, chaque enfant recevra un carré découpé dans un morceau de papier. Par pliage, il vérifiera que les quatre côtés et les quatre angles sont respectivement égaux. Par pliage encore, il vérifiera, ou mieux il découvrira les propriétés des médianes et des diagonales. Une méthode analogue lui permettra de mettre en évidence les caractères du rectangle qu'il apprendra ainsi à distinguer du carré.

S'agit-il d'apprendre à calculer le périmètre d'une figure? Celle-ci étant appliquée au tableau, une ficelle permettra d'en suivre le contour et la longueur de la ficelle matérialisera la longueur du pourtour de la figure. Ou encore la figure, un rectangle de 20 cm de longueur et de 10 cm de largeur, par exemple, ayant été réalisée à l'aide d'un mètre articulé, son périmètre sera mis en évidence en déroulant le mètre de façon à placer les branches en ligne droite.

Au cours moyen, la valeur de π , indispensable pour calculer le périmètre du cercle, ne sera pas imposée. Une ficelle permettra de mesurer le pourtour de différents objets circulaires dont on pourra, d'autre part, mesurer le diamètre. Un tableau à trois colonnes : périmètres, diamètres, quotients des périmètres par les diamètres correspondants, conduira à cette conclusion que la valeur des quotients est toujours voisine de 3,14.

Quant aux problèmes de géométrie dans la classe de fin d'études, c'est, d'après le libellé même du programme, toujours à des données concrètes qu'ils feront appel.

Basée sur l'observation, l'étude d'une figure doit-elle, à l'école primaire, être résumée dans une définition ? La question a été controversée. Longtemps le mathématicien a pensé qu'une telle définition était inutile et pouvait même être dangereuse pour l'élève qui l'enregistre. L'enfant ayant appris qu'un rectangle est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles et égaux et dont les angles sont droits ne risque-t-il pas d'être désorienté lorsque, poursuivant ses études, il verra définir le rectangle comme étant « un parallélogramme qui a un angle droit » ? Ayant appris qu'un triangle régulier est un triangle qui a ses trois côtés égaux et ses trois angles égaux, ne sera-t-il pas surpris d'avoir à démontrer l'égalité des angles en partant de l'égalité des côtés ?

Aujourd'hui on s'accorde pour admettre qu'il n'y a pas d'inconvénient à donner des définitions surabondantes. Plus tard le rôle du mathématicien sera de montrer que les différentes propriétés incluses dans la définition ou dans les différentes définitions sont compatibles.

Il est bien entendu, d'autre part, que les définitions ne doivent, en aucun cas, être prématurées. Si elles sont indispensables pour fixer et préciser le sens des termes employés et contribuer ainsi à l'enrichissement du vocabulaire de l'enfant, si elles constituent un excellent exercice de français en habituant l'élève à exprimer les choses d'une façon précise et claire, elles ne doivent intervenir que lorsque l'enfant est capable d'en comprendre le sens et l'intérêt. Jusque-là l'essentiel est de lui demander d'observer la figure et de dresser un répertoire de ses principales propriétés.

2 • L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE DOIT ÊTRE PRÉCIS

Basé sur l'observation, conduit à la façon des leçons de chose, l'enseignement de la géométrie n'a de valeur éducative que dans la mesure où *il est rigoureux et précis*. Sans doute n'est-il pas question d'introduire à l'école primaire les démonstrations géométriques qui passeraient bien au-dessus de nos élèves. Dans les classes primaires, le maître « montre », mais ne « démontre » pas. Ce qui plus tard sera établi par une démonstration est ici mis en évidence par une simple vérification. Mais cette vérification doit être réalisée avec la plus grande minutie. La géométrie ne saurait se contenter de grossiers « à peu près ».

Cette préoccupation doit apparaître dès les premiers exercices de pliage réalisés au cours élémentaire. Les petits doigts sont souvent maladroits. L'exigence en matière de précision aura le mérite de les délier et de faire pressentir déjà l'importance attachée à la rigueur géométrique.

Mais c'est surtout l'emploi des instruments qui doit permettre de donner à la géométrie de l'école primaire toute sa valeur éducative. Le lecteur n'a pas manqué d'être frappé par la place faite à l'utilisation des différents instruments dans le libellé des Programmes officiels. Sans doute, demande-t-on parfois aux élèves, aux fins d'exercer leur coup d'œil, de reconnaître à vue telle ou telle figure géométrique ou d'en tracer le contour à main levée. Mais de tels exercices n'ont de valeur que s'ils ont été précédés d'un grand nombre de vérifications précises et de constructions exactes. Dans chaque cas d'ailleurs, il est indispensable de faire contrôler à l'aide des instruments la qualité des réponses obtenues ou la précision des dessins exécutés.

Au total on peut affirmer qu'un enfant ne possède définitivement le sens d'un terme géométrique que si, instrument en main, il est capable d'exécuter correctement sur une figure le tracé correspondant, et qu'il n'est vraiment maître d'une figure qu'au moment où l'ayant dégagée maintes et maintes fois de ses supports concrets, il peut en réaliser exactement le tracé.

Au départ, il n'est pas défendu d'utiliser des auxiliaires, tel le quadrillage du cahier, mais très tôt il faut abandonner ce support et construire les figures en utilisant la règle, l'équerre, le compas, le rapporteur. Toutes les figures, qu'elles soient tracées au tableau ou sur les cahiers, seront alors exécutées de façon précise, avec ces instruments.

Nous n'avons pas la certitude que tous les maîtres se rendent exactement compte de l'importance de ces questions.

Trop souvent, sous prétexte que le maniement des instruments, en particulier au tableau, est difficile, que leur emploi entraîne d'inévitables pertes de temps, les maîtres font prendre à leurs élèves l'habitude des tracés à main levée au tableau, et, sur les cahiers, les encouragent à utiliser le quadrillage. Et ainsi prennent naissance de nombreuses notions erronées, difficiles à extirper par la suite, et qui conduisent par exemple à ne pas distinguer entre la forme des figures et leur position.

Avec l'utilisation des instruments, au contraire, les élèves se rendent facilement aux évidences suivantes : deux droites perpendiculaires ne sont pas forcément parallèles aux lignes du quadrillage du cahier, un triangle n'a pas obligatoirement un côté parallèle à la ligne d'écriture et les deux bases d'un trapèze rectangle ne sont pas davantage toujours parallèles à cette ligne. Un carré ne devient pas un losange parce que ses diagonales sont parallèles aux lignes du quadrillage de la feuille. Et il serait facile de multiplier les exemples.

Mais surtout *l'emploi des instruments est seul capable d'éviter les illusions du verbalisme*. Connaître la définition d'une figure est sans doute intéressant, mais savoir la tracer en utilisant la règle, l'équerre, le compas ou le rapporteur donne la certitude que la définition a été comprise et que les mots utilisés recouvrent une réalité.

III. LES DIFFICULTÉS DE L'EMPLOI DES INSTRUMENTS

Soyons toutefois sans trop d'illusions et rendons-nous bien compte que l'emploi correct des divers instruments : règle, double décimètre, équerre, compas, rapporteur, présente de sérieuses difficultés pour nos jeunes élèves.

Et tout d'abord donnons-leur l'habitude de travailler avec un *crayon bien taillé*. Ce n'est pas si simple. Le choix d'une mine de dureté convenable, l'emploi d'un taille-crayon collectif ou individuel faciliteront l'obtention d'une mine bien pointue, mais de nombreux exercices seront ensuite nécessaires pour faire prendre l'habitude de travailler sans appuyer, condition indispensable pour que le crayon ne se trouve pas usé en quelques jours.

Apprenons ensuite à *suivre correctement le bord de la règle* avec le crayon, à *tracer une droite passant par un point donné, par deux points donnés*.

Utiliser sans commettre d'erreur la graduation d'un *double décimètre* est un problème compliqué pour un élève du cours élémentaire 1^{re} année. Pour des raisons faciles à deviner, le zéro ne coïncide pas avec le bout de la règle. Un long apprentissage est nécessaire pour obtenir que les longueurs à mesurer ou à porter soient comptées à partir du zéro et non pas à partir du bout du double décimètre. Aussi serait-il sage de commencer les exercices de mesure en remettant à chaque enfant un décimètre en carton gradué à partir d'une extrémité. Il resterait à obtenir que pour marquer l'extrémité d'un segment de droite d'une longueur donnée, la pointe du crayon soit bien placée en face de la division convenable et non quelques millimètres à droite ou à gauche.

L'emploi d'une *équerre* suppose en premier lieu que l'enfant sait reconnaître sans hésitation les deux côtés de l'angle droit. Combiné avec l'emploi de la règle, il requiert une réelle dextérité. La difficulté est particulièrement grande lorsqu'il s'agit de travailler au tableau. Le maître doit prêcher longtemps d'exemple. S'il veut faire intervenir les élèves, il en appellera deux au tableau en leur demandant de se prêter un mutuel appui.

L'utilisation du simple *compas* lui-même pose des problèmes très délicats pour des mains malhabiles. Dans ce domaine, il faut le reconnaître, nos élèves, bien souvent, ne sont pas favorisés par leurs outils dont la pointe sèche peu acérée dérape sur le papier pendant le tracé de la circonférence, cependant que l'articulation trop libre des branches fait varier leur écartement pendant ce même tracé.

Grande difficulté enfin, et peut-être même surtout, dans l'emploi du rapporteur. L'origine de la difficulté nous paraît double : d'une part le diamètre 0-180° du demi-cercle gradué ne coïncide pas toujours avec le bord du rapporteur; d'autre part, dans les rapporteurs évidés en bois ou en fer-blanc, l'un des côtés de l'angle n'est pas tracé et seule son extrémité apparaît sur le pourtour du demi-cercle. On souhaiterait trouver dans le commerce des rapporteurs en rhodoïd ayant la forme d'un demi-cercle dont le diamètre coïnciderait avec la droite joignant les divisions extrêmes 0-180 de la graduation. Celle-ci serait unique, irait en croissant de la droite vers la gauche (sens inverse des aiguilles d'une montre), porterait des divisions de 5 en 5 degrés, numérotées de 10 en 10 degrés. A défaut de ces instruments, les maîtres peuvent, en s'inspirant des mêmes préoccupations, faire confectionner des rapporteurs avec des demi-cercles en carton.

Pour obvier au second inconvénient, il serait intéressant que le maître opérant au tableau avec un grand rapporteur évidé, fixe une ficelle au centre du demi-cercle et la tende ensuite de façon à matérialiser à la fois le sommet et le deuxième côté de l'angle. Une graduation prudente des opérations à réaliser reste cependant indispensable :

a) faire reconnaître le diamètre du rapporteur et son centre. Apprendre à faire coïncider le centre avec le sommet de l'angle à mesurer ou à construire et le diamètre avec un côté de l'angle;

b) mesurer un angle donné avec un rapporteur gradué de 5 en 5 degrés, plus tard avec un rapporteur gradué en degrés;

c) construire un angle d'une valeur donnée.

Dans tous les cas, et plus particulièrement lorsqu'il s'agit de l'emploi du double décimètre ou du rapporteur, les maîtres doivent s'astreindre à vérifier individuellement la façon d'opérer de chaque enfant. Le temps ainsi employé ne sera pas du temps perdu, car seul un emploi correct des instruments permettra à l'élève de l'école primaire de prendre avec la géométrie un premier contact fructueux et riche de possibilités pour l'avenir.

Toutefois, nous n'oublierons pas que dans toute mesure la précision a des limites. Quelles que soient les précautions prises, une grandeur ne peut être connue qu'avec une certaine approximation. N'hésitons pas à le faire constater à nos élèves et à leur faire sentir que nos efforts tendent seulement à les mettre dans les meilleures conditions pour effectuer des mesures correctes, c'est-à-dire suffisamment précises pour permettre de résoudre de façon satisfaisante les questions pratiques qui peuvent se présenter à partir de ces mesures. Habitueons-les aussi à en tirer les conséquences au point de vue de la conduite des calculs effectués à partir des nombres obtenus par ces mesures, et mettons-les en garde contre l'illusion de certaines précisions exagérées dans leurs réponses.

IV. LA LIAISON ENTRE L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE ET LES AUTRES ENSEIGNEMENTS

Le compartimentage de nos emplois du temps fait parfois perdre de vue aux maîtres et, par suite, aux élèves, les rapports qui existent entre les différentes matières enseignées à l'école. Ces rapports sont particulièrement riches lorsqu'il s'agit de la géométrie. Nous passerons successivement en revue les différentes matières qui peuvent bénéficier de son concours ou au contraire lui apporter un appui efficace.

3 • LE SYSTÈME MÉTRIQUE ET L'ARITHMÉTIQUE

Nous avons déjà signalé que dans nos programmes on pouvait relever une certaine interférence entre la géométrie et le système métrique, l'étude des aires qui constitue un des chapitres de la géométrie classique étant rattachée à l'étude des unités de surface, de même qu'ont été associés volumes et unités de volumes.

Il en est de même de la géométrie et de l'arithmétique, et commentant le

programme de géométrie du cours moyen, les *Instructions officielles* déclarent par exemple :

« La notion d'échelle (de plan ou de carte) pourra être étudiée soit sur des exemples géométriques, soit par des exercices d'arithmétique. Elle sera alors associée à l'étude de pourcentages et de fractions simples qu'elle permettra inversement d'illustrer. »

Géométrie, système métrique, arithmétique figurent en général sous la même rubrique : calcul, à l'emploi du temps. La préoccupation essentielle du maître doit être, au moment de l'établissement de sa répartition mensuelle, de prévoir un enchaînement logique des leçons : il serait anormal, par exemple, d'étudier la surface du carré ou du rectangle en n'étudiant pas en même temps les unités de surface.

4 • LES SCIENCES APPLIQUÉES

Avant les modifications récemment apportées au programme des écoles rurales, on trouvait à la rubrique : « Travaux intérieurs » de l'ensemble des écoles — et elles continuent à figurer au programme des écoles urbaines — un certain nombre de notions rencontrées en géométrie. On lit en effet dans ce programme :

— Détermination dans un cas pratique d'une verticale et d'une horizontale, fil à plomb et niveaux.

— Traçages simples, utilisation rationnelle des règles, des équerres, des trusquins, des compas.

Ainsi se trouvent amorcées les applications de la géométrie que le futur apprenti rencontrera à l'atelier.

Il est souhaitable, d'autre part, que les questions relatives à la construction et à l'aménagement de la maison soient précisées numériquement par les problèmes prévus au programme de calcul sous la rubrique : « Application des mesures de surfaces et des mesures de volumes au calcul des surfaces et des volumes sur le chantier et à l'atelier. »

5 • LA GÉOGRAPHIE

Une liaison étroite doit évidemment être établie entre ces deux notions étudiées au cours moyen :

- en géométrie : notions sur les échelles des plans et des cartes;
- en géographie : initiation à la notion d'échelle et à la cartographie.

On comprendrait mal qu'un maître ne se préoccupe pas d'harmoniser sur ce point ses répartitions mensuelles de géométrie et de géographie.

De même les notions de longitude et de latitude ne prendront tout leur sens en géographie qu'au moment où l'élève, possédant des notions suffisantes sur la mesure des arcs et des angles, la signification de ces mêmes termes aura pu être précisée en géométrie.

6 • L'ENSEIGNEMENT NAUTIQUE

À l'intention des écoles de la côte, une mention spéciale doit être accordée à la liaison entre l'enseignement de la géométrie et l'enseignement de la navigation. Les questions de longitude et de latitude indispensables pour préciser « le point » prennent évidemment là une importance toute particulière.

Avec la variation égale à la somme ou à la différence de la déclinaison et de

la déviation, l'enseignement nautique utilise pour l'établissement de la route au compas les opérations sur les angles. Les enfants des écoles côtières doivent donc être spécialement entraînés au maniement de nombres complexes exprimés en degrés et minutes et aux questions relatives au calcul des longueurs d'arcs.

7 • LE TRAVAIL MANUEL

En insistant sur le caractère concret de l'enseignement élémentaire de la géométrie, nous avons déjà eu l'occasion de mettre en évidence l'intérêt qu'il y a à associer intimement le travail manuel et la géométrie. Ainsi que le précisent les *Instructions officielles* de 1945 à propos du programme de géométrie du cours élémentaire : « *Le pliage d'un carré pour la construction d'une cocotte peut fournir de nombreuses remarques : égalité de côtés, égalité d'angles droits, partage d'un angle droit en deux angles de 45°, centre et axe de symétrie, etc.* »

Et à ce propos, nous souhaiterions ne pas être obligé de rappeler aux maîtres qui l'oublient trop souvent que si chaque enfant doit être pourvu du papier et du matériel nécessaires pour travailler individuellement, le maître doit toujours disposer d'une feuille de papier de grand format lui permettant d'opérer de façon visible devant toute la classe.

Le travail manuel doit donc être à la base de l'enseignement de la géométrie. Utilisé tout au long de la leçon, il doit constituer également une part importante de ses applications.

Si *découpage* et *pliage* tiennent la première place dans ce recours au concret, on ne saurait oublier qu'il existe d'autres aspects du travail manuel également utilisables, en particulier lorsqu'il s'agit des volumes. La terre glaise qu'à l'école maternelle ou au cours préparatoire les élèves ont appris à manier permet de modéliser les différents solides géométriques, et le fil de fer peut avantageusement être utilisé pour matérialiser les arêtes.

En réservant à ces procédés une place de choix, nous restons fidèles aux *Instructions officielles* de 1923, toujours en vigueur sur ce point, et qui précisent entre autres :

« *Au cours élémentaire, les exercices de travail manuel habitueront les enfants aux figures géométriques : on construira des figures planes, on les superposera. Et de ces différentes opérations résultera une connaissance concrète des vérités géométriques élémentaires, la première révélation de ces vérités, qu'ils apprendront ensuite à abstraire et à généraliser.*

« *Au cours moyen, le travail portera sur des figures géométriques plus compliquées, sur des solides; mais le même profit sera tiré de l'alliance de ces deux disciplines : quiconque sait avec quelle difficulté les enfants et même les jeunes gens se représentent les figures géométriques « dans l'espace » comprendra de quel secours peuvent être pour l'enseignement mathématique des exercices ayant pour objet la construction matérielle de ces figures.* »

8 • LE DESSIN

Enfin l'enseignement de la géométrie doit être intimement associé au dessin. Une figure, nous l'avons déjà dit, n'est réellement connue d'un enfant que s'il est en mesure de la tracer exactement. La règle, le compas, l'équerre, le rapporteur lui permettront de réaliser des figures précises au cours même de la leçon de géométrie.

Lorsqu'il sera pleinement en possession des constructions élémentaires, l'élève pourra les utiliser pour réaliser des canevas susceptibles de servir de cadres à des arrangements décoratifs.

« Sur un croquis schématique ordinaire, — disaient les *Instructions* de 1909 reprises en 1923, — ayant pour base une combinaison géométrique simple (carrés, cercles, bordures, entrelacs, etc.), croquis tracé au tableau par le maître et indiquant les dispositions générales de la composition, les élèves composent un arrangement personnel en combinant les éléments qu'ils groupent suivant le choix, la répétition, le contraste et la couleur qui leur conviennent. »

Ces figures interviennent, pour les garçons, d'une façon toute particulière dans le *dessin géométrique* et le *croquis coté*. « *Au cours moyen*, disaient déjà les *Instructions* de 1909 spécialement consacrées au dessin, *il y a lieu de faire comprendre aux élèves l'usage de la règle, du compas, de l'équerre et du rapporteur.* » Et elles ajoutaient en parlant de l'équilibre à réaliser entre le dessin artistique et le dessin géométrique : « *Toutefois, l'importance relative de l'un et de l'autre peuvent varier suivant les régions, le premier devant primer le second dans celles où prospèrent des industries artistiques, et le second devant primer le premier dans celles où fleurissent des industries mécaniques. L'essentiel est que partout on fasse au dessin géométrique, auxiliaire précieux de l'enseignement scientifique et instrument indispensable en mainte profession, toute la place qui lui est due à ce double titre.* » Il n'est pas besoin enfin d'insister longuement sur l'importance pratique du croquis coté.

V. LA LEÇON DE GÉOMÉTRIE

Comme toutes les leçons, la leçon de géométrie doit être sérieusement *préparée*. Mais en ce qui la concerne, la préparation doit porter *non seulement sur le contenu de la leçon*, mais encore sur sa *préparation matérielle*.

Avant la leçon, le maître doit se procurer les instruments et le matériel qui lui sont personnellement indispensables, tant pour tracer les figures au tableau que pour exécuter devant les élèves les exercices de pliage et de découpage qu'ils auront à reproduire. Il doit prévoir d'autre part les instruments et le matériel dont chaque enfant doit disposer pour la leçon. La préparation de ce matériel peut être longue et fastidieuse, mais le maître peut facilement faire préparer ou apporter le matériel par les enfants eux-mêmes.

S'agit-il, par exemple, d'une première leçon sur le parallélépipède rectangle avec calcul de la surface latérale et de la surface totale? La veille, le maître demande aux enfants d'apporter une boîte parallélépipédique depuis la boîte d'allumettes suédoises jusqu'à la boîte à chaussures ou la boîte à craie en passant par l'étui d'un produit pharmaceutique ou d'un flacon de parfum. Il peut aussi leur demander de découper à l'avance, dans du carton, six rectangles égaux deux à deux et de dimensions convenablement choisies pour que leur assemblage donne la surface totale d'un parallélépipède rectangle. Enfin il leur demande d'apporter ou il leur remet une grande feuille de carton dans laquelle ils pourront découper la surface totale d'un troisième parallélépipède rectangle.

Rien n'empêche d'ailleurs le maître de demander aux élèves de calculer à l'avance la surface de chacun des six rectangles qu'ils doivent découper. Le déroulement de la leçon proprement dite s'en trouvera accéléré.

Cette leçon sera naturellement conduite de façon concrète et active. Non seulement, par exemple, le maître découpera devant la classe une boîte suivant ses arêtes pour faire apparaître le développement de sa surface, mais chaque enfant effectuera le travail pour son compte et le complètera par les calculs correspondants avec les dimensions qu'il aura lui-même mesurées.

La leçon doit toujours être suivie d'exercices destinés à contrôler son efficacité. Mais nous ne saurions oublier de rappeler ici un conseil valable pour toutes les leçons de calcul. Le contrôle porte sur des connaissances précises, celles qui ont dû être acquises au cours de la leçon. A-t-on, par exemple, établi la règle permet-

tant de calculer la surface d'un trapèze rectangle? Le contrôle portera uniquement sur l'application de cette règle à des cas numériquement très simples. On évitera dans les questions tout ce qui pourrait embarrasser les élèves soit au point de vue calcul mental, soit au point de vue conversion d'unités. Des exercices de révision, des travaux écrits sont prévus pour contrôler les ensembles plus complexes. Mélanger au départ les difficultés, c'est s'interdire la possibilité de déceler rapidement, en cas de réponses erronées, les causes des erreurs.

Lorsque la leçon a porté sur l'étude géométrique d'une figure, la séance peut se terminer par une application graphique ou un exercice de travail manuel. Dans les autres cas, elle se termine par une série de problèmes rapidement résolus sur le cahier d'essai ou par un seul problème fait au propre, ces travaux écrits témoignant de l'interpénétration que nous avons signalée entre les diverses branches du calcul : arithmétique, système métrique, géométrie.

VI. LE CAHIER DE GÉOMÉTRIE

Il y a évidemment intérêt à conserver les travaux réalisés au cours ou à la suite des leçons de géométrie.

Les conserver en les collant dans le cahier du jour ne va pas sans inconvénients, car lors de l'écriture sur les pages suivantes les exercices collés provoquent des dénivellations qui constituent une gêne sérieuse et risquent d'avoir des conséquences fâcheuses pour la bonne tenue du cahier. Nous préconisons donc un cahier spécial sur lequel on travaillera très régulièrement.

Ce cahier de géométrie-travail manuel a été très répandu il y a une vingtaine d'années. Chaque leçon de géométrie, faite en général le matin, était régulièrement doublée le soir d'une séance de travail manuel au cours de laquelle étaient mises au point les applications de la leçon du matin. Avec les activités dirigées et la multiplicité des travaux qui ont vu le jour pour remplir les séances qui leur sont consacrées, le travail manuel sous sa forme géométrique a vu sa place réduite et on ne trouve plus aussi régulièrement le cahier de géométrie.

Il est permis de le regretter et de souhaiter qu'il soit remis à l'honneur, sous la forme d'un cahier que nous souhaitons quadrillé en cm^2 . Nous y voyons chaque leçon tenir deux pages. Sur la page de droite seront exécutées les figures géométriques que, dès le cours élémentaire, on habituera les enfants à désigner toujours par des lettres, à l'instar d'ailleurs de ce que le maître a l'habitude de faire très régulièrement au tableau. Pourront y figurer également, le cas échéant, les formules établies au cours de la leçon et les applications numériques correspondant aux figures exécutées. Enfin y figurera le dessin des combinaisons réalisées avec la figure étudiée.

Sur la page de gauche on retrouvera, exécutée en pliage ou découpage, la figure étudiée ainsi que les combinaisons réalisées avec cette figure. Dans toute la mesure du possible, ces travaux seront exécutés avec des papiers de couleur spéciaux, afin de développer parallèlement le goût de l'harmonie des couleurs.

VII. CONCLUSION

Le vieil adage : « *Savoir perdre du temps pour en gagner* » que connaissent bien les instituteurs s'applique tout particulièrement à l'enseignement de la géométrie. Insister, comme on le faisait il y a quelques années encore, sur des subti-

lités telles que la différence entre les mots : circonférence et cercle, ou la différence entre : aire, surface, superficie, c'était perdre du temps, mais le perdre sans profit pour la préparation à la vie.

Par contre : apprendre à manier habilement les instruments, à construire des figures exactes, à réaliser en travail manuel les applications multiples de la géométrie, à arpenter le champ voisin de l'école, vérifier les formules avant de les retenir par cœur et de les appliquer machinalement, en un mot exploiter toutes les richesses de l'enseignement de la géométrie, cela suppose aussi beaucoup de temps. En consentant à le « perdre », les maîtres répondront au vœu déjà émis par les *Instructions officielles* de 1938 :

« En définitive il faut, par un enseignement toujours concret, exigeant une activité toujours plus grande des élèves, préparer ceux-ci à résoudre les difficultés de tout ordre qu'ils auront à surmonter et les entraîner à un autodidactisme fécond grâce auquel ils pourront pendant toute leur vie avoir la possibilité d'acquérir des idées nouvelles et d'assimiler des connaissances qu'ils n'auraient fait qu'effleurer. »

VIII. NOTIONS GEOMETRIQUES ELEMENTAIRES

Les programmes du Cours élémentaire, du Cours moyen, de la Classe de fin d'études, comportent des notions de géométrie, reprises d'un cours sur l'autre, dans des ordres assez différents et avec des développements nouveaux. Les maîtres, qui ont appris eux-mêmes la géométrie suivant une progression restée à peu près immuable depuis plusieurs siècles et considérée comme rigoureuse (pour des raisons peut-être plus d'habitude que de principe), seraient assez tentés de respecter cet ordre (1), quelle que soit la classe, et d'utiliser trop vite des notions trop abstraites ou trop générales. Cependant, ainsi qu'il est rappelé dans les considérations précédentes (I, 1, rappel des *Instructions* de 1923, et II, 2), les notions de géométrie, enseignées à l'école primaire, doivent rester des « exercices d'observation et des leçons de choses, précisées par l'emploi de certains mots » (*Instructions*, IV, 14). On peut notamment en retenir qu'il faut associer à la géométrie, apprise par des exercices de tracés, de dessin et de travail manuel (ci-dessus, IV, 4, 7 et 8), la géométrie d'observation de l'espace extérieur, de la cour de récréation, des routes, des champs, des transports et de la géographie (IV, 3 et 5).

Dans ce qui suit, on va examiner les notions géométriques élémentaires; on essaiera de dégager quelques-unes des relations entre leurs conceptions dans la géométrie théorique et leurs aspects dans l'expérience courante et journalière. On cherchera aussi comment il est possible de familiariser les élèves avec les propriétés, plus ou moins cachées, des figures simples et les vérités dont ils auront peut-être à connaître, plus tard, la preuve ou la démonstration rigoureuse. On verra comment ces acquisitions peuvent se faire dans la succession des classes, d'après les indications des *Programmes* et des *Instructions*.

1 • LA LIGNE DROITE

Il est tentant de commencer toute étude de géométrie par la ligne droite. Cependant, seul le programme de la classe de fin d'études commence par « ligne droite et segments de droite ». En fait, ce ne peut être que par des observations répétées, diverses et souvent personnelles, que l'élève pourra, au cours de son

(1) Depuis une centaine d'années, les principes, définitions, axiomes et postulats de la géométrie ont fait l'objet de nombreuses études et discussions; il en est résulté une plus grande diversité des Traités usuels, et des changements plus ou moins profonds dans la suite des définitions et des raisonnements.

enfance, se familiariser avec les propriétés de la ligne droite, qu'il trouvera plus tard naturelles.

L'enfant du cours élémentaire a un cahier ligné, ou quadrillé; il sait que les lignes en sont « droites » et qu'il doit écrire en suivant ces lignes. Il a peut-être appris, sinon il apprendra, à *souligner* un mot en utilisant une règle; dans ses dessins, il trace des lignes, à peu près droites.

Un fil posé sur une table, sans précaution, prend une forme sinueuse ou courbe; en le *tendant* il devient droit; il s'applique sur la règle, sur les lignes du cahier. Le jardinier trace des allées droites en *tendant* une corde entre deux piquets. Le mètre pliant de la couturière est enroulé; quand on veut mesurer, on le *tend* pour obtenir une ligne droite. Le marchand, qui vend une étoffe, la *tend* pour l'appliquer sur son mètre rigide, qui est rectiligne. (Tous ces exemples sont des applications de la propriété de *coïncidence* de deux lignes droites, qui ont deux points communs.) Le câble électrique attaché aux poteaux successifs ne reste pas droit, son poids l'oblige à se courber.

Quand l'enfant se promène et prend un « raccourci », il cherche à suivre une ligne droite. La voie ferrée qui va de Paris à Perpignan est obligée de faire des détours, pour passer dans certaines villes et pour éviter certains obstacles; l'avion, si le temps est beau, va en ligne droite. (C'est l'application de la propriété de la droite d'être le plus court chemin d'un point à un autre.)

Une feuille de papier, mal découpée, n'a pas de bords droits; en la pliant, on forme un pli qui est droit; il s'applique sur la règle. On peut ouvrir plus ou moins les deux parties de la feuille, articulées autour du pli. Dans la classe, le mur et le plafond se rejoignent le long d'une ligne qui est droite; les *arêtes* d'une boîte de craies sont des lignes droites. (Ces exemples illustrent la propriété de l'intersection de deux surfaces planes, d'être une ligne droite.)

Avec son fusil de bois, ou la flèche de son arc, l'enfant *vis* un but; ce but est sur la ligne droite qui prolonge le fusil ou la flèche. Pour aligner les enfants dans la cour, celui qui est à un bout regarde ses camarades intermédiaires et les fait avancer ou reculer, pour qu'ils soient dans l'*alignement* de l'enfant qui est à l'autre bout. Un élève, après avoir planté deux épingles sur sa table, veut en planter une troisième dans leur *alignement*; son œil étant placé près de la première, il cherche à placer la troisième, de façon qu'elle soit cachée par la seconde. (On applique ainsi la propriété de la lumière de se propager en ligne droite.)

2 • SEGMENT DE DROITE

Tous les exemples précédents : les lignes du cahier, la règle de l'écolier, le fil tendu entre les deux mains, la corde du jardinier, le mètre de la couturière, la route de l'avion, le pli du papier, les arêtes de la boîte de craies ou des murs de la classe, la ligne de visée qui joint l'œil au but, sont des portions de ligne droite, qui ont des bouts, ou des *extrémités*; on les appelle des *segments* de droite. Les bords des cartes à jouer du matériel, sont aussi des segments de droite; en plaçant des cartes bord à bord, l'une à côté de l'autre, on peut aligner les bords libres, en utilisant une règle s'il y a lieu. Ils forment un segment de droite, qui est une succession de segments de droite, égaux. Sur le cahier quadrillé (en cm²), je compte 7 carrés en ligne et je trace à l'encre le segment formé par les bords libres (du dessus ou du dessous); la *mesure* de ce segment est 7 cm. Sur une ligne droite tracée au cordeau dans la cour, je porte 12 fois le mètre rigide; j'obtiens un segment formé de 12 segments consécutifs égaux à un mètre; sa longueur est 12 m.

Un segment de droite a une longueur (ou une mesure), c'est le nombre d'unités de longueur (cm, m, km), qu'on peut y placer bout à bout. Cette constatation et cette définition relèvent aussi de l'arithmétique (Cours élémentaire, I, 2) et du système métrique (article 6, III, 7). On remarquera que c'est la seule notion de géométrie qui figure au programme du Cours préparatoire, sous la rubrique : « *Usage du décimètre et du double décimètre gradués en centimètres.* »

Pour la mesure (et la construction) de segments, on peut utiliser d'abord des règles, graduées à partir des bouts, de façon à constituer elles-mêmes des segments de un ou deux décimètres. Ce même matériel, simplifié ou adapté, peut servir au

Cours élémentaire; mais au Cours moyen il est bon d'employer les instruments usuels du commerce

Les noms « *segment de droite* » et « *longueur de segment de droite* » sont les termes géométriques corrects. Beaucoup d'ouvrages (de Cours moyen) en donnent la définition, mais ils emploient couramment des abréviations; on dit mesurer, ou porter une longueur, au lieu de « mesurer la longueur d'un segment » ou « porter un segment de longueur donnée ». En outre, dans les applications, les segments ont souvent des noms particuliers : *côté*, *largeur*, *épaisseur*, *hauteur*, *longueur* (avec un sens différent de mesure), *hypoténuse*, *diagonale* (1)...

Il n'y a donc pas lieu d'attacher trop d'importance au nom et à la définition du segment (rappelons que le terme ne figure pas dans le *Programme officiel* du Cours moyen). Il importe seulement de retenir qu'on utilise couramment des portions (ou morceaux) de ligne droite, comprises entre deux points, appelés *extrémités* (ce qui est une conception du « point »), et qu'une telle portion a une mesure, ou une longueur. On désigne souvent par le même nom, par exemple *côté d'un carré*, l'être géométrique qu'est le segment et sa mesure, ou sa longueur, qui est un nombre suivi d'un nom d'unité.

3 • PROLONGEMENT

Un segment de droite peut être *prolongé* de chaque côté.

Sur son cahier ligné, l'élève a tracé, sur une ligne, à partir de la marge, un segment de longueur 2 cm; la ligne *prolonge* le segment, vers la droite; sur cette ligne, on peut marquer des points séparant des segments successifs, de 2 cm en 2 cm.

Sur une feuille de papier, non lignée, l'élève a tracé, au crayon, en suivant les bords d'un modèle en carton, un carré dont les côtés ont une longueur de 2 cm, et sont à peu près parallèles aux bords de la feuille. Avec une règle, il peut *prolonger* un des côtés, soit vers la droite, soit vers la gauche (soit vers le haut ou soit vers le bas).

Dans la cour de récréation, un enfant montre un clocher, ou une cheminée, assez éloigné; son bras tendu est un « segment de droite », le *prolongement* (imaginé) est une ligne droite qui rencontrerait l'objet indiqué. Dans la classe, ou dans la cour, on peut orienter une baguette, de façon qu'elle indique la direction du nord, son prolongement est une ligne droite (imaginée) qui irait rencontrer un édifice, ou un « point », dont on sait qu'il est au nord de la classe ou de la cour. (On peut se servir pour cela d'une carte de la ville, ou de la région, placée sur le sol, horizontalement, et consultée à la manière d'une table d'orientation.)

Ces exemples peuvent éclairer la définition suivante : le prolongement, supposé indéfini, d'un segment de droite, c'est-à-dire aussi loin qu'on peut l'imaginer, est une *demi-droite*, le point d'où elle part, ou dont elle est « issue », est son *origine*.

Un élève, en s'orientant, regarde vers le nord; il se retourne complètement et regarde alors vers le sud; ses deux lignes de visée sont des demi-droites; elles ont la même origine, qui est la position de l'élève; chacune est le prolongement de l'autre; ce sont des *demi-droites opposées*, qui forment une seule droite, partagée par l'élève. Le sol est « partagé en deux régions » par cette droite; la partie qui est à la droite de l'élève, quand il regarde le nord, est à sa gauche quand il regarde le sud, c'est la région à l'est. La région qui est à gauche de l'élève, quand il regarde le nord, est à sa droite quand il regarde le sud; c'est la région ouest. Dans la journée on voit le soleil se lever à l'est (levant), passer vers midi au sud et se coucher à l'ouest (occident ou couchant).

On peut prolonger une demi-droite de l'autre côté de son origine, on obtient la *demi-droite* opposée à la première. Sur une ligne droite, prolongée de chaque côté, je marque un point (avec un crayon bien taillé en pointe, ou par un petit

(1) On sait que dans le calcul géométrique moderne, on utilise des segments, dont on distingue l'origine et l'extrémité et qu'on appelle des « *vecteurs* ».

Cours élémentaire; mais au Cours moyen il est bon d'employer les instruments usuels du commerce

Les noms « *segment de droite* » et « *longueur de segment de droite* » sont les termes géométriques corrects. Beaucoup d'ouvrages (de Cours moyen) en donnent la définition, mais ils emploient couramment des abréviations; on dit mesurer, ou porter une longueur, au lieu de « mesurer la longueur d'un segment » ou « porter un segment de longueur donnée ». En outre, dans les applications, les segments ont souvent des noms particuliers : *côté*, *largeur*, *épaisseur*, *hauteur*, *longueur* (avec un sens différent de mesure), *hypoténuse*, *diagonale* (1)...

Il n'y a donc pas lieu d'attacher trop d'importance au nom et à la définition du segment (rappelons que le terme ne figure pas dans le *Programme officiel* du Cours moyen). Il importe seulement de retenir qu'on utilise couramment des portions (ou morceaux) de ligne droite, comprises entre deux points, appelés *extrémités* (ce qui est une conception du « point »), et qu'une telle portion a une mesure, ou une longueur. On désigne souvent par le même nom, par exemple *côté d'un carré*, l'être géométrique qu'est le segment et sa mesure, ou sa longueur, qui est un nombre suivi d'un nom d'unité.

3 • PROLONGEMENT

Un segment de droite peut être *prolongé* de chaque côté.

Sur son cahier ligné, l'élève a tracé, sur une ligne, à partir de la marge, un segment de longueur 2 cm; la ligne *prolonge* le segment, vers la droite; sur cette ligne, on peut marquer des points séparant des segments successifs, de 2 cm en 2 cm.

Sur une feuille de papier, non lignée, l'élève a tracé, au crayon, en suivant les bords d'un modèle en carton, un carré dont les côtés ont une longueur de 2 cm, et sont à peu près parallèles aux bords de la feuille. Avec une règle, il peut *prolonger* un des côtés, soit vers la droite, soit vers la gauche (soit vers le haut ou soit vers le bas).

Dans la cour de récréation, un enfant montre un clocher, ou une cheminée, assez éloigné; son bras tendu est un « segment de droite », le *prolongement* (imaginé) est une ligne droite qui rencontrerait l'objet indiqué. Dans la classe, ou dans la cour, on peut orienter une baguette, de façon qu'elle indique la direction du nord, son prolongement est une ligne droite (imaginée) qui irait rencontrer un édifice, ou un « point », dont on sait qu'il est au nord de la classe ou de la cour. (On peut se servir pour cela d'une carte de la ville, ou de la région, placée sur le sol, horizontalement, et consultée à la manière d'une table d'orientation.)

Ces exemples peuvent éclairer la définition suivante : le prolongement, supposé indéfini, d'un segment de droite, c'est-à-dire aussi loin qu'on peut l'imaginer, est une *demi-droite*, le point d'où elle part, ou dont elle est « issue », est son *origine*.

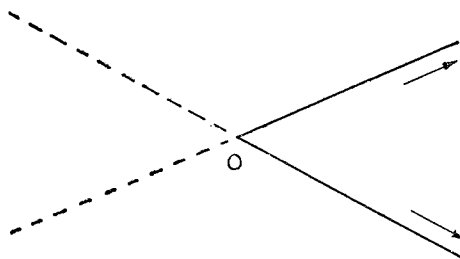
Un élève, en s'orientant, regarde vers le nord; il se retourne complètement et regarde alors vers le sud; ses deux lignes de visée sont des demi-droites; elles ont la même origine, qui est la position de l'élève; chacune est le prolongement de l'autre; ce sont des *demi-droites opposées*, qui forment une seule droite, partagée par l'élève. Le sol est « partagé en deux régions » par cette droite; la partie qui est à la droite de l'élève, quand il regarde le nord, est à sa gauche quand il regarde le sud, c'est la région à l'est. La région qui est à gauche de l'élève, quand il regarde le nord, est à sa droite quand il regarde le sud; c'est la région ouest. Dans la journée on voit le soleil se lever à l'est (levant), passer vers midi au sud et se coucher à l'ouest (occident ou couchant).

On peut prolonger une demi-droite de l'autre côté de son origine, on obtient la *demi-droite opposée* à la première. Sur une ligne droite, prolongée de chaque côté, je marque un point (avec un crayon bien taillé en pointe, ou par un petit

(1) On sait que dans le calcul géométrique moderne, on utilise des segments, dont on distingue l'origine et l'extrémité et qu'on appelle des « vecteurs ».

trait transversal : il sépare la ligne droite en deux demi-droites, opposées (de même origine).

La notion de demi-droites est nécessaire pour définir correctement un *angle*. Sur une feuille de papier (non lignée), on trace au crayon deux droites qui se coupent (ou se rencontrent), on désigne le point de rencontre par une lettre, O par exemple. Pour chaque droite, on efface à la gomme la partie qui se trouve d'un côté choisi de O; il ne reste plus que deux demi-droites qui ont la même origine O; la figure ainsi dessinée est un angle. Au lieu d'effacer des demi-droites, on peut renforcer les traits des demi-droites conservées.



4 • ÉGALITÉ ET COMPARAISON DES SEGMENTS DE DROITE

L'*égalité* (géométrique) est une des premières notions de tout Traité de Géométrie (1).

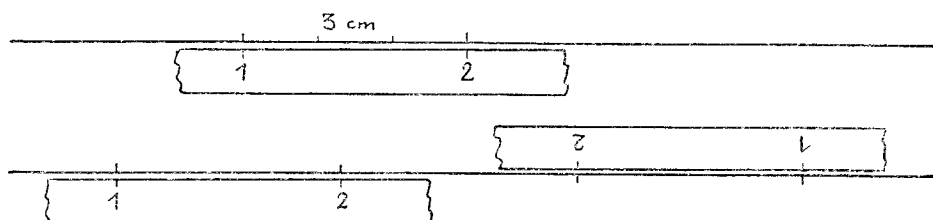
Le calque et le décalque d'une figure plane peuvent en donner une idée assez générale, en tenant compte du retournement possible du calque. Il est peut-être préférable, sinon suffisant, d'en donner d'abord une conception plus simple dans le cas de segments de droite, puis dans le cas des angles droits, puis dans le cas des angles quelconques. A la recherche de l'égalité, on peut associer la comparaison (plus grand ou plus petit) et constater que ceci entraîne l'égalité ou la comparaison des mesures. (Pour les angles droits, il n'y a pas, bien entendu, nécessité de comparaison, puisqu'ils sont tous égaux entre eux.)

Sur une ligne du cahier, on marque un segment de longueur 3 cm; (les extrémités sont pointées avec un crayon bien aiguisé, ou marquées par un petit trait transversal).

Sur une bande de papier, placée sous le segment ainsi marqué, on pointe un segment égal (ou coïncident).

On utilise cette bande, pour pointer sur une autre ligne deux segments égaux à celui de la bande, d'abord en la mettant au-dessous de la ligne, puis en la mettant au-dessus.

On mesure chacun de ces nouveaux segments avec le décimètre ou le double décimètre qui a servi à pointer le premier segment. A-t-on bien dessiné (2) ?



(1) Comme pour la ligne droite, cette notion n'est pas définie directement; mais seulement par ses propriétés, qui sont des axiomes, ou des postulats, dont l'un d'eux est commun avec toute notion d'égalité : *deux figures égales (géométriquement) à une troisième, sont égales entre elles.*

(2) On remarquera que la vérification de l'égalité des mesures des deux segments construits, est la constatation qu'un segment est égal à lui-même par retournement, chaque extrémité venant s'appliquer sur l'autre. C'est un des *axiomes* de l'égalité (géométrique). La vérification peut se faire et même doit se faire avec le compas; c'est une façon de constater qu'on a bien placé les pointes (dont l'une peut être un crayon) sur les extrémités du segment qu'on veut transporter ou qu'on vient de tracer.

Au lieu d'une feuille lignée, on peut utiliser, dans un autre exercice, une feuille sur laquelle l'élève devra tracer d'abord deux lignes, à peu près parallèles (c'est-à-dire à peu près disposées comme deux lignes de son cahier ligné). Au lieu d'une bande de papier, il pourra encore utiliser un compas.

« Voilà de quoi occuper (au Cours élémentaire) toutes les séances de géométrie du mois d'octobre. Si l'enfant est muni d'une règle, d'un décimètre, gradué en cm à partir des bouts, et d'un crayon bien taillé en pointe, ceci vaudra mieux que de lui faire apprendre par cœur et réciter (sans comprendre) : ... on appelle... » (M. BOMPARD).

Un cas important d'égalité de segments est constitué par les décimètres gradués, utilisés dans la classe. Ce sont des segments tous égaux entre eux, et il en est de même des segments constitués par leurs divisions en centimètres. Il en est encore ainsi pour tout décimètre qu'on peut acheter dans le commerce; pour les décimètres et les centimètres qui sont marqués sur les mètres gradués. Pour les élèves du cours élémentaire, c'est une constatation qu'ils peuvent faire directement, en comparant les instruments, ou par l'intermédiaire de segments construits ou tracés, de longueurs égales mesurées avec des décimètres différents. Pour le Cours moyen, cette affirmation peut faire l'objet d'un exposé sommaire, mi-historique, mi-documentaire sur la diversité des mesures avant la première République, sur les étalons et sur le service actuel des Poids et Mesures. (Article sur le système métrique, I, 1.)

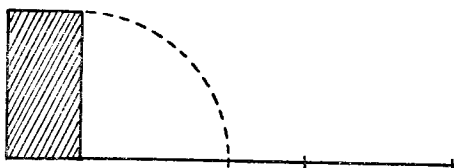
On peut en conclure que : *deux segments de droite égaux* (c'est-à-dire superposables exactement) *ont des mesures égales* (un même nombre des mêmes unités).

Dans le cas de longueurs plus grandes que celles d'un dessin (dimensions de bâtiments; limites de champs; distances de villes), c'est l'égalité des mesures qui permet d'affirmer l'égalité des segments.

Sur une même demi-droite tracée, on porte, à partir de l'origine, des segments égaux à deux côtés consécutifs d'une carte à jouer (rectangulaire), *le plus grand* est celui qui contient l'autre; c'est aussi celui qui a la plus grande mesure (ou est formé du plus grand nombre de centimètres). C'est ce qui apparaît évident en plaçant sous la demi-droite un décimètre gradué.

Au lieu de construire les segments en partant de la même origine, on peut les construire bout à bout et faire l'opération pour les quatre côtés successifs. On construit ainsi un segment qui est la « réunion » des côtés de la carte; il est appelé

le périmètre, on a d'ailleurs construit bout à bout deux segments égaux, qui sont les *demi-périmètres*. Le périmètre est ainsi la réunion des centimètres (ou des unités de longueur) qui sont contenus dans chacun des côtés; *sa longueur est la somme des longueurs* (1).



5 • DROITES PERPENDICULAIRES ET ANGLES DROITS

L'enfant sait, sans doute, ce que veut dire « tourner (d'un quart de tour) à droite » ou à gauche. En effectuant quatre quarts de tour successifs, il a regardé à droite, puis derrière lui, puis à gauche, et enfin, à nouveau, devant lui. On lui a fait placer, sur le sol, des baguettes, suivant ses lignes de visées successives, elles forment quatre demi-droites, deux à deux opposées, ou encore deux lignes droites en croix, ou *perpendiculaires* (l'une sur l'autre). L'enfant connaît de nombreux exemples de *croix*, ou de *lignes droites en croix* : les ailes d'un moulin, les croix des églises et des cimetières, certains carrefours (2), la nef et le transept d'une église, deux lignes d'un papier quadrillé... Bien

(1) Les problèmes (trop fréquents à notre gré) sur la recherche des dimensions d'un rectangle, quand on connaît leur différence et le périmètre, sont des problèmes d'arithmétique (partages inégaux). Cependant les constructions géométriques précédentes peuvent éclairer la solution.

(2) Dans le cas d'un carrefour, représenté par exemple sur un plan, il faut se rendre compte que chaque chemin issu du centre du carrefour est « également incliné » sur les deux chemins, qui sont de chaque côté de lui et qui doivent être dans le prolongement l'un de l'autre.

entendu ces exemples sont tous des « segments de droite » en croix, qu'il faut supposer prolongés (indéfiniment) pour qu'ils constituent des « lignes droites » en croix.

Une précision de construction peut être obtenue, en *pliant une feuille de papier en quatre*. Dans la feuille dépliée, les traces des plis (qu'on peut renforcer au crayon), forment une croix, ou deux lignes droites perpendiculaires; ou quatre demi-droites, issues du point du croisement des plis, deux à deux opposées, chacune étant « également inclinée » sur ses voisines. Au lieu d'une feuille quelconque, on peut prendre un cercle découpé et le plier en quatre suivant des plis contenant son centre; il est divisé en quatre *quadrants* égaux (superposés exactement dans le pliage). On peut prendre un calque de la croix des plis (ou du cercle partagé en quadrants), on peut le superposer exactement sur les plis (ou sur les quadrants) de quatre façons différentes, chaque demi-droite du calque venant coïncider successivement avec chaque demi-droite des plis. La superposition peut encore se faire quand on retourne le calque, sens dessus dessous (1). La possibilité de cette superposition résultait déjà du pliage en quatre, dans lequel les quatre couples de demi-droites successives (ou les quatre quadrants) étaient en coïncidence.

La figure (géométrique) constituée par deux demi-droites issues du même point (origine) est appelée un *angle*. Ce nom admis, on peut résumer comme suit les observations précédentes :

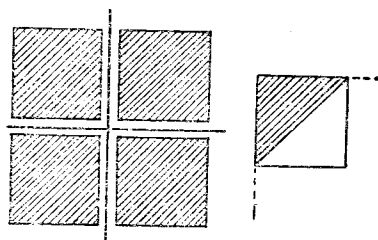
Deux droites qui se croisent sont perpendiculaires (chacune sur l'autre), ou forment une *croix*, lorsque les quatre angles (formés par les couples de demi-droites successives, issues du point de croisement) sont *égaux* (ou peuvent se superposer exactement).

Deux croix, formées chacune par un couple de droites perpendiculaires, peuvent être amenées en coïncidence (au moins par la pensée), en supposant, bien entendu, les droites indéfiniment (ou suffisamment) prolongées. Ce sont des figures *égales* (géométriquement) (2).

On peut préciser la relation entre la notion de perpendiculaires et celle de carré. On découpe quatre carrés égaux et on les assemble autour d'un sommet commun, deux carrés consécutifs étant juxtaposés suivant un côté. Les côtés qui coïncident, étant prolongés, forment quatre demi-droites issues du sommet commun; elles sont deux à deux opposées et constituent deux droites perpendiculaires (ou une croix). On peut faire un même tracé dans un quadrillage.

Un sommet d'un carré est une extrémité commune de deux côtés consécutifs; en prolongeant ces côtés, on obtient deux demi-droites de même origine; la figure qu'elles forment est appelée un *angle droit*. Un demi-carré (carré coupé par une diagonale) définit aussi un angle droit, c'est un triangle rectangle isocèle ou une équerre à 45 degrés. En rapprochant ce nouveau nom des constructions précédentes et des noms déjà employés, on obtient l'illustration et l'explication des énoncés :

deux droites perpendiculaires
forment quatre angles droits;
tous les angles droits sont égaux.



(1) On remarquera qu'on vérifie notamment ainsi qu'un angle (ici un angle droit) est égal à lui-même, après retournement; chaque côté venant en coïncidence avec l'autre. C'est un des axiomes de l'égalité géométrique.

(2) On sait que cette propriété (ou la propriété équivalente de l'égalité des angles droits) est, en général, démontrée dans les traités de géométrie. On remarquera que la construction de perpendiculaire par pliage (en quatre) n'est pas très différente de la construction de la perpendiculaire à une droite xx' , passant par un point M extérieur; on joint M à son symétrique M' , relativement à la droite. Ce point M' est précisément la position que prend M dans le pliage du plan autour de la droite xx' .

Ceci permet d'utiliser soit un carré modèle, soit une équerre à 45 degrés, soit un gabarit quelconque d'angle droit, par exemple une équerre à 60 degrés (demi-triangle équilatéral), pour tracer des droites perpendiculaires. Sur le terrain on utilise une équerre d'arpenteur, qui est un modèle (ou un gabarit) de croix définissant deux droites de visée perpendiculaires.

On pourrait considérer que c'est une pétition de principe d'utiliser, comme il vient d'être dit, le carré pour définir un angle droit et des droites perpendiculaires, puisque la définition du carré est précisément d'avoir des angles droits et des côtés égaux. Mais il ne s'agit pas d'une « définition » (logique ou mathématique), mais d'une « illustration » (voir ci-dessus, II, 2). Au Cours élémentaire, l'ordre du programme est carré, quadrillage, puis angle droit. Il est possible de faire de nombreux et fructueux exercices d'observation sur des carrés en papier, découpés; leur connaissance est familière aux enfants, mais elle nécessite des précisions (voir ci-dessous, 7, « Carré »). On peut ensuite se servir de ces précisions pour éclaircir les notions plus abstraites d'angle droit (formé par deux demi-droites) et de droites perpendiculaires. Au cours moyen, au contraire, on peut reprendre au début de l'année (conformément aussi à l'ordre du programme) la notion d'angle droit et de droites perpendiculaires. Sans en donner encore une « définition » rigoureuse (qui nécessiterait au moins des considérations préalables sur la notion d'égalité géométrique), on peut comparer l'équerre du matériel individuel avec les angles droits formés par les plis d'un pliage en quatre. On s'en servira ensuite pour tracer des perpendiculaires et construire des carrés. Dans la classe de fin d'études, il est plus nécessaire encore que dans les autres, d'associer à la géométrie apprise en classe son application à une topographie très élémentaire et à quelques notions d'arpentage.

6 • ANGLES

La notion d'angle figure, en général, au début de tout traité de géométrie (1).

Cependant, elle ne figure au Cours élémentaire que pour l'angle droit et le demi-angle droit. Au Cours moyen, elle est indiquée par *l'usage du rapporteur*, gradué de 5° en 5°, et elle est précédée de la notion d'angle droit et de droites perpendiculaires. C'est seulement dans la Classe de fin d'études que le programme comporte la notion d'angle immédiatement après celle de ligne droite et de segment de droite.

On se conformerait donc à l'esprit du *Programme* (d'ailleurs confirmé par les *Instructions*, IV, 14) en liant les notions d'angle droit et de droites perpendiculaires (voir ci-dessus, 5), puis en dégagant la notion générale d'angle de quelques observations de figures simples (par exemple les diagonales d'un rectangle) et, si possible, d'une topographie élémentaire. On l'associera à celle de sa mesure avec un rapporteur et peut-être avec un graphomètre rudimentaire.

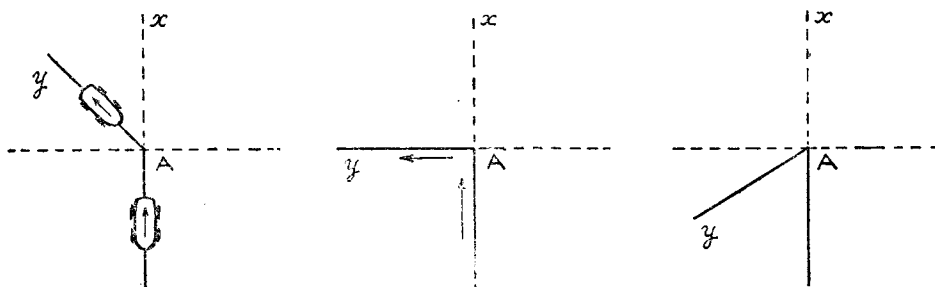
On estimera sans doute aussi que la notion d'angle n'a de vrai sens que si celle de demi-droite est préalablement acquise, non par une définition plus ou moins abstraite, mais par des exemples suffisamment suggestifs (voir n° 3, prolongement). Un angle est ainsi associé à un changement de direction sur le terrain et on peut distinguer son côté droit et son côté gauche (2).

Une route tourne à gauche, en un point A, si elle se dirige du côté gauche du piéton, sa direction nouvelle Ay (ou la demi-droite qui prolonge cette direction) est le *côté gauche* d'un angle, dont le *côté droit* est le prolongement (demi-droite) Ax, de la

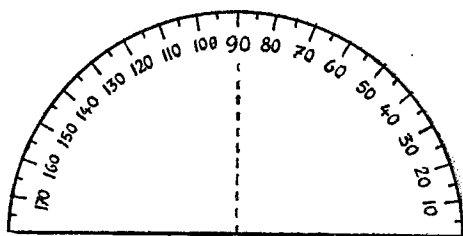
(1) On remarquera qu'il y a certaines divergences dans sa définition : pour certains, un angle est un système de deux demi-droites de même origine; pour d'autres c'est une des deux portions de plan comprises entre ces deux demi-droites; il faut alors distinguer entre l'angle sortant et l'angle rentrant.

(2) Cette distinction est rarement faite dans les traités de géométrie; elle y est remplacée par la notion du *sens d'un angle* (dont on a distingué le premier et le second côté) comparé au sens des aiguilles d'un montre.

direction ancienne. Cet angle peut être *droit*, si la direction nouvelle est perpendiculaire à l'ancienne. Il peut être *aigu*, si la route tourne moins qu'un angle droit, c'est-à-dire ne revient pas en arrière de la perpendiculaire. Il est *obtus*, dans le cas contraire (c'est le cas du tournant qualifié épingle à cheveux). On peut mesurer des tournants de routes en les calquant sur une carte ou un plan, on prolonge sur le calque les directions ancienne et nouvelle et on mesure avec un rapporteur. Ce rapporteur mesure, en quelque sorte la rotation du rayon (du demi-cercle), qui va d'une direction à l'autre; on peut rapprocher cette rotation de celle de la voiture dans le tournant. Cette application de l'angle justifie la notation qui tend à se répandre de plus en plus : on dit l'angle de Ax avec Ay, en abrégé l'angle (Ax, Ay) (au lieu de xAy).



De même qu'il est recommandé d'employer au cours élémentaire des décimètres gradués à partir des bouts, de même il semble désirable de faire utiliser, au cours moyen, des rapporteurs simplifiés. Il suffit d'un demi-cercle transparent,



limité au diamètre, le centre étant nettement marqué sur le bord, la circonférence étant graduée en arcs de 5 degrés, numérotés par dizaines de degrés, de droite à gauche (1).

On peut concevoir que ce demi-cercle contient 37 rayons (y compris les deux du bord), aboutissant aux divisions marquées et formant 36 angles (adjacents) dont le sommet commun est le centre, et qui sont égaux entre eux. Leur cinquième partie, appelée *angle de un degré*, est contenue 90 fois dans l'angle droit (moitié du demi-cercle et quart du cercle); 180 fois dans un demi-tour (appelé aussi angle plat) et 360 fois dans le tour complet (2).

Pour vérifier le rapporteur, c'est-à-dire l'égalité de ses divisions, on peut tracer un premier angle, par exemple de 35 degrés, en utilisant le rayon du bord droit et le rayon numéroté 35. On place ensuite sur le côté droit de cet angle, successivement, les rayons numérotés 5, 10 degrés; on doit lire sur le côté gauche, successivement, 40, 45, ... Cette vérification explique en même temps la mesure : l'angle tracé de 35 degrés pourrait être partagé en 7 angles égaux entre eux, de mesure

(1) Si le numérotage n'est fait que dans ce seul sens, pour mesurer un angle, on placera le rayon 0, du rapporteur sur son côté droit.

(2) On peut expliquer la raison de la division de l'angle droit en 90 degrés. C'est que 360 est un nombre divisible par 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10.

5 degrés. Il est bon de remarquer que cette mesure est indépendante de la grandeur du rapporteur utilisé.

On imagine aisément des exercices intéressants de mesure et de construction d'angles. Dans un carré, on vérifie les angles droits et les demi-angles droits (45 degrés). Dans un *rectangle*, on peut mesurer les angles formés en un sommet par la diagonale et les côtés, le plus petit est celui qui est formé avec le plus grand côté. La somme de leurs mesures est 90 degrés, ce qui est visible si on lit l'un des angles à partir du zéro, et l'autre par différence des divisions. Les angles aux autres sommets sont égaux à ceux-là, en raison de pliages évidents, d'où la propriété des angles d'un triangle rectangle. On peut aussi mesurer les angles formés au centre du rectangle par les diagonales et vérifier leurs relations entre eux (égaux ou supplémentaires) et avec les angles déjà mesurés (doubles). On peut diviser par pliage un angle en deux ou quatre parties égales et vérifier les mesures.

La construction d'angles, de mesures données, nécessite plus de minutie, mais elle peut être aussi instructive. On peut construire des *triangles rectangles* d'angles donnés et vérifier la proportionnalité de leurs côtés. L'étude des polygones réguliers fournit évidemment des exemples de mesures et de tracés d'angles.

7 • CARRÉ ET RECTANGLE

L'étude du carré peut précéder ou suivre celle des perpendiculaires et des angles droits; ce peut être, au Cours élémentaire, une fructueuse leçon de choses. On utilise des carrés en papier transparent, découpés à l'avance. En pliant le carré suivant ses *médianes* (un côté appliqué sur le côté parallèle), on forme deux plis perpendiculaires se croisant au centre du carré, on constate l'égalité des côtés et ceux des angles (ou des « coins »). En rabattant les coins, ils viennent se placer dans les angles des médianes; les angles des coins du carré sont égaux aux angles d'une croix ou de deux droites perpendiculaires. Le pliage suivant les *diagonales* montre qu'elles sont aussi perpendiculaires et forment une croix à branches égales. Elles partagent en parties égales (angles de 45 degrés) les angles droits des coins.

On peut compléter les observations faites par pliage en décalquant le carré, centre et diagonales comprises; sur le carré ainsi tracé, le calque peut se juxtaposer exactement de huit façons différentes, d'abord directement, puis après l'avoir retourné, sens dessus dessous; on retrouve les constatations précédentes.

Avec des carrés égaux, on peut faire un carrelage et former des rectangles; on réalise ainsi des droites perpendiculaires (voir n° 5). Cette manipulation (et le dessin de rectangles sur du papier quadrillé) peut être associée à la première notion de mesures de surfaces.

Aux manipulations sur un carré, on peut joindre des manipulations sur des *rectangles*, découpés par exemple dans du papier quadrillé. Un pliage suivant les médianes détermine le centre et montre l'égalité des côtés opposés et des demi-diagonales. Un calque du rectangle (diagonales et centre compris) peut se juxtaposer exactement sur le tracé de quatre façons différentes, directement et avec retournement.

8 • LIGNES DROITES PARALLÈLES

L'étude des (lignes droites) parallèles, plus spécialement comprise dans le programme du Cours moyen, peut être facilitée par les notions préalablement acquises au Cours élémentaire de carré, rectangle et quadrillage; elle permet, inversement, d'exprimer certaines propriétés de ces figures. Les élèves se servent de droites parallèles; les lignes de leurs cahiers sont des droites parallèles et constituent des bandes égales (ou de même largeur). Si le cahier est quadrillé, les lignes droites perpendiculaires aux lignes d'écriture sont parallèles (entre elles) et forment des bandes égales (perpendiculaires aux pré-

Ces définitions sont, en même temps, des possibilités de constructions. Avec un parallélogramme découpé, ou calqué, on vérifie l'existence d'un centre : intersection des diagonales dont il est le milieu commun; l'égalité des côtés opposés; l'égalité des angles opposés; la somme des angles consécutifs, égale à 180 degrés. Les propriétés des angles d'un parallélogramme expliquent la construction de parallèles avec une fausse équerre, ou avec le déplacement de l'hypoténuse d'une équerre de dessinateur, dont un côté glisse sur une règle.

On peut de même définir un *trapèze rectangle* la portion de bande comprise entre deux segments (limités aux bords de la bande) dont l'un est perpendiculaire à ces bords.

9 • CERCLE ET CIRCONFÉRENCE

Le tracé d'une circonférence avec un compas est une question de technique manuelle et de valeur de l'instrument. Les termes *centre*, *rayons*, *diamètres*, appartiennent au langage de beaucoup d'enfants qui ont vu et manié des roues. Il suffit de les préciser :

Le *cercle* est la portion de plan entourée par la *circonférence*. Les *rayons* sont des segments dont une extrémité est au centre et dont l'autre est sur la circonférence; ils sont tous égaux entre eux; leur mesure commune (ouverture du compas) est aussi appelée rayon. Un *diamètre* est un segment constitué par deux rayons opposés, ses extrémités sont sur la circonférence; sa longueur est le double du rayon. Tout diamètre partage le cercle et la circonférence en deux figures égales, qu'on peut amener en coïncidence par pliage d'un cercle découpé.

Il n'est sans doute pas nécessaire (au moins au Cours moyen) de définir les termes *secteur* et *arc*, sauf s'il apparaît utile de s'en servir pour décrire un rapporteur. Il en est de même, à plus forte raison, de la corde et du segment.

On peut associer à l'étude du cercle celle de quelques *polygones réguliers* « inscrits » : *carré*, *octogone*, *triangle*, *hexagone*. On peut les construire en menant les rayons des sommets qui forment des angles de mesures simples (90°, 45°, 120°, 60°). On a signalé qu'ils pouvaient donner lieu à d'autres exercices de mesure des angles.

Les expressions du *périmètre* et de la *surface d'un cercle* peuvent être limitées à des affirmations et à la valeur $\pi = 3,14$. On peut cependant en donner une justification assez grossière en découpant un quart de cercle, de rayon 1 dm, dans du papier assez mince. En le pliant huit (ou seize fois), on obtient un secteur qui est à peu près un triangle isocèle, dont on peut mesurer la base à un mm près. En multipliant cette mesure par 16 (ou 32), on obtient une valeur du périmètre du cercle, voisine de 3 dm. La surface du cercle égale à 32 (ou 64) fois la surface du triangle est voisine de 3 dm².

10 • VOLUMES SIMPLES

On peut se borner à l'étude des surfaces latérales et des volumes des parallélépipèdes rectangles (comprenant le cube), des prismes droits et du cylindre de révolution (droit à base circulaire). Pour donner quelques notions géométriques sur ces corps, il peut être utile d'indiquer quelques propriétés d'un plan et d'une droite perpendiculaire.

Une droite verticale et un plan horizontal en sont des exemples courants. Quand une porte rectangulaire tourne autour de ses gonds, sa base balaie le plancher en restant perpendiculaire au côté qui reste confondu avec la ligne des gonds. De même les rayons d'une roue, qui sont des segments de droite, dans son plan, sont tous perpendiculaires à l'axe de la roue, qu'on peut imaginer prolongé.

Ces exemples peuvent éclairer les énoncés géométriques : en un point d'un plan (ou d'une surface plate), il existe (ou on peut concevoir) une ligne droite, traversant le plan en ce point, et qui est perpendiculaire à toutes les droites du plan qui la rencontrent (précisément au point où elle perce le plan). On dit indifféremment que *la droite est perpendiculaire au plan* ou que *le plan est perpendiculaire à la droite*; on remarquera qu'il est peut-être plus simple d'imaginer la construction du plan en partant de la droite que celle de la droite en partant du plan.

L'examen d'un parallélépipède (ou d'abord d'un cube) dont les faces sont des rectangles montre que ces faces se répartissent en trois couples de faces opposées égales et que, à chaque couple de faces, correspondent quatre arêtes, égales entre elles et perpendiculaires aux faces. Cette observation devient peut-être plus nette en faisant construire une boîte parallélépipédique, par découpage, pliage et collage des faces.

Le prisme et le cylindre droit (à base circulaire) peuvent être décrits comme des constructions (analogues à celle d'un bâtiment) faites en élevant des segments d'une même longueur, perpendiculaires à un polygone ou à un cercle de base. On peut aussi bien construire leur surface latérale, qui est un rectangle, dont la longueur est le périmètre de la base (du prisme ou du cylindre) et dont la largeur en est la hauteur. On dresse cette surface sur la base en la pliant pour un prisme, en l'enroulant pour un cylindre, de telle sorte que le périmètre vienne s'appliquer sur le polygone ou la circonférence de la base. Il faut, bien entendu, connaître la deuxième génération du cylindre (de *révolution*) réalisée en faisant tourner un rectangle autour d'un de ses côtés.