Le Calcul en Classe de fin d'études

(Arithmétique ; Système métrique ; Géométrie)

I. LES TEXTES OFFICIELS

1 • PROGRAMME DE 1938

Le *Programme* de 1938 tenait en six lignes :

« *Application du calcul :* utilisation des connaissances déjà acquises à la résolution de *problèmes concrets* de la *vie pratique* relatifs :

« — à la vie sociale et aux activités familiales, dans toutes les écoles;

« — à la vie rurale et aux activités agricoles, à la vie urbaine et aux activités industrielles selon le milieu où vit l'enfant. »

Un tel programme ne prévoyait donc, pour les enfants âgés de treize à quatorze ans, aucune étude de notion nouvelle de calcul : *il s'agissait uniquement de faire appliquer les notions acquises* au Cours moyen (9-11 ans) et dans les deux classes de Cours supérieur (11-13 ans). Ce travail d'application devait d'ailleurs avoir un *caractère pratique* en rapport étroit avec la *vie courante* et les *activités locales*. Le libellé même du programme et les paragraphes 4 et 5 des *Instructions* du 20 septembre 1938 pour l'enseignement du calcul (1) encourageaient le maître à « faire » *de* l'arithmétique *à propos* de certains centres d'intérêt au lieu de réviser méthodiquement les notions d'arithmétique : ainsi, au cours d'une séance de travail consacrée à la culture d'un champ, rien ne s'opposait à ce que le maître fît appel à des notions de calcul variées pour trouver l'aire du champ, le poids d'engrais à employer, connaissant la teneur en potasse de celui-ci, la durée approximative du travail, le prix de vente de la récolte, le rendement de celle-ci, etc.

2 • PROGRAMME DE 1947

Le Programme *de calcul du 24 juillet 1947 pour la Classe de fin d'études*, s'il est beaucoup plus long que celui de 1938, ne diffère pas, quant à l'esprit, de celui-ci : il s'agit encore de *faire appliquer* par les enfants « *à des problèmes*

(1) « Le maître renoncera à toute suite systématique de leçons où le souci de la logique ou du mécanisme nuirait à celui de l'intérêt ou de l'utilité. Il ne reviendra à l'explication théorique qu'occasionnellement et pour répondre à un désir manifeste des élèves.

« En revanche, il cherchera, autour de sujets particulièrement opportuns, à établir une liaison étroite entre les enseignements de tous ordres... »

concrets de la vie pratique » les notions antérieurement acquises. Mais l'énumération détaillée de ces notions est une invitation à en *organiser méthodiquement* et *systématiquement la révision* avant de passer aux applications. En outre, ce programme de 1947 prescrit l'*étude de six éléments nouveaux* :

— représentation figurée des grandeurs;
— tracé et interprétation des graphiques;
— notions d'arpentage;
— notions de latitude et de longitude d'un lieu;
— initiation au tracé et à la lecture d'un croquis coté;
— unités d'énergie et de puissance électriques (1).

La nécessité de ménager ainsi une place importante aux révisions et d'organiser celles-ci de façon méthodique est apparue peu après la mise en application des programmes de 1938 : la plupart des enfants fréquentant la Classe de fin d'études n'ont pas suffisamment assimilé les notions de calcul mentionnées au cours moyen, pour que le maître puisse limiter son enseignement à celui des applications. Sans doute, calcul et vie pratique doivent être étroitement liés. Mais au lieu de « *faire du calcul* » à propos de la vie sociale, de la vie familiale, des activités locales, on se préoccupera de ces activités, de la vie familiale et de la vie sociale à l'occasion de leçons de calcul systématiquement organisées. En somme, l'ordre des termes est inversé : ce n'est plus la *vie pratique* qui provoque, suivant un ordre qu'elle impose, l'intervention de notions variées de calcul, *c'est l'étude méthodique du calcul*, le plus souvent sous forme de révision d'ailleurs, qui conduit à aborder, dans un ordre « arithmétique », des applications variées à la vie pratique.

Quant aux six éléments nouveaux dont l'étude est prescrite par les programmes du 24 juillet 1947, ils constituent un complément qu'impose le souci même de faire de l'enseignement primaire une préparation à la vie : la *représentation figurée des grandeurs* et les *graphiques* illustrent chaque jour les journaux; les moyens actuels de l'information sont tels que l'individu s'intéresse chaque jour davantage aux événements qui se déroulent dans les *régions les plus diverses du globe*; l'utilisation de l'*énergie électrique* est maintenant à peu près générale et intervient pour beaucoup de gens à chaque instant : comment pourrait-on négliger de donner aux élèves de fin d'études le supplément de connaissances nécessaires?

3 • INSTRUCTIONS DE 1938

Cette mise au point faite, il convient de noter que les *Instructions officielles* du 20 septembre 1938 demeurent une source de suggestions très précieuses en ce qui concerne l'enseignement du calcul en Classe de fin d'études primaires. Ces *Instructions* n'ont été jusqu'à présent remplacées par aucune *Instruction* nouvelle, mais les circulaires ministérielles du 13 mai 1946 et du 10 décembre 1949 contiennent des directives très utiles. La première définit ce que doit être un problème pratique, la seconde, bien que ne se rapportant pas spécialement à l'enseignement du calcul, précise ce que doivent être en général l'*adaptation au milieu local* et la *préparation à la vie pratique* :

« *L'adaptation au milieu local* aura pour objet un *enseignement concret* et *lié à la vie locale aussi souvent que possible* sans qu'on soit en droit d'exiger, sur les problèmes régionaux, des connaissances de pure érudition, le terme de « milieu local » étant pris dans l'acception la plus large.

... (En ce qui concerne) la *préparation à la vie pratique*, il y a sans doute lieu de mettre les instituteurs des Classes de fin d'études en garde contre une interprétation un peu étroite : il ne s'agit pas de donner à l'élève des rudiments de technique ou de vagues recettes, mais de *développer en lui toutes les facultés qui l'aideront à faire face*

(1) Signalons que le programme de Sciences appliquées du 24 juillet 1947 pour la classe de fin d'études prescrit de faire utiliser par les garçons des *écoles urbaines* le pied à coulisse, le palmer et les calibres. Le programme de Sciences appliquées du 30 juillet 1953 pour les *écoles rurales* ne contient pas cette prescription.

aux problèmes de la vie courante et d'en dominer les difficultés. Si la tâche des maîtres, dans les Classes de fin d'études est une *préparation à la vie pratique, qu'elle n'en soit pas moins et avant tout une œuvre de culture générale. Qu'ils n'y voient pas surtout l'obligation de limiter leur enseignement à des applications étroites inspirées des besognes quotidiennes*, mais l'occasion de l'élargir par des perspectives sur des champs d'activités variés. »

II. LES CONDITIONS ACTUELLES

Nous sommes maintenant renseignés sur ce que doivent être, d'après les textes officiels, la matière, l'esprit et la méthode de l'enseignement du calcul en Classe de fin d'études. Le maître, pour organiser cet enseignement, doit tenir compte non seulement des *fins qu'on lui assigne*, des *moyens qu'on lui recommande d'employer*, mais aussi des *conditions* de son travail.

Quelles sont ces conditions?

4 • RECRUTEMENT DES ÉLÈVES

Une des difficultés avec lesquelles doit compter le maître chargé d'une classe de fin d'études tient à la nature du *recrutement des élèves*. Sous une forme un peu schématique, — et qui ne saurait prétendre traduire fidèlement la variété des cas d'espèces, — nous croyons pouvoir écrire qu'il est deux catégories de classes de fin d'études :

— *Les classes de fin d'études des communes pourvues de lycées, collèges ou cours complémentaires* : le plus souvent, à l'âge de dix, onze, douze ou treize ans, les élèves les mieux doués pour les études quittent en grand nombre l'école primaire pour entrer en Classe de sixième. Et il en résulte un appauvrissement en quantité et en qualité des classes de fin d'études. Dans les très grosses écoles primaires, il est possible de grouper dans une Classe de fin d'études les élèves qui pourront en fin d'année être présentés à l'examen du C.E.P. et dans une ou deux autres classes les élèves trop jeunes (11-12 ans) ou trop médiocrement doués pour être en fin d'année candidats à cet examen. Dans les autres écoles, la classe de fin d'études est généralement une classe « écrémée » dont le maître se plaint amèrement de n'avoir à instruire que très peu d'élèves au moins moyennement doués.

— *Les classes ou sections de fin d'études des communes dépourvues de lycées, collèges ou cours complémentaires :* en l'état actuel de notre organisation sociale, à l'exception des enfants riches, à l'exception de quelques boursiers, les élèves, à leur sortie du Cours moyen (1), entrent tous en classe ou, le plus souvent, en section de fin d'études. Le pourcentage d'élèves au moins moyennement doués est normal dans ces classes ou sections. Mais la tâche du maître est le plus souvent difficile du fait de la multiplicité des divisions ou sections que ce maître doit faire simultanément travailler.

5 • EXAMEN DU C.E.P.

Le maître chargé de l'enseignement de fin d'études doit nécessairement tenir compte des exigences de la préparation à l'examen du C.E.P. qui est actuellement

(1) Ou du cours supérieur (celui-ci ne peut exister, facultativement d'ailleurs, que dans les écoles possédant au moins cinq classes).

subi au terme de la scolarité primaire. Ces exigences — ou l'idée qu'on s'en fait — sont telles que l'instituteur ne peut en toute liberté d'esprit donner aux élèves cette formation à la fois éducative et pratique qu'on lui demande de dispenser. L'enseignement du calcul, comme celui des sciences appliquées d'ailleurs, subit du fait de ces exigences réelles ou supposées un dommage considérable : la préoccupation de l'examen conduit trop souvent le maître à se proposer comme fin essentielle, pour ne pas dire exclusive, de son enseignement, la préparation directe à l'examen. Comme celui-ci ne comporte d'autre épreuve de calcul qu'un groupe de deux problèmes et cinq questions de calcul mental, on cherche en vain dans la plupart des classes de fin d'études la trace de ces *travaux pratiques* de système métrique dont nous avons signalé l'importance. On a tendance à ne proposer aux élèves que des problèmes d'examen de C.E.P. : il n'y aurait que demi-mal si ceux-ci étaient rédigés de telle manière que l'élève dût rechercher certains éléments numériques dans des documents annexes (cf. circulaire du 13 mai 1946); malheureusement, les problèmes proposés aux examens du C.E.P. tendent de plus en plus à reprendre la forme traditionnelle.

6 • QUESTIONS POSÉES PAR L'ENSEIGNEMENT DU CALCUL

Les remarques que nous venons de formuler nous conduisent à poser les questions suivantes :

En ce qui concerne la matière de l'enseignement du calcul

a) L'enseignement du calcul en Classe de fin d'études doit-il continuer de se limiter à la révision, à la consolidation, à l'application des notions acquises au Cours moyen ou au Cours supérieur ?

Dans le cas où l'école ne possède pas de cours supérieur, faut-il intégrer dans le programme de fin d'études le programme de calcul prévu pour les cours supérieurs ?

b) Si on estime devoir enrichir le programme de calcul pour les classes de fin d'études, quelles notions complémentaires de calcul faut-il étudier dans ces classes ? En particulier doit-on souhaiter que les élèves de fin d'études apprennent, selon l'expression de Jules Gal, « la modeste utilisation d'une ou deux lettres combinée aux signes + — × : = » ? Doit-on souhaiter que ces enfants soient dotés « de ce langage particulier admirable de précision et de simplicté (1) » qui leur permettrait de résoudre aisément les problèmes ?

c) Dans le cas où une réorganisation de l'enseignement permettrait de grouper les élèves âgés de douze à quatorze ans dans des centres interscolaires ou intercommunaux et de constituer dans chaque centre une classe d'élèves bien doués, ne conviendrait-il pas d'établir des programmes différents pour les classes analogues à celle-ci d'une part et pour les autres classes de fin d'études d'autre part ? Ce « pluralisme » n'est-il pas la condition de tout enseignement efficace ?

En ce qui concerne l'esprit de l'enseignement du calcul

a) Doit-on penser que le recours à peu près exclusif aux problèmes concrets de la *vie pratique* peut permettre de développer les *facultés intellectuelles* de l'enfant ?

b) Ce recours aux problèmes de la *vie pratique* constitue-t-il d'ailleurs un moyen authentique de *préparation à la vie* ?

(1) On remarquera que l'usage des lettres et des signes, auxquelles il faut ajouter les parenthèses, suppose une connaissance, au moins intuitive des propriétés des opérations : associativité et commutativité, distributivité de la multiplication relativement à l'addition. Il suppose encore que les *sens* des opérations sont bien connus.

En ce qui concerne la méthode et les procédés employés

a) Faut-il continuer de fonder l'acquisition et la consolidation des notions de calcul en faisant uniquement appel au *concret*, à *l'intuition*, à la *vérification*? Dans l'affirmative, peut-on espérer que l'on éveillera et que l'on développera ainsi l'*activité mentale*, le *raisonnement* et un *minimum d'esprit critique*?

b) Comment peut-on concevoir les travaux pratiques de calcul en classe de fin d'études? Quels sont parmi ces travaux pratiques ceux qui peuvent « épauler » l'enseignement de l'instruction civique et celui des sciences appliquées? Quel matériel, quels documents (catalogues, barèmes, indicateurs, etc.) sont nécessaires pour les travaux pratiques? Comment peut-on organiser ces travaux pratiques pour *individualiser* l'enseignement ou au contraire pour en faire des *travaux d'équipes*?

c) Quels avantages retire l'élève, en ce qui concerne son développement intellectuel, des rédactions d'énoncés de problèmes, des exercices de mise en forme de raisonnement, des exercices de calcul mental?

En ce qui concerne l'organisation des Classes de Fin d'Études

a) Au système actuel dont nous avons signalé les inconvénients, ne faudrait-il pas substituer une organisation qui permettrait aux enfants bien doués sortant du cours moyen (ou du cours supérieur) et ne poursuivant pas leurs études dans les lycées, collèges ou cours complémentaires, de recevoir un enseignement à valeur éducative dominante?

Une telle organisation supposerait le groupement des élèves de fin d'études dans des centres interscolaires ou intercommunaux dans lesquels fonctionneraient des classes homogènes : les unes destinées à donner cet enseignement à valeur éducative dominante, les autres destinées à donner un enseignement essentiellement pratique (1).

b) Ne faudrait-il pas aussi que l'organisation actuelle soit conservée ou modifiée, ôter aux maîtres et aux élèves de fin d'études ces soucis d'examen qui — quelles que soient les fins assignées à l'enseignement — nuisent toujours à la valeur et à l'efficacité de celui-ci? En fixant à onze ou douze ans l'âge du C.E.P., on permettrait aux maîtres de consacrer deux ou trois ans à un enseignement de fin d'études libéré des contraintes — et par conséquent des déformations — que fait naître la hantise de l'examen.

c) Dans le cadre de l'organisation et du programme actuels, il faudrait, chaque fois qu'elle sera nécessaire, adopter dans les classes hétérogènes la solution suivante :

— grouper les élèves bien doués en une *section normale* et les autres en une *section faible;*

— donner l'enseignement du calcul en commun, mais ne prévoir pour la section faible que des exercices faciles, constituant la simple et directe application des notions étudiées ou révisées;

— *enseigner chaque année la totalité du programme de calcul,* car plusieurs élèves, entrés à treize ans seulement dans la classe ou section de fin d'études, n'y séjourneront qu'un an, *mais proposer chaque année de nouvelles séries de travaux pratiques, d'exercices et de problèmes* afin que le travail des enfants qui passent deux ou trois ans en classe de fin d'études ne soit jamais une répétition ennuyeuse et stérile.

(1) A Paris fonctionnent de telles classes dans plusieurs écoles. Dans ces classes improprement appelées classes de préapprentissage, on donne aux enfants une formation pratique bien adaptée à leurs possibilités et, par conséquent, très efficace.

III. LES PROBLÈMES EN CLASSE DE FIN D'ÉTUDES

7 • L'OBJET DES ÉNONCÉS DE PROBLÈMES

Les *Programmes* du 17 octobre 1945 prescrivent de proposer aux élèves du cours élémentaire et du cours moyen des *problèmes empruntés à la vie courante* et les *Instructions officielles* du 7 décembre 1945 marquent « la volonté d'une *relation étroite entre les mathématiques de l'école et les nécessités de la vie* ». Les élèves qui entrent en classe de fin d'études sont donc préparés à résoudre ces « *problèmes concrets de la vie pratique* » qu'à trois reprises différentes les *Programmes* du 24 juillet 1947 demandent expressément de faire résoudre par les élèves de fin d'études.

Que faut-il entendre par *problèmes de la vie pratique*? La réponse à cette question est donnée en termes presque identiques par quatre textes officiels :

— *Instructions du 30 septembre 1938* pour l'enseignement du calcul dans les classes de sixième.

— *Instructions du 20 septembre 1938* pour l'enseignement du calcul au cours supérieur.

— *Instructions du 7 décembre 1945* pour l'enseignement du calcul au cours moyen (IV).

— *Circulaire du 13 mai 1946* relative au choix des épreuves du C.E.P.

Rappelons, en les résumant, les idées essentielles contenues dans ces textes,

Les problèmes de la vie courante sont des problèmes *vraisemblables* dont l'élève a vu ou verra des exemples autour de lui : avant de faire traiter un exercice, le maître doit se demander si celui-ci peut *se présenter raisonnablement dans la pratique*. Pour connaître le diamètre d'un clou, on ne commence pas par mesurer la circonférence : il est plus immédiat, donc plus pratique, de mesurer ce diamètre avec un pied à coulisse. En revanche, il est pratique, pour connaître le diamètre d'un tronc d'arbre, de mesurer la circonférence du tronc, puis de calculer le diamètre à partir de celle-ci. Dans le partage d'une succession, le premier nombre connu est en général le montant de l'héritage et le nombre de parts, il est donc logique de proposer aux élèves le calcul d'une part, il est invraisemblable de faire calculer le nombre de parts ou la valeur de l'héritage connaissant celle d'une part. En revanche, un poids de confiture peut se calculer d'avance d'après le poids de chacun des constituants, compte tenu des déchets et de la réduction du poids à la cuisson (*Instructions*, IV, 7).

Il faut donc proscrire ces exercices artificiels plus ou moins travestis en problèmes de la vie pratique, ces problèmes où les données sont liées entre elles de façon invraisemblable : pièces de drap que l'on débite par fractions successives; fers marchands ayant des sections inconnues dans le commerce; héritages distribués suivant des règles extravagantes, etc. (d'après la circulaire ministérielle du 13 mai 1946).

Ce qu'il faut encourager, c'est le choix de problèmes, étroitement inspirés de *réalités régionales* et des *activités économiques locales* (*ibid.*).

Ce qu'il faut encourager aussi, c'est la mise à la disposition des élèves de *documents* (catalogues, barèmes, mercuriales, tarifs, indicateurs, calendriers, etc.). dans lesquels ils *puiseront les données numériques des problèmes* (*ibid.*).

Et, bien entendu, il convient de prendre le terme *milieu local* dans son acception la plus large, afin de ne pas interdire aux élèves des perspectives sur des champs d'activités variées (d'après la circulaire ministérielle du 10 décembre 1949).

Nous ajouterons que choisir les données d'un problème de telle manière que les réponses « tombent juste », c'est une façon de tourner le dos à la vie pratique et qu'il convient, au contraire, d'habituer les élèves à ne pas considérer comme fausse une réponse qui « ne tombe pas juste ». Il faut que les élèves en possession d'une telle *réponse arithmétique* sachent substituer à celle-ci la *réponse pratique* qu'exige la vie courante : c'est ainsi que si le calcul indique que 5,4 voyages seront nécessaires pour transporter une marchandise, on répondra que le nombre de voyages sera 6.

On a signalé d'autre part les méfaits des « *problèmes-types* ». Nous ne reviendrons pas ici sur cette question. Nous nous bornerons à dire qu'en classe de fin d'études, comme dans les cours précédents, s'il est indispensable que l'étude de chaque notion arithmétique nouvelle soit suivie d'exercices et de problèmes constituant un moyen de contrôle et un moyen d'application, il faut éviter de créer autant de catégories de problèmes qu'il existe de difficultés possibles, chaque catégorie ayant une « recette » particulère.

Nous ne reviendrons pas davantage sur la nécessité de *ne pas introduire de précision illusoire dans les données.* (Comment peut-on écrire que le poids d'un morceau de viande est de 340,75 g alors que les balances du commerce ne fournissent que des indications valables à 1 g près? Pourquoi indiquer la valeur de π (*pi*) avec quatre chiffres décimaux, alors qu'il suffit, en pratique, de prendre $\pi = 3,14$?).

8 • LA DIFFICULTÉ DES PROBLÈMES

Les problèmes proposés aux candidats à l'examen d'entrée en sixième comportent en général quatre opérations, exceptionnellement cinq. Nous pensons que le nombre des opérations que l'élève doit effectuer en résolvant un problème doit être lui aussi égal à quatre ou cinq.

En ce qui concerne plus particulièrement les problèmes proposés lors des examens du C.E.P., on peut se demander s'il n'y aurait pas avantage à substituer au premier problème trois ou quatre opérations indépendantes afin de rechercher si les candidats sont bien en possession des mécanismes opératoires indispensables.

9 • LA FORME DES ÉNONCÉS

Le contenu d'un énoncé de problème étant choisi, il convient de se préoccuper de la forme à donner *à cet énoncé* :

Avec M. Jules Gal, recommandons de marquer les étapes et de graduer les difficultés. Les deux formes ci-dessous d'un problème proposé par J. Tannery sont bien loin d'être pédagogiquement équivalentes :

A

Un pré rectangulaire de 160 m de long sur 45 m de large a produit 240 kg de foin par are. On demande quelle est la valeur de la récolte du foin de ce pré, sachant que le foin vaut 1 100 F le quintal?

B

Un pré rectangulaire a 160 m de long sur 45 m de large.

1° On demande de calculer sa superficie :
— en mètres carrés.
— en ares.

2° Ce pré produit 240 kg de foin par are. Le foin vaut 1 100 F le quintal. Quel prix retirera-t-on de la vente de la récolte de foin?

Manifestement la rédaction B guide les enfants dans leur travail et permet à tous de résoudre au moins partiellement le problème. Le maître peut mieux connaître l'acquis et les aptitudes de chaque élève, et aussi découvrir éventuellement quelles notions sont insuffisamment comprises par l'ensemble des enfants.

10 • LA RÉSOLUTION DES PROBLÈMES

Formulons maintenant quelques remarques au sujet de la résolution des problèmes :

1. — Il est indispensable d'étudier *collectivement* en classe au moins un pro-

blème chaque jour : on peut ainsi, en même temps qu'on crée l'émulation, montrer aux enfants comment on utilise tel document et comment on résout telle difficulté. Il est non moins indispensable que *chaque élève résolve chaque jour un problème sur son cahier*, étant bien entendu que ce problème sera différent, au moins par les données, de celui qui a été étudié collectivement.

2. — Au sujet des méthodes de résolution.

Les méthodes de résolution des problèmes en classe de fin d'études n'appellent aucune remarque particulière : comme les élèves du cours moyen, les élèves de fin d'études peuvent employer :

— *soit la méthode de traduction progressive de l'énoncé appelée encore méthode synthétique :* c'est la « méthode naïve » que préconisait M. l'inspecteur général Gal;

— *soit la méthode régressive ou analytique* dont M. Bocquet a tenté de faire un emploi systématique (Bocquet, *Une nouvelle méthode de résolution des problèmes*, Colin).

Le recours à l'une ou l'autre de ces méthodes peut être éventuellement assorti de l'*emploi de traits figurant les grandeurs*, c'est-à-dire de ce que l'on appelle improprement « *méthode graphique* ».

Nous remarquerons simplement que la plupart des problèmes de fin d'études comportent plusieurs questions et, de ce fait, incitent presque automatiquement à recourir à la *traduction progressive de l'énoncé*, c'est-à-dire à la méthode synthétique (exemple : le problème B ci-dessus).

En revanche, le *procédé analytique* interviendra à peu près à coup sûr, au moins au cours du travail de recherche, quand une question unique est posée au début du problème.

3. — Que la résolution soit collective et orale ou individuelle et par écrit, le maître doit exiger *une mise en forme correcte et effective du raisonnement* : il interdira donc les *tournures vicieuses* (telles que « il reste de mètres ») ainsi que les *formules ternes* qui ne traduisent absolument pas les démarches de l'esprit; il exigera l'emploi des mots or, puisque, donc, etc., qui *marquent les articulations de la pensée* et permettent d'*expliciter le raisonnement*.

Exemple :

Un ouvrier paie le 1er avril à son hôtelier sa pension pour le mois de mars. Le prix de la pension est de 650 F par jour. En mars, l'ouvrier a travaillé 25 jours et a gagné 1 500 F par jour. Quel a été le gain de l'ouvrier pour le mois de mars ? De quelle somme dispose-t-il après avoir payé l'hôtelier ? Il conserve 8 350 F pour régler diverses dépenses et place la somme restante à la Caisse d'Épargne. Calculer le montant du placement.

Raisonnement non mis en forme
(Raisonnement implicite)

Prix de la pension :

$650 \text{ F} \times 31 = 20\,150 \text{ F}.$

Gain mensuel :

$1\,500 \text{ F} \times 25 = 37\,500 \text{ F}.$

Somme dont dispose l'ouvrier :

$37\,500 \text{ F} - 20\,150 \text{ F} = 17\,350 \text{ F}.$

Montant du placement :

$17\,350 \text{ F} - 8\,350 \text{ F} = 9\,000 \text{ F}.$

Raisonnement mis en forme
(Raisonnement explicite)

Le mois de mars comprend 31 jours, *donc* le prix de la pension est de :

$650 \text{ F} \times 31 = 20\,150 \text{ F};$

or le gain mensuel a été de :

$1\,500 \text{ F} \times 25 = 37\,500 \text{ F}.$

Par conséquent, la pension payée, l'ouvrier dispose d'une somme de :

$37\,500 \text{ F} - 20\,150 \text{ F} = 17\,350 \text{ F}.$

Puisque l'ouvrier conserve 8 350 F, le montant du placement est de :

$17\,350 \text{ F} - 8\,350 \text{ F} = 9\,000 \text{ F}.$

4. —Rappelons pour mémoire, que l'élève de fin d'études doit conserver les bonnes habitudes qu'il a acquises au cours moyen : ne pas rechercher dans les calculs une *précision illusoire*, trouver mentalement l'*ordre de grandeur* du résultat de chaque opération ainsi que l'ordre de grandeur des réponses successives, se demander si *la réponse trouvée est plausible*, tracer les croquis de géométrie en *respectant les proportions des figures représentées*; réserver une ligne pour chaque indication d'opération, disposer les signes d'égalité les uns sous les autres, séparer par un trait soigneusement tracé la « solution » des « opérations », indiquer avec netteté — en les encadrant au besoin — les réponses.

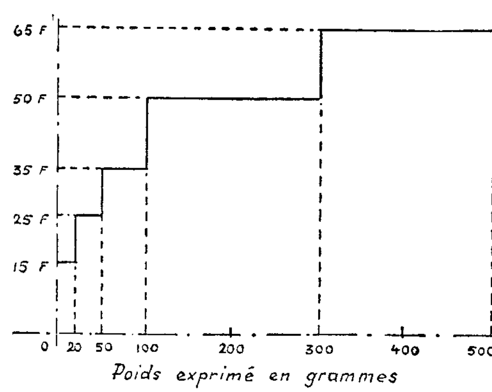
IV. EXEMPLES DE TRAVAUX PRATIQUES DE CALCUL (Classe de fin d'Etudes)

11 • ARITHMÉTIQUE

Quelques graphiques d'aspect inhabituel

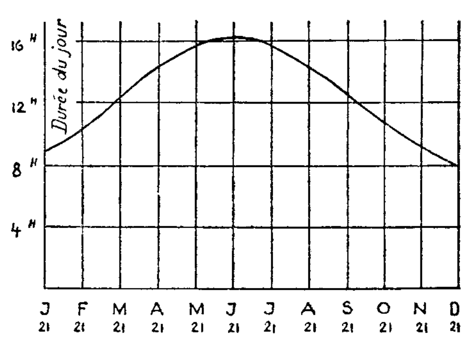
I. REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DU TARIF D'AFFRANCHISSEMENT DES LETTRES

Poids	Affranchis^{t}
0 à 20 g	15 F
20 à 50 g	25 F
50 à 100 g	35 F
100 à 300 g	50 F
300 à 500 g	65 F

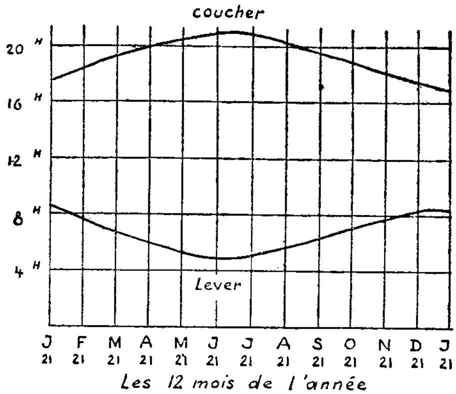


2. REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DE LA DURÉE DU JOUR

	Durée du jour
21 janvier	8 h 52 mn
21 février	10 h 18 mn
21 mars	12 h 9 mn
21 avril	13 h 58 mn
21 mai	15 h 27 mn
21 juin	16 h 8 mn
21 juillet	15 h 31 mn
21 août	14 h 3 mn
21 septembre	12 h 15 mn
21 octobre	10 h 20 mn
21 novembre	8 h 53 mn
21 décembre	8 h 11 mn

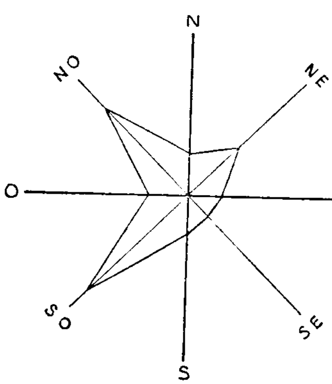


3. RERRÉSENTATION GRAPHIQUE DES HEURES DE LEVER ET DE COUCHER DE SOLEIL



(21 de chaque mois)	LEVER	COUCHER
21 janvier	8 h 36	17 h 28
21 février	7 h 51	18 h 19
21 mars	6 h 54	19 h 3
21 avril	5 h 51	19 h 49
21 mai	5 h 4	20 h 31
21 juin	4 h 48	20 h 56
21 juillet	5 h 11	20 h 42
21 août	5 h 51	19 h 55
21 septembre	6 h 36	18 h 51
21 octobre	7 h 21	17 h 50
21 novembre	8 h 10	17 h 3
21 décembre	8 h 43	16 h 54

4. REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DE LA DIRECTION DES VENTS : ROSE DES VENTS LOCAUX



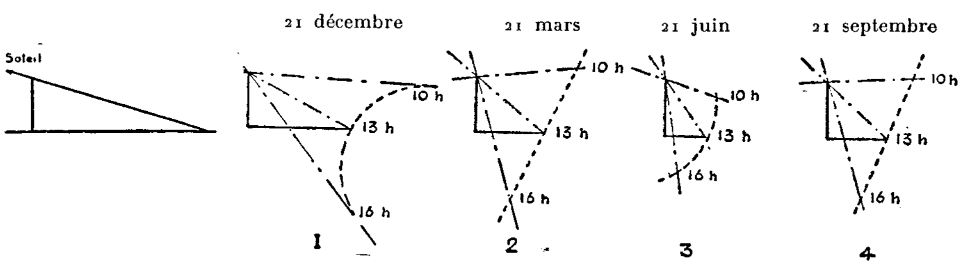
A Granville (Manche) le vent a soufflé durant une année :

du nord	pendant	30 jours
de l'ouest	—	25 jours
du nord-ouest	—	90 jours
du sud-ouest	—	100 jours
du sud	—	25 jours
du sud-est	—	20 jours
de l'est	—	25 jours
du nord-est	—	50 jours

Rose des vents locaux à Granville.

(Le vent a soufflé 30 jours du nord : on porte à partir du o une longueur représentant 30 jours sur la direction nord, etc.)

5. LES VARIATIONS EN LONGUEUR ET EN DIRECTION AU COURS DE LA JOURNÉE DE L'OMBRE SUR LE SOL HORIZONTAL D'UN BATON VERTICAL DE 1 M DE HAUT (AU-DESSUS DU SOL)



L'extrémité mobile de l'ombre décrit au cours d'une même journée une courbe que l'on peut marquer directement sur le sol et que l'on peut aussi dessiner (en utilisant une échelle convenable) sur une feuille de papier.

Nous avons représenté les courbes obtenues les jours de solstice et d'équinoxe. On remarquera :

— que la « courbe » devient une droite les jours d'équinoxe;

— que du 21 septembre au 21 mars la *convexité* de la courbe est du « côté » du bâton et que du 21 mars au 21 septembre c'est la *concavité* de la courbe qui est « du côté » du bâton.

• GÉOMÉTRIE ET SYSTÈME MÉTRIQUE

Relation entre l'aire d'un terrain et l'aire du plan de ce terrain

Un terrain de forme rectangulaire a pour dimensions 360 m et 150 m.

Le plan de ce terrain à l'échelle de 10 000 ième (0,1 mm par m) est un rectangle dont les dimensions sont 36 mm et 15 mm.

Aire du terrain $= 360 \text{ m} \times 150 \text{ m} = 54\,000 \text{ m}^2$;

Aire du plan $= \dfrac{360 \text{ m}}{10\,000} \times \dfrac{150 \text{ m}}{10\,000} = \dfrac{54\,000 \text{ m}^2}{100\,000\,000} = 540 \text{ mm}^2$;

Aire du terrain = Aire du plan $\times 10\,000 \times 10\,000$.

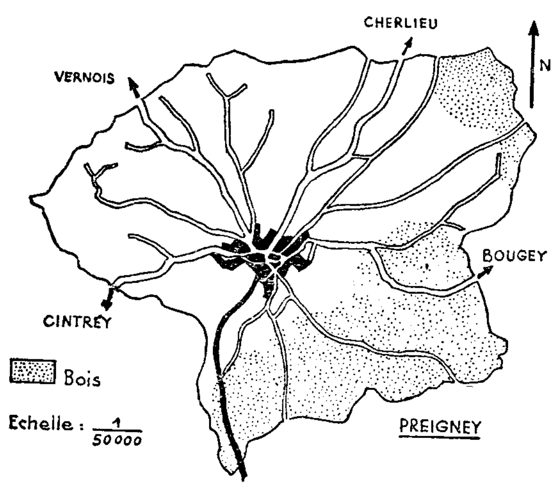
De façon générale, entre l'aire d'un terrain S et l'aire s du plan de ce terrain à l'échelle $\dfrac{1}{n}$ existe la relation $\boxed{S = s \times n \times n}$

Application de cette relation au calcul d'une aire par pesée

a) Je dessine la carte de ma commune à l'échelle de $\dfrac{1}{50\,000}$ sur une feuille de carton. Je découpe le carton suivant le contour de la carte. Je pèse la carte ainsi découpée et je trouve que son poids est $P = 75$ g.

b) Je dessine un décimètre carré sur la partie inutilisée de la feuille de carton. Je découpe et je pèse ce décimètre carré. Je trouve que son poids est $p = 125$ g.

Superficie de la commune de Preigney



c) Aire de la carte représentant ma commune :

$$s = 1 \text{ dm}^2 \times \frac{P}{p} = 1 \text{ dm}^2 \times \frac{75}{125} = 0{,}6 \text{ dm}^2.$$

d) Aire de la commune :

$$S = s \times n \times n = 0{,}6 \text{ dm}^2 \times 50\,000 \times 50\,000 = 15 \text{ km}^2.$$

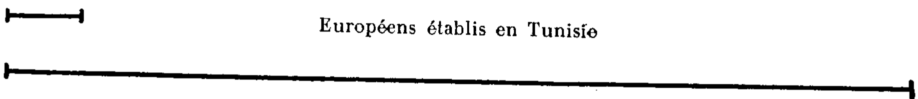
• GÉOGRAPHIE ET CALCUL

La représentation figurée des grandeurs

REPRÉSENTATION PAR DES FIGURES DE LA RÉPARTITION DE LA POPULATION TUNISIENNE ENTRE EUROPÉENS (210.000 HABITANTS) ET INDIGÈNES (2 250 000 HABITANTS)

Nous pouvons recourir à l'un des procédés suivants :

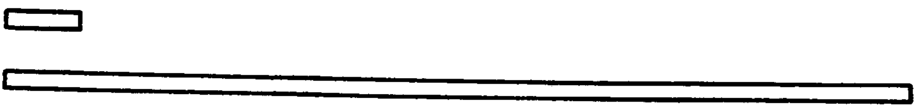
a) Tracé de deux segments de droite ayant respectivement 1 et 12 cm; puisque 2 520 000 = 210 000 × 12.



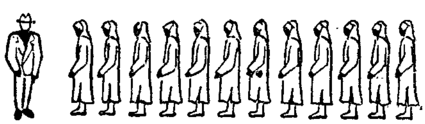
Européens établis en Tunisie

Indigènes tunisiens

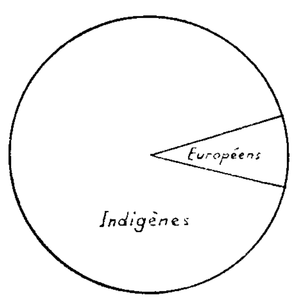
b) Tracé de deux bandes rectangulaires de même largeur et de longueurs respectives 1 cm et 12 cm.



c) Tracé de silhouettes « égales » : l'une d'elles représente un Européen, douze représentent les Indigènes.

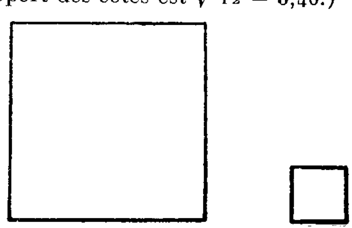


d) Tracé à l'intérieur d'un cercle de deux rayons délimitant un secteur de 27° 41'
L'autre secteur limité par les deux rayons a un angle au centre de 332° 12', c'est-à-dire un angle au centre 12 fois plus grand.



e) Tracé de 2 carrés dont les côtés doivent être tels que le rapport des aires de ces carrés soit égal à 12. (Le rapport des côtés est $\sqrt{12} = 3{,}46$.)

carré de 3,5 cm de côté
aire de 12 cm²



carré de 1 cm de côté
aire de 1 cm²

Remarque : si l'on avait donné aux deux carrés respectivement 12 cm et 1 cm de côté, le rapport des aires serait non pas 12 mais 144.

Et l'œil étant impressionné plus par l'étendue des surfaces que par la longueur des côtés, ce sont les premières qui suggéreraient la comparaison et l'on aurait une idée très fausse du rapport des populations européenne et indigène en Tunisie.

f) Tracé de 2 silhouettes semblables dont les tailles sont telles que le rapport de leurs volumes *sont égal à 12 :* l'œil est en effet impressionné par le rapport des *volumes* que suggère la perspective et non par le rapport des hauteurs des silhouettes.

Conclusions

a) La représentation figurée des grandeurs permet parfois d'évoquer la nature des grandeurs représentées (silhouettes, barriques, gerbes, sacs de charbon, etc.).

b) Cette *représentation figurée* utilise aussi des « correspondants » géométriques (segments de droites, bandes rectangulaires, secteurs de cercle).

c) Qu'elle constitue une évocation suggestive de la nature des grandeurs représentées, ou qu'elle en constitue une représentation conventionnelle, la représentation figurée a toujours pour objet de *faire saisir intuitivement un rapport entre des grandeurs* : aussi cette représentation comporte-t-elle toujours deux ou plusieurs figures : le dessin d'un tonnelet évoquera peut-être la production de vin en France métropolitaine, mais on ne pourra se faire directement et intuitivement une idée de l'importance de cette *production par rapport* à la production algérienne que si on a sous les yeux le dessin de deux tonnelets, représentant respectivement les productions de la métropole et celles de l'Algérie.

d) Dans le cas de segments de droite, de bandes de même largeur, de secteurs, de groupes inégaux de silhouettes « égales », l'œil compare des longueurs, des angles ou des nombres de silhouettes, mais, dans le cas de *figures semblables* (au sens géométrique du mot), l'œil compare instinctivement les *aires* (si les dessins sont « plats ») ou les *volumes* (si les dessins sont perspectifs et évoquent trois dimensions)

Exemple : on représente de façon figurée le nombre de maisons d'habitation de 2 villes :	L'observation des figures suggère que le rapport des nombres de maisons est :
— à l'aide de 2 segments de droite de 1 cm et de 2 cm;	2
— bandes rectangulaires de 1 mm de large et de longueurs 1 cm et 2 cm.	2
— à l'aide de 2 secteurs d'un même cercle (120° et 240°);	2
— à l'aide de petites maisonnettes identiques : 1 maisonnette et 2 maisonnettes;	2
— à l'aide de 2 « façades » plates semblables; rapport de similitude : 2;	4
— à l'aide de 2 maisonnettes évoquant, grâce à la perspective, la contenance de ces maisonnettes. Rapport de similitude : 2.	8

APPLICATIONS

(Exercices extraits de la *Géographie* de MM. Chabot et Mory, classe de fin d'études, Bourrelier, éditeur).

a) Comparez les récoltes de vin en France et en Algérie (production d'une année moyenne en France : 50 millions d'hectolitres, Algérie : 20 millions). Dessinez deux tonneaux représentant ces nombres.

b) La production du fer dans le monde a beaucoup varié dans les années qui ont séparé les deux guerres mondiales : en 1932, elle était de 32 millions de tonnes et en 1937, de plus de 98 millions de tonnes. La part de la France était, en 1932, de 9 millions de tonnes et en 1937, de 11,5 millions de tonnes.

Calculez, pour ces deux années, le pourcentage de la production française; représentez par des rectangles le total de la production mondiale et la part de la France (base 25 mm, hauteur 1 mm pour 1 million de tonnes). Teintez la partie du rectangle qui représente la production française.

c) La France consomme beaucoup de charbon : 68 millions de tonnes en 1938; elle en a produit 47 millions de tonnes la même année. Combien a-t-elle dû en acheter ?

Représentez la consommation de charbon en France par des rectangles (base 25 mm, hauteur 1 mm pour 2 millions de tonnes), en 1929 : 89 millions de tonnes, dont 55 produites en France; en 1938 (voir ci-dessus) et en 1948; 62 millions de tonnes dont 45 produites en France.

Substituez des sacs de charbon aux rectangles.

d) En 1937, on a transporté par voie d'eau en France 47 200 000 tonnes de marchandises. En millions de tonnes, voici la liste des marchandises transportées : combustibles, 17; matériaux de construction, 13,6; engrais, 1,6; matières premières pour l'industrie, bois, métaux, et produits industriels, 5,5; produits agricoles, 4,8; pétroles, 4; et divers produits représentant le reste.

Quelles marchandises sont transportées principalement par voie d'eau ? Représentez par un rectangle large de 10 mm et long de 2 mm pour 1 million de tonnes de marchandises, le trafic des canaux et voies navigables de France; séparez dans ce rectangle les principales marchandises.

e) On a calculé que pour transporter 1 000 tonnes sur une distance de 1 km le train usait 44 kg de charbon et la péniche 4,3 kg de charbon (ou l'équivalent sous une autre forme d'énergie). Dessinez deux triangles représentant le charbon usé dans chaque cas (base 25 mm, hauteur 1 mm, pour 1 kg de charbon), souvenez-vous que le transport par eau est peu coûteux. Mais est-il rapide ?

f) Représentez la France par un cercle de 65 mm de rayon, les territoires français d'outre-mer par un cercle de 85 mm de rayon. L'ensemble forme l'Union française, marquez, en les répartissant aussi régulièrement que possible, des points dans les cercles, à raison de 1 point pour 1 million d'habitants, vous aurez ainsi une image des étendues et des densités de population comparées à l'intérieur de l'Union (population d'outre-mer : 73 millions d'habitants).

Remarques sur l'enseignement de la multiplication et de la division

I. PRÉAMBULE

On trouve dans les *Instructions* sur l'enseignement du calcul, parues en décembre 1945, une innovation qui ne paraît pas avoir obtenu beaucoup de succès auprès des maîtres et des auteurs de manuels. Or elle méritait, nous semble-t-il, de susciter un plus vif intérêt, car ses répercussions sur l'enseignement de l'arithmétique élémentaire sont importantes.

Voici le paragraphe en question (voir Cours élémentaire) :

« Quand les élèves notent une multiplication dans leur solution, il leur est utile de rappeler la signification concrète de chaque nombre. Par exemple, ils pourront écrire :

$$\overset{\text{F par kg}}{75} \times \overset{\text{kg}}{5} = 375 \text{ F.}$$

$$\overset{\text{F par h}}{25} \times \overset{\text{h}}{42} = 1\,050 \text{ F.}$$

Et cette nouvelle façon de formuler la multiplication se retrouve à maintes reprises dans le même texte. Nous lisons en effet (voir Cours moyen) : « Ces exemples montrent en même temps combien peut être suggestif l'emploi de formules où chaque nombre est accompagné de l'indication de l'unité. » Cela suffirait à prouver que ses auteurs y attachaient une certaine importance.

Nous avons adopté dès l'année 1946, et constamment depuis, cette notation nouvelle. Nous avons exploité, partout où ils se présentaient, ses avantages. Après huit années d'une expérience attentive, même limitée, comme c'est le cas, à un cours moyen, nous avons acquis la conviction qu'elle améliore grandement la compréhension du sens de la multiplication, et, par contre-coup, de la division, qu'elle ouvre la voie à un enseignement plus aisé et plus sûr de la division, qu'elle donne enfin au raisonnement des problèmes élémentaires, à l'expression des solutions, plus de rigueur et de fermeté.

II. NOTATION DE LA MULTIPLICATION

1 • NOTATION CONCRÈTE

A la notation des *Instructions* de 1945 :

$$90 \overset{\text{le kg}}{\text{F}} \times \overset{\text{kg}}{7{,}5} =$$