NUMÉRATION

G. Bovier-Lapierre*
Dictionnaire de pédagogie d'instruction primaire, Hachette, 1887.
Tome 2 de la première partie, pages 1422 à 1425.

NUMÉRATION - Arithmétique, I-III. - Étym. : du latin *numeratio*, action de compter.

Nombre ; unité. - Qu'un enfant interrogé au tableau soit invité par le maître à dire combien d'élèves sont assis à la table qui est devant lui ; il compte et répond qu'il y en a *six*, par exemple : le terme *six* est un nombre, et l'élève est l'*unité.* Qu'on lui demande ensuite d'indiquer la longueur de la table ; il porte le mètre d'un bout de la table à l'autre, et il trouve qu'il y est contenu quatre fois par exemple, il est dit que la table a une longueur de quatre mètres ; ici le terme *quatre* est un nombre et le mètre est l'*unité*.

D'après ces exemples (qu'on fera bien de multiplier) on voit que *mesurer une quantité quelconque, c'est chercher combien de fois elle contient une certaine quantité de même espèce, connue ou adoptée par l'usage.*

Cette quantité connue, qui sert à évaluer les quantités de même espèce, est appelée *unité.*

On appelle *nombre* l'expression qui indique combien il y a d'unités dans la quantité mesurée.

Unité fractionnaire ; nombre fractionnaire ; fraction ; nombre entier. - On peut avoir à mesurer une quantité moindre que l'unité. Soit par exemple à mesurer la longueur d'un cahier : le mètre, qui est l'unité ordinaire de longueur, étant trop grand, on emploie pour mesure une des dix parties égales dont se compose la longueur du mètre et qui s'appellent *décimètre* ; si elle se trouve contenue trois fois, par exemple, dans la longueur du cahier, on fait connaître cette longueur en disant qu'elle a trois décimètres. Dans ce cas, *trois* est le nombre et le *décimètre* est l'unité. Mais cette unité, n'étant qu'une des parties égales dans lesquelles le mètre est subdivisé, peut être appelée *unité fractionnaire*, du mot *fraction* qui signifie partie, portion de quelque chose.

Pour mesurer une longueur moindre que le mètre, on pourrait prendre toute autre partie du mètre comme unité ; par exemple, en le partageant en deux parties égales, on aurait la *moitié* du mètre ou demi-mètre; en le partageant en trois, on aurait la troisième partie appelée aussi *tiers* ; en le partageant en quatre parties, on aurait la quatrième partie appelée aussi *quart*; en cinq, six, etc., on aurait la *cinquième* partie, la *sixième* partie du mètre, etc. L'une quelconque de ces parties égales étant employée comme mesure de longueur sera une unité fractionnaire. On dira par exemple que la largeur de la table est égale à trois quarts de mètre, que la longueur d'une règle est égale à cinq fois la huitième partie du mètre, ou, comme on dit souvent, à cinq huitièmes de mètre.

II n'est pas nécessaire que l'unité soit effectivement divisée en plusieurs parties égales ; il suffit que l'esprit conçoive cette division ; par exemple le prix d'un objet sera un tiers, un quart, deux cinquièmes de franc. On appelle donc *unité fractionnaire* une partie quelconque de l'unité entière qui est employée aussi comme unité pour la mesure d'une quantité.

Le nom de cette unité est facile à former ; on ajoute la terminaison *ième* au nom du nombre qui indique en combien de parties égales on a partagé l'unité entière pour former cette unité fractionnaire : un *cinquième*, un *sixième*, un *dixième*, etc. Seulement on emploie de

* Ancien professeur à l'école normale de Cluny.

préférence les mots *demie, tiers, quart*, au lieu de deuxième, troisième, quatrième partie.

Le nombre qui exprime des unités fractionnaires est appelé *nombre fractionnaire* ; celui qui n'exprime que des unités entières est un *nombre entier*.

Quand le nombre fractionnaire exprime une quantité moindre que l'unité entière, il porte le nom de *fraction*. Ainsi *cinq tiers de mètre, neuf quarts de franc* sont des nombres fractionnaires ; *deux tiers de mètre, trois quarts de franc* sont des fractions.

Nombre abstrait ; nombre concret. - Un nombre, soit entier, soit fractionnaire, n'est pas toujours accompagné du nom de l'unité, comme quand on dit par exemple : *un, deux, trois*, ou bien *une demie, deux tiers, trois quarts*, etc., sans avoir en vue une espèce d'unité plutôt qu'une autre. Dans ce cas, le nombre est *abstrait*, c'est-à-dire séparé de la quantité â laquelle il se rapportait. Par opposition, le nombre qui est accompagné du nom de l'unité est appelé nombre *concret* (du latin *concretus*, épais, solide); par exemple *trois francs, cinq sixièmes de mètre*.

Formation des nombres ; numération. - Quelque grand que soit, par exemple, le nombre des haricots contenus dans un sac, tout enfant conçoit parfaitement qu'en ajoutant un haricot à ce nombre, puis un autre et ainsi de suite, on obtient des nombres qui peuvent aller en augmentant ainsi indéfiniment sans aucune limite. Il était donc nécessaire de trouver un moyen pour désigner tous les nombres, quelque grands qu'ils puissent être, par des noms faciles à retenir et à composer : c'est en cela que consiste la *numération*. La *numération* est un système de règles d'après lesquelles tous les nombres peuvent être désignés à l'aide de quelques mots et écrits à l'aide de quelques caractères. Bornée à la formation des noms qui désignent les nombres, elle se nomme *numération parlée* ; appliquée à l'écriture des nombres, elle se nomme *numération écrite*.

Numération parlée. - Même avant leur entrée à l'école, les enfants savent tous que le nombre qui ne désigne qu'une seule chose, une seule unité, est appelé un ; que *un* ajouté à *un* forme le nombre *deux* ; que *un* ajouté à *deux* forme le nombre *trois*, et qu'on continuant à ajouter *un* successivement à un nombre précédent, on a les nombres appelés *quatre, cinq, six, sept, huit, neuf* et *dix*. Quoique la plupart des élèves soient capables de compter plus loin : *onze, douze*, etc., arrêtons-nous à *dix*. Observons que, l'esprit se trouvant fatigué par l'attention qu'exigent des nombres trop grands, un marchand, par exemple, compte ses œufs par douzaines, en disant trois douzaines, quatre douzaines. De même, et probablement à la vue des dix doigts des deux mains, on a formé de dix unités un groupe considéré comme une nouvelle unité plus grande nommée *dizaine*, et on compte les objets par dizaines : *une dizaine, deux dizaines, trois dizaines, etc.*, jusqu'à *neuf dizaines*. Au lieu de *une dizaine*, on emploie le mot *dix* qui est plus court ; les autres nombres de dizaines sont aussi remplacés par les mots suivants, tirés du latin : deux dizaines, *vingt* ; trois dizaines, *trente* ; quatre dizaines, *quarante* ; cinq dizaines, *cinquante* ; six dizaines, *soixante* ; sept dizaines, *septante* ; huit dizaines, *huitante* ; neuf dizaines, *nonante*.

Mais, par une irrégularité regrettable, les termes septante, huitante et nonante sont peu en usage, et à leur place on dit : *soixante-dix, quatre-vingts, quatre-vingt-dix*.

Pour désigner un nombre contenant des dizaines et des unités, on joint au nom des dizaines celui des unités : *vingt-cinq, trente-huit*, etc. Cependant au lieu de *dix-un, dix-deux, dix-trois, dix-quatre, dix-cinq, dix-six*, on se sert de mots équivalents venus du latin : *onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize*. Au-delà, on reprend la règle : dix-sept, dix-huit, etc.

Avec ce qui précède, on est en état de désigner tous les nombres depuis un jusqu'à nonante-neuf, ou, pour employer l'expression plus usitée, *quatre-vingt-dix-neuf*.

En ajoutant une unité simple à ce dernier nombre, on a neuf dizaines plus une dizaine ou *dix dizaines* : ce nombre est appelé *cent*. Le groupe de dix dizaines est considéré aussi comme une troisième espèce d'unités appelées *centaines*, et on compte par centaines, comme on compte par dizaines et par unités simples : *une centaine, deux centaines*, etc.., ou plutôt *cent, deux cents,* etc., jusqu'à *neuf cents.*

Pour désigner un nombre contenant des centaines, des dizaines et des unités, on joint au nom des centaines celui des dizaines et des unités; par exemple: *Deux cent trente-quatre ; cinq cent quatre-vingt-dix-sep*t (pour cinq cent nonante-sept), etc. On est ainsi en état de compter depuis un jusqu'à *neuf cent quatre-vingt-dix-neuf* (neuf cent nonante-neuf).

On distingue les unités simples, les dizaines et les centaines par *ordres* : les unités simples sont les unités du premier ordre ; les dizaines sont celles du deuxième ordre; les centaines, celles du troisième ordre.

Augmenté d'une unité simple, le nombre *neuf cent quatre-vingt-dix-neuf* devient un nouveau nombre contenant neuf centaines, neuf dizaines et une dizaine, c'est-à-dire dix centaines ; on le nomme *mille*. Le groupe de mille unités simples est regardé comme une nouvelle unité, qui est celle du quatrième ordre ; ces unités se comptent comme les unités simples : *un mille* ou plus simplement *mille*, *deux mille*, etc. jusqu'à *neuf mille*.

Pour ne pas répéter sans nécessité les détails des explications précédentes, il suffira de dire pour ce qui suit que *dix unités de mille* font la *dizaine de mille*, ou unité du cinquième ordre, que *dix dizaines de mille* font la *centaine de mille* ou unité du sixième ordre, que *dix centaines de mille* font l'unité de *million* ou unité du septième ordre, et ainsi de suite: *dizaine de million*, unité du huitième ordre; *centaine de million*, unité du neuvième ordre; *unité de billion*, *dizaine de billion*, *centaine de billion*. L'unité de *billion* est aussi appelée *milliard*, particulièrement en termes de finances.

Il est inutile de pousser cette nomenclature plus loin, et d'énoncer des unités telles que les *trillions*, les *quatrillions*, etc., qui, par leur grandeur en dehors de toutes les réalités ordinaires, ne disent rien à l'esprit des élèves.

Ce qui est plus important, c'est la remarque suivante : *les unités des divers ordres se succèdent de telle manière que chacune vaut dix unités de l'ordre immédiatement inférieur*. Tel est le principe de la numération parlée.

Ainsi le nombre *dix* sert de base à ce système de numération, qui pour cette raison s'appelle *numération décimale*.

Observons encore que les divers *ordres d'unités* forment naturellement des groupes contenant chacun les trois *ordres* : *unités*, *dizaines et centaines*. Ces groupes sont les *classes d'unités principales* : *classe des unités simples; classe des mille, classe des millions,* etc.

Pour éviter toute équivoque, on se rappellera que le mot unité seul désigne toujours l'unité simple, celle du premier ordre.

Numération écrite. - Chaque ordre ne contient pas plus de neuf unités ; car *treize* par exemple est la même chose que *une dizaine* et *trois unités* ; de même *quarante-huit* désigne *quatre dizaines* et *huit unités*. Par conséquent neuf caractères suffisent pour représenter les neuf nombres d'unités de chaque ordre ; ces caractères, nommés chiffres, sont :

1 un ;	2 deux ;	3 trois ;
4 quatre ;	5 cinq ;	6 six; ;
7 sept ;	8 huit ;	9 neuf.

Ces chiffres nous viennent des Arabes.

Ainsi le chiffre 7 représentera aussi bien sept unités de mille que sept centaines ou sept dizaines ou sept unités simples ; mais il faut qu'en même temps il indique l'ordre des unités qu'il exprime. C'est ce qui se réalise d'après la règle suivante : le chiffre des unités simples étant écrit le premier, celui des dizaines sera le second en allant de droite à gauche, celui des centaines le troisième, celui des unités de mille le quatrième, et ainsi de suite, de sorte que *l'ordre des unités d'un chiffre est marqué par le rang qu'il occupe*. Par exemple, dans le nombre 6759, le chiffre 6 exprime 6 unités du quatrième ordre ou 6 mille, le chiffre 7 exprime 7 unités du troisième ordre ou 7 cents ; le chiffre 5 exprime 5 unités du deuxième ordre ou 5 dizaines (cinquante) ; enfin le chiffre 9 exprime 9 unités du premier ordre ou 9 unités simples.

Il peut arriver qu'au-dessous de ses unités les plus élevées un nombre manque d'un ou même de plusieurs des ordres inférieurs. Dans ce cas, pour que chaque chiffre occupe le rang qu'il doit avoir, on écrit à la place des ordres qui manquent le caractère 0, nommé zéro. Ainsi le nombre *quatre cent sept unités* contient 4 unités du troisième ordre, 7 unités du premier, et n'a pas de dizaines ; il s'écrira *407*. Le nombre *quatre cent soixante-dix* (quatre cent septante) contient 4 unités du troisième ordre 7 du second et n'a pas d'unités du premier ; il s'écrira *470*.

Le zéro chez les Arabes portait le nom de *çafar* qui signifie « vide ». Importé en Italie, ce mot devint *cifra* et *zefiro*. La syllabe *fi* étant brève, ce dernier mot se réduisit à *zéro*, pendant que le premier finit par désigner les neuf autres caractères ; notre terme *chiffre* n'est autre que le mot *cifra* avec la prononciation italienne du *c*. Les Anglais ont conservé au mot chiffre (*cipher*) son sens étymologique de zéro ; les neuf autres caractères portent le nom de *figures*, qu'ils ont eu longtemps aussi en français.

De ce qui précède ressort ce principe : *Dans tout nombre écrit, un chiffre de rang quelconque exprime des unités dix fois plus grandes que celles du chiffre qui est immédiatement à sa droite.*

C'est là le principe fondamental de la numération écrite.

Règle pour écrire les nombres. - *On écrit successivement de gauche à droite le chiffre des centaines, le chiffre des dizaines et celui des unités de chaque classe d'unités principales en commençant, par la classe le plus élevée et en ayant soin de mettre un zéro à la place de chaque ordre manquant dans le nombre.*

Soit par exemple : *trente-quatre millions vingt-huit mille six cent sept unités*. Ce nombre contient 34 millions ; la classe des mille n'a pas de centaines et renferme seulement 2 dizaines et 8 unités ; la classe des unités simples contient 6 centaines et 7 unités, mais pas de dizaines. Ce nombre s'écrira donc ainsi : 34 028 607.

Règle pour lire un nombre écrit en chiffres. - *Pour lire un nombre, on le divise en tranches de trois chiffres par des points à partir de la droite ; la dernière peut n'avoir qu'un ou deux chiffres. Chaque tranche correspond ainsi aux classes d'unités principales. La première à droite représente la classe des unités simples, la seconde celle des mille, etc., et dans chaque tranche le premier chiffre à droite exprime les unités, de second les dizaines et le troisième les centaines. On lit, alors chaque tranche de gauche à droite en énonçant après chacune le nom de la classe de ses unités principales*.

Nota. - Nous n'avons pas besoin de recommander aux maîtres de commencer par des nombres n'ayant pas plus de trois chiffres, et de monter graduellement à ceux de six chiffres, puis à ceux de neuf, sans dépasser les billions. Au-delà ce sont des nombres fantastiques dont les élèves n'auront jamais à faire usage.

Influence des zéros sur la droite d'un nombre entier. - Un nombre entier prend une valeur 10 fois plus grande quand on écrit un zéro sur sa droite ; 100 fois plus grande, quand on en écrit deux ; 1000 fois plus grande, quand on en écrit trois, etc.

En effet, soit le nombre 68 ; avec un zéro sur sa droite, il devient 680. Dans le premier, le chiffre 8 exprime des unités simples, et dans le deuxième des dizaines ; le chiffre 6 dans le premier exprime des dizaines et dans le deuxième des centaines : Par la présence du zéro, chaque chiffre du nombre a donc pris une valeur 10 fois plus grande que celle qu'il avait auparavant.

De là cette distinction entre la valeur absolue d'un chiffre et sa valeur relative, c'est dire celle qu'il prend d'après le rang qu'il occupe.

Numération des nombres décimaux. - Des plus fortes unités aux plus faibles, une unité de chaque ordre est la 10^e partie de celle qui la précède immédiatement; si donc on prolonge la série des ordres d'unités au-dessous des unités simples, on a d'abord la 10^e partie de l'unité, puis la 10^e partie du 10^e, qui est la 100^e partie de l'unité, puis la 10^e partie du 100^e ; qui est la millième partie de l'unité, etc.: c'est ce que montre de la manière la plus nette le mètre avec ses subdivisions en décimètres, centimètres et millimètres.

Ces unités fractionnaires sont appelées unités décimales (du latin *decimus*, dixième), parce que chacune est la 10^e partie de la précédente ; elles doivent être regardées comme la continuation de la série des ordres d'unités entières.

Un nombre qui a des unités décimales est appelé *nombre décimal* ; s'il est moindre que l'unité entière, il prend le nom de *fraction décimale*. Ainsi 2 mètres et 3 dixièmes est un nombre décimal.; 3 dixièmes de mètre, 34 centièmes de franc sont des fractions décimales.

Règle. - Pour écrire un nombre décimal, on écrit d'abord la partie entière du nombre, en la marquant par un zéro s'il n'y a pas d'unités entières ; à droite on place une virgule, puis au 1^{er} rang à droite de cette virgule le chiffre des dixièmes, au 2^e rang le chiffre des centièmes, au 3^e rang celui des millièmes, etc.. On a soin de mettre un zéro à la place des unités décimales qui manqueraient.

Par exemple, pour *quatre unités trente-huit millièmes deux cent-millièmes*, on écrira *4,03802*.

Souvent la fraction décimale à écrire est énoncée comme un nombre entier suivi du nom de la dernière unité décimale : *trois mille huit cent deux cent-millièmes*. Dans ce cas on l'écrit comme un nombre entier à la droite de la virgule, en ayant soin que le dernier chiffre à droite se trouve au rang indiqué par l'ordre de ses unités décimales. Aussi le cent millième devant être au 5^e rang, le nombre 3802 devra être précédé d'un zéro, et on écrira 0,03802.

Observation. - À propos de la virgule, nous devons profiter de cette occasion pour protester contre la détestable habitude prise par les imprimeurs d'employer la virgule à séparer les nombres en tranches de trois chiffres ; et de l'omettre à la place qui lui appartient. Sous prétexte de faciliter la lecture du nombre, ils le rendent inintelligible, comme le montre cet exemple extrait du compte-rendu d'un journal financier : *Les recettes des Tramways-Nord sont de 54,128 ; celles de la semaine précédente n'avaient été que de 50,469*.

C'est aux auteurs qu'il appartient de combattre cet abus ; nous le signalons particulièrement aux rédacteurs des Bulletins départementaux de d'instruction primaire, où cette confusion se montre trop souvent dans les énoncés des problèmes. Conservons à la virgule son emploi traditionnel, et, pour contenter tout le monde, séparons par un petit espace blanc les tranches de trois chiffres.

Règle. - Pour lire un nombre décimal, on lit d'abord la partie entière, puis la partie décimale en la faisant suivre du nom de l'unité décimale du dernier chiffre à droite. Soit par exemple le nombre 237,40658. On dira : 237 unités 40 mille 658 cent-millièmes. On peut dire aussi : 237 unités 400 millièmes 58 cent-millièmes ; ou 237 unités 40 centièmes 658 cent-millièmes, etc.

Remarque. - On peut même lire le nombre décimal, sans faire attention à la virgule, comme si c'était un nombre entier exprimant des unités marquées par le rang qu'occupe le dernier chiffre à droite de la virgule. Par exemple, le nombre 4,35 se lirait 435 centièmes.

Observation. - Il importe que les élèves s'habituent à envisager le nombre décimal comme un nombre entier. C'est en se mettant à ce point de vue qu'il est facile de faire marcher de pair l'étude des opérations sur les nombres décimaux avec celle des nombres entiers. Les commençants, sana y rencontrer plus de difficulté, y trouveront l'avantage de pouvoir résoudre de petits problèmes où ils pourront opérer sur des fractions décimales du franc et du mètre, par exemple, aussi bien que sur les unités entières.

De la présence des zéros sur la droite d'une fraction décimale. - On peut écrire ou supprimer des zéros sur la droite d'une fraction décimale sans altérer sa valeur.
En effet soit 2,34, c'est-à-dire 2 unités 34 centièmes : en mettant un zéro à droite, on obtient 2,340.
La partie entière, 2 unités, n'a pas changé ; mais à la partie décimale, 34 centièmes a été remplacé par 340 millièmes ; le nombre des unités décimales est devenu dix fois plus grand, et en même temps les unités sont devenues dix fois plus petites : la valeur de la fraction décimale n'a donc pas changé.

Déplacement de la virgule. - Si dans un nombre décimal on avance la virgule vers la droite d'un rang, sa valeur devient dix fois plus grande ; de deux rangs, cent fois plus grande; de trois rangs, mille fois plus grande.

Par exemple, si dans le nombre 4,728 la virgule est avancée de deux rangs à droite, ce qui donne 472,8, chaque chiffre prend une valeur cent fois plus forte: 4, qui dans le premier nombre exprime des unités simples, exprime dans le second des centaines; 7, qui exprime dans le premier des dixièmes, exprime dans le second des dizaines, et la dizaine vaut 100 dixièmes; etc.

Réciproquement, si l'on recule la virgule à gauche, le nombre devient dix fois plus faible pour un rang, cent fois plus faible pour deux rangs, etc.

Des autres systèmes de numération. - Le système décimal a pris sans doute naissance dans le nombre des doigts des deux mains, mais il est évident qu'on aurait pu adopter comme base tout autre nombre. Nous en trouvons un exemple dans l'usage populaire de compter par *douzaines* ; il provient aussi de l'habitude de compter sur les quatre doigts, qui, avec leurs trois phalanges, forment un groupe de quatre fois trois ou douze. La douzaine est donc l'unité du second ordre ; celle du troisième vaudrait douze douzaines ; elle est encore usitée dans le commerce sous le nom de *grosse* : une grosse d'écheveaux de fil pour dire douze douzaines d'écheveaux. Ce système de numération *duodécimale* se retrouve dans les subdivisions des anciennes unités de longueur : le pied, qui se divisait en 12 pouces ; le pouce, en 12 lignes ; la ligne, en 12 points. Pour écrire des nombres dans ce système, il faudrait employer onze chiffres plus le zéro.

Le système qui exigerait le moins de chiffres est celui où une unité de chaque ordre serait composée de deux unités de l'ordre immédiatement inférieur : c'est le système *binaire*. Il n'a d'autres chiffres que 1 et 0. Dans ce système, l'expression 10 indique 1 unité du 2^e ordre ou 2 unités simples ; l'expression 100 indique 1 unité du 3^e ordre, ou 2 unités du 2^e ordre, ou 2 fois 2 unités du 1^{er}, c'est-à-dire 4 unités simples, etc.
Numération romaine. - Nous ne devons pas finir cet article sans exposer la numération romaine, qui est encore en usage aujourd'hui pour les inscriptions gravées sur les monuments, pour les chapitres et les divisions d'un livre, et souvent sur les cadrans des horloges.
Tout ce système repose sur les sept nombres :

1	5	10	50	100	500	1000.

qui sont désignés par les lettres suivantes

I	V	X	L	C	D	M.

Pour représenter deux ou trois unités de l'un des quatre premiers ordres, on répète la lettre correspondante à cette unité deux fois, trois fois

2, II ; 3, III ; 20, XX ; 30, XXX 200, CC ; 300,CCC 2000, MM.

Pour quatre unités d'un ordre quelconque on écrit cinq unités de cet ordre moins une, en plaçant l'unité à soustraire s gauche de cinq :

4, IV ;	40,XL;	400, CD.

Pour les nombres six, sept, huit unités de l'un des trois ordres on écrit *cinq plus un, cinq plus deux, cinq plus trois,* en plaçant à la droite de cinq le nombre d'unités du même ordre à lui ajouter :

6, VI ;	7, VII ;	8, VIII ;
60, LX;	70, LXX;	80, LXXX;
600, DC;	700, DCC;	800, DCCC.

Pour neuf unités d'un ordre quelconque, on agit comme pour quatre, c'est-à-dire qu'on écrit dix unités moins une :

9, IX;	90, XC ;	900, CM.

D'après ce qui précède, on écrit un nombre quelconque inférieur à deux mille en plaçant à la droite du nombre de mille le nombre des centaines, puis le nombre des dizaines et enfin le nombre des unités simples. Voici quelques exemples :

14, XIV.	253, CCLIX.
18, XVIII.	432, CDXXXII.
19, XIX.	658, DCLVIII.
37, XXXVII.	830, DCCCXXX.
76, LXXVI.	987, CMLXXXVII.
1517, MDXLVII.	1880, MDCCCLXXX.

II n'y aurait aucun intérêt pour nous à écrire des nombres supérieurs à mille. Nous terminerons par la remarque suivante : dans la numération romaine, toute lettre est diminuée de la lettre moins forte qui la précède, et au contraire augmentée de la lettre moins forte ou égale qui la suit.

BOULIER

Ferdinand Buisson

Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire, Hachette, 1887.
Tome 1 de la première partie, pages 270 à 271.

BOULIER-COMPTEUR, BOULIER-NUMÉRATEUR, etc. - On appelle ainsi des instruments employés dans les salles d'asile et dans les classes très élémentaires pour initier de tout jeunes enfants à la première pratique du calcul.

L'idée de faire compter par les enfants des objets matériels avant de leur parler des nombres abstraits et des chiffres qui les représentent est trop naturelle pour ne pas être aussi ancienne que la civilisation. Elle a fait inventer dès l'antiquité des abaques* plus ou moins perfectionnés. Chez nous depuis la fin du moyen âge, on exerçait les enfants, comme le porte le titre de plusieurs vieux livrets d'école, « à sommer avec les jets » (jetons) ; Montaigne dit quelque part : « Je ne sais compter ni à jet ni à plume ». Cependant il paraît bien avéré que c'est de Russie que nous est venu au commencement de ce siècle le type du boulier proprement dit. Le boulier russe primitif se compose de quelques tringles horizontales dans lesquelles sont enfilées des boules, comme en ont les joueurs de billard pour marquer les coups gagnés par chacun d'eux. On retrouve encore chez plusieurs peuples ce boulier tout simple qui ne peut servir absolument qu'à apprendre aux enfants la série des dix premiers nombres.

Peu à peu on s'est demandé s'il ne serait pas possible de faire un meilleur emploi de cet appareil et surtout de s'en servir pour apprendre la numération dans le système décimal. Aux tringles horizontales on a essayé de substituer des tiges verticales où les boules s'enfilent de la même façon.

En France, madame Pape-Carpantier a fait mieux encore par une construction ingénieuse qui réunit les avantages des deux dispositions. Les tiges de son boulier numérateur — appareil aujourd'hui trop répandu pour qu'il soit besoin de le décrire — se recourbent au milieu à angle droit de manière à présenter une partie verticale, l'autre horizontale. Il n'y a bien entendu que 9 boules dans chaque tige, mais suivant qu'on veut figurer 1, 2, 3, 4 unités, on fait descendre dans la partie verticale 1, 2, 3, 4 boules en laissant les autres en réserve dans la partie supérieure. De plus ces boules ne sont pas d'égale grosseur : il a été impossible de leur donner la progression de volumes qu'exigeait le système décimal, mais c'est déjà une première et très utile leçon pour l'enfant de voir que les unités sont plus petites que les dizaines, celles-ci plus petites que les centaines, etc. Avec cet appareil, on fait des exercices de calcul par la vue qui peuvent très bien embrasser les quatre règles. Le résultat le plus important est d'habituer l'enfant à bien comprendre le sens et la nécessité du zéro, indiqué par l'absence de boules dans la tringle représentant un certain ordre d'unités.

D'autres bouliers ont été depuis imaginés, la plupart reproduisant l'idée principale du boulier-numérateur de madame Pape. On a par exemple essayé de soustraire à la vue de l'élève les boules qui n'entrent pas à un moment donné dans le calcul ; pour cela la tringle verticale est recourbée d'avant en arrière, les boules qu'on ne veut pas considérer glissent dans la partie recourbée et tombent derrière une planchette destinée à les masquer. Chaque exposition donne naissance à une multitude de bouliers prétendus nouveaux et qui se recommandent par des combinaisons quelquefois ingénieuses ; le détail en importe peu ici. Ce qui importe, au contraire, c'est de déterminer en quel sens et dans quelle mesure l'emploi du boulier doit être approuvé. Il a rencontré des adversaires sérieux. L'un d'eux, M. Rambert, professeur à l'école polytechnique de Zurich, disait à propos des bouliers figurant à l'exposition de Vienne :

« *Le boulier corrompt l'enseignement de l'arithmétique. La principale utilité de cet enseignement est d'exercer de bonne heure, chez l'enfant, les facultés d'abstraction, de lui* *apprendre à voir de tête, par les yeux de l'esprit. Lui mettre les choses sous les yeux de la chair, c'est d'aller directement contre l'esprit de cet enseignement. La nature a donné aux enfants leur dix doigts pour boulier ; au lieu de leur en donner un second, il faut leur apprendre à se passer du premier. On dit que le boulier donne aux maîtres beaucoup de facilité pour ses explications. Je le crois. On a vite compté sur le boulier que 10 et 10 font 20 ; mais l'enfant qui n'a fait que le compter sur le boulier a perdu son temps, tandis que celui qui l'a compté de tête a fait le plus utile des exercices. Il faut un complément et un correctif à l'enseignement par la vue ; c'est au calcul mental qu'il convient de le demander.* »

Le sagace et spirituel critique a, peut-être bien, confondu ici les bouliers avec les machines à calculer. Nous avons fait ailleurs (V. Arithmomètre), nos réserves expresses sur les machines à calculer, si ingénieuses qu'elles soient. Un juge d'une grande autorité, M. Sonnet, a parfaitement dit :

« *Le calcul mental est la base de toute instruction en ce qui concerne le calcul ; toute machine qui a la prétention de suppléer au calcul mental va contre le but de l'enseignement.* »

Mais le boulier n'est pas un arithmomètre : il facilite le travail de l'élève, mais il ne le supprime pas ; et d'ailleurs il ne s'adresse qu'aux tout jeunes enfants.

Comme l'a bien fait observer M. Lenient dans une série d'études sur les bouliers (Journal des instituteurs, 1877, 1er sem.) : « *en montrant à l'enfant, en lui faisant voir les résultats d'une addition, d'une soustraction, d'une multiplication ou d'une division, le boulier diminue les efforts et la fatigue de l'enfant, mais par le témoignage de ses yeux, il grave profondément dans son esprit et dans sa mémoire tous ces résultats qu'il lui importe de conserver. Le boulier prépare, initie au calcul mental : nous n'avons jamais pensé qu'il pût le remplacer.* »

On veut que l'enfant s'accoutume à voir de tête, c'est très bien, mais encore faut-il qu'il ait appris d'abord à voir avec ses deux yeux. Avant l'abstrait le concret, avant la formule l'image, avant l'idée pure l'idée sensible : c'est la loi générale de la saine pédagogie.

Maintenant, pour l'usage exclusif du premier âge, est-il vrai que le boulier soit un meuble superflu, que le boulier, naturel qui se compose des dix doigts soit préférable ou soit suffisant ? Nous ne le croyons pas. Le calcul sur les doigts a plus d'inconvénients que le boulier comme l'a fort bien montré M. Lenient :

« *D'abord on ne peut pas disposer de sa main comme d'un objet étranger ; puis, apprendre aux enfants à calculer sur leurs doigts présente certainement un danger : les élèves continueront à s'en servir longtemps encore après qu'on les aura exercés à calculer de tête. C'est donc un obstacle justement au calcul abstrait que préconise M. Rambert. Le boulier est d'un usage bien plus commode. Facile à manier, il se prête à toutes les combinaisons possibles, et permet au maître de démontrer les diverses opérations de l'arithmétique. Dans une classe nombreuse, c'est même, de tous, le meilleur moyen de démonstration.* »

CALCUL INTUITIF

Ferdinand Buisson

Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire, Hachette, 1887.

Tome 1 de la première partie, pages 316 à 317.

(Cet article est précédé d'un autre intitulé CALCUL qui relève l'introduction tardive du calcul dans l'enseignement populaire (seconde moitié du XVIII^e^ siècle). Avec quelques excès critiquables.

« Les livres d'enseignement de Christian Peschek eurent une influence décisive sur les progrès du calcul dans l'enseignement populaire. On poussa même si loin ce nouvel ordre d'études que les procédés ne tardèrent pas à devenir par trop abstraits et difficiles. De là l'importance essentielle de la révolution pédagogique dont Pestalozzi donna le signal en ramenant le calcul, comme tout l'enseignement primaire, à l'intuition, à la vue des objets concrets, aux procédés sensibles. Peut-être cette réaction, à son tour, ne fut-elle pas exempte d'excès. Autant que nous en pouvons juger par le témoignage de ses contemporains et de ses premiers disciples, Pestalozzi, à force d'exercer la mémoire de ses élèves et de les rompre à la pratique des opérations usuelles, arrivait à de véritables tours de force, ce qui n'est jamais le but normal de l'enseignement. »)

CALCUL INTUITIF.- Sous ce nom, qu'il faut bien accepter à défaut de mieux, les Suisses et les Belges désignent un mode d'enseignement des premiers éléments du calcul qu'ils ont emprunté à l'Allemagne et qui est aujourd'hui très répandu non seulement dans tous les pays allemands, mais aussi en Russie, en Hollande, en Suède, aux Etats-Unis. On connaît aussi ce mode d'enseignement sous le nom de méthode Grube. C'est en 1812 que M. Grube publia à Berlin la première édition de son *Leitfaden für das Rechnen in der Elementarschule nach den Grundsätzen einer heuristique Méthode* (Guide pour le calcul dans les classes élémentaires, d'après les principes d'une méthode heuristique.) Cet « Essai d'instruction éducative », comme il l'appelait, après avoir provoqué d'assez vives discussions, obtint les suffrages d'une grande partie du corps enseignant ; le traité de Grube, retouché pour être mis en accord avec le nouveau système des poids et mesures, est arrivé en 1873 à sa 5è édition ; et de nombreux livres scolaires en toutes langues ont reproduit, imité ou appliqué la méthode Grube.

Dégagée des considérations psychologiques qui l'ont inspirée, cette méthode consiste à faire faire aux enfants, d'eux-mêmes et par intuition, les opérations essentielles du calcul élémentaire ; <u>elle a pour but de leur faire *connaître* les nombres : connaître un objet, ce n'est pas seulement savoir son nom, c'est l'avoir vu sous toutes ses formes, dans tous ses états, dans ses diverses relations avec les autres objets ; c'est pouvoir le comparer avec d'autres, le suivre dans ses transformations, le saisir et le mesurer, le composer et le décomposer à volonté.</u> Traitant donc les nombres comme un objet quelconque qu'il s'agirait de rendre familier à l'intelligence de l'enfant<u>, Grube s'élève contre l'antique usage d'apprendre successivement aux élèves d'abord l'addition, puis la soustraction, puis les deux autres règles. Il divise le cours élémentaire tout autrement : 1^ère^ année : étude des nombres de 1 à 10 ; 2è année : étude des nombres de 10 à 100 ; 3è année : de 100 à 1000 et au-dessus ; 4è année : fractions.</u> Ce n'est qu'après cette préparation que l'élève rentre dans la voie ordinaire et étudie l'arithmétique comme tout le monde, mais avec cet avantage sur ses condisciples qu'il a l'habitude de compter de tête, qu'il n'est pas esclave de ses chiffres et de son crayon, qu'il voit d'un coup d'œil le sens et la nature d'un problème, et qu'il opère enfin sur les nombres les plus considérables, comme on le fait dans la vie usuelle pour les nombres les plus restreints.

Pour arriver à ce résultat, voici la marche que suit Grube ; On étudie d'abord le nombre *un*, puis le nombre *deux*, le nombre *trois* etc., chacun de la manière suivante ; prenons pour exemple le nombre le nombre *quatre* :

I.– *Calcul pur.*

1° On donne à l'enfant l'idée de quatre, en lui montrant et en lui faisant trouver quatre objets.

On lui fait manier quatre bâtonnets, qu'on figure ensuite au tableau noir : IIII ; puis à côté de ces quatre unités (qu'on pourra lui présenter sous mainte autre forme : alignés verticalement ou en carré ou en croix ou en faisceau ; etc.), on écrit et on lui fait écrire le chiffre qui le représente : 4.

2° Il faut maintenant lui faire comparer ou, selon l'expression de Grube, *mesurer* le nombre 4 avec ceux qu'il connaît déjà, avec 1 d'abord : on lui fait trouver de tête, énoncer et plus tard écrire ce que nous figurons ci-dessous (pour abréger) en chiffres et en signes :

1+1+1+1 = 4 ;
4 x 1 = 4 ;
4 – 1 = 3 ; 3 – 1 = 2 ;
4 : 1 = 4.

C'est-à-dire les quatre règles appliquées aux rapports de 4 avec 1.

3° Même opération pour les rapports de 4 avec 2, puis avec 3.

4 = 2 +2	et	4 = 3+1.
4 = 2 x 2	et	4 = (3 x 1) + 1 ;
4 – 2 = 2	et	4 – 3 = 1
4 : 2 = 2	et	4 : 3 = 1 + reste 1.

On prend pour exemple les animaux à 2 et à quatre pattes, les voitures à 1, 2, 3 ou 4 roues, une maison à 2,3 ou 4 fenêtres, etc., et on fait trouver aux enfants que :

4 est 1 de plus que 3, 2 de plus que 2, 3 de plus que 1 ;
3 est 1 de moins que 4, 1 de plus que 2 etc. ;
4 est le quadruple de 1, le double de 2 ;
2 est la moitié de 4, le double de 1 ;
1 est le quart de 4, le tiers de 3, la moitié de 2 etc.

4° L'idée acquise, il faut la graver dans la mémoire, et pour cela procéder à de nombreux exercices n'ayant pour but que la *rapidité* des opérations ; c'est le but des questions orales, tantôt collectives, tantôt individuelles : Combien font
1 + 1 – 1 + 3 – 1 + 1 - 3, etc. ?

Il faut que les élèves arrivent à faire leur calcul de tête aussi vite et aussi longtemps que le maître énoncera les nombres. On y joindra les interrogations qui obligent à retourner de mille manières les notions déjà acquises : « de quel nombre peut-on retrancher le double de 1 et avoir encore 1 ? – Lequel est plus grand, la moitié de 4 ou le double de 2 ? - Nommez deux nombres égaux qui ensemble font 4 ; deux nombres inégaux, etc.

II.- *Calcul appliqué.* – Problèmes. – C'est par là que le maître doit s'assurer qu'il a été compris ; il faut que l'enfant, sans hésiter, fasse avec une égale aisance *les quatre règles* sur le nombre qu'il étudie :
« Un petit pain coûte un sou ; combien faudra-t-il payer pour que nous ayons tous un petit pain si nous sommes 4 ?
« Nous sommes deux et nous n'avons qu'une pomme ; combien en avons-nous chacun ?
« Quatre noix à partager entre 2 enfants ? - entre 3, etc.

« Louis a 4 billes, il en perd 2, il en retrouve 1 ; combien en a-t-il ?
« Que préférez-vous : le quart d'un pain de 4 livres ou la moitié d'un pain de 2 livres ? – 2 francs ou 4 pièces d'un demi-franc ?
« Une pièce d'un centime et une pièce de 2 centimes font-elles autant qu'une pièce de 4 centimes ? etc. »

À mesure que l'on atteint de plus hauts nombres, on arrive à des combinaisons plus nombreuses, plus variées, plus difficiles, mais le principe reste le même. D'abord purement oral, puis de plus en plus écrit, le calcul procède toujours par intuition ; il force les enfants à raisonner, il leur laisse beaucoup à trouver et presque à deviner en les obligeant à opérer, non en vertu d'une règle apprise, mais par l'effet du bon sens naturel.

Ce mode d'enseignement, qui évidemment ne peut dépasser les éléments, nous paraît, si on l'enferme dans ces limites, devoir rendre de véritables services. Il éveille ce qu'on a nommé le sens arithmétique, qui n'est autre chose qu'une des formes du jugement et de la réflexion. Il donne à ces premiers débuts une variété et une vivacité d'allures à laquelle il faut renoncer si l'on occupe les élèves pendant plusieurs semaines à ne faire qu'une seule des quatre règles, toujours la même. Nous approuvons fort la formule dans laquelle un auteur belge (M. Féron, *Tableau de calcul intuitif*) résume l'esprit de cet enseignement : L'enfant doit retenir à force d'avoir vu et non à force d'avoir récité.

On trouvera sous le titre d'*Essai de calcul intuitif*, dans le *Progrès* (13e année, n 1-13), un excellent petit cours pratique pour l'étude des dix premiers nombres par un autre instituteur belge, M. J.-N. André.

En Suisse, M. P. Ducotterd, professeur à Fribourg, sans s'astreindre à tous les détails de la méthode Grube, a publié un recueil en sept cahiers qui est conçu dans le même esprit (Problèmes de calcul et de calcul mental). Chez nous, M. Bovier-Lapierre s'est appliqué à populariser ces mêmes procédés. Il va même un peu plus loin que Grube en ce qu'il lui semble possible et convenable d'opérer dès le principe sur les fractions et sur les nombres décimaux. (Voir son *Arithmétique simplifiée*. Lib. Hachette)

Nous lui avons donné ici même, en plusieurs articles, l'occasion d'exposer ses vues (IIe partie, *Calcul mental* et *Numération*).

CALCUL

Ferdinand Buisson

Dictionnaire de pédagogie d'instruction primaire, Hachette, 1887.

Tome 1 de la première partie, pages 314 à 316.

CALCUL. — **1. Législation. —**

FRANCE. — Le calcul fait partie des matières obligatoires de l'enseignement primaire (L. 15 mars 1850, art. 23). Dans les écoles, l'enseignement du calcul sera dégagé de toute théorie trop abstraite. Le maître se bornera aux principes indispensables pour la pratique des opérations et s'attachera à faire résoudre beaucoup de problèmes relatifs à des questions usuelles et au système décimal des poids et mesures (Régl, mod. 17 août 1751). L'enseignement des salles d'asile comprend les premiers principes du calcul verbal. (Déc., 21 mars 1855, art. 2.). Dans ces établissements, l'enseignement du calcul comprend la connaissance des nombres simples, leur représentation par des chiffres arabes, l'addition, la soustraction, enseignées à l'aide du boulier-compteur, la table de multiplication apprise de mémoire à l'aide des chants, l'explication des poids et mesures donnée à l'aide de solides ou de tableaux (arr. 22 mars 1855, art. 11).

Le calcul est enseigné dans les écoles normales primaires (Décr. 2 juillet 1866, art. Ier) ; et des exercices pratiques de calcul font partie des épreuves de l'examen d'admission dans ces établissements (arr. 31 décembre 1867, art. 3, § 4). — V, *Arithmétique*.

PAYS ÉTRANGERS. — Le calcul figure au nombre des matières obligatoires d'enseignement dans tous les pays où l'instruction primaire est organisée. On le confond quelquefois dans les programmes avec l'*arithmétique*. Le calcul élémentaire se bornant aux exercices de numération parlée est généralement recommandé dans les classes de commençants ; quelques pays, notamment les Etats-Unis, donnent au *calcul mental* des développements considérables, et en font un des exercices principaux des classes moyennes et supérieures. Ces mêmes pays, et aussi l'Autriche, attachent une grande importance à l'enseignement et à la pratique du calcul rapide et de ses divers procédés abréviatifs.

2. Historique. — Si indispensable qu'il nous semble aujourd'hui, le calcul ne s'est introduit qu'assez tard et difficilement dans l'enseignement populaire. Il se borna pendant des siècles à l'usage des abaques ; à la fin du moye âge et surtout à mesure que l'imprimerie permit une certaine diffusion des connaissances jusque-là inaccessibles au « commun peuple, » on apprit à compter dans les petites écoles, d'abord à titre exceptionnel, plus tard presque généralement. Pendant longtemps les parents avaient à payer à part et d'après une sorte de tarif supplémentaire les leçons de calcul, considérées comme enseignement de luxe. Nos vieilles archives scolaires permettraient, si ce dépouillement ne défiait la persévérance des chercheurs, d'établir presque pour chaque province à quelle époque cet enseignement du calcul a pris une extension générale : presque partout les « élèves arithméticiens » payent une surtaxe jusque dans le courant du XVIIIe siècle. Il existait quelques livres ou livrets à leur usage dès le XVIe siècle : un de ceux qui furent le plus souvent réédités est l'*Instruction nouvelle pour enseigner aux enfants à connaître le chiffre et à sommer avec les gets* (jetons), 32 pages. On trouve aussi sous le nom d'Antoine Cathalan. une *Arithmétique et manière d'apprendre à chiffrer et à compter par la plume et par les gects en nombre entier et rompu* (fractions), Lyon, 1555. Ce titre indique les deux manières de compter qui ont succédé à l'abaque. Les chiffres dits arabes étaient encore réservés aux études supérieures, la numération à l'aide de jetons ou d'objets matériels quelconques était le procédé populaire, celui qui dès le début avait été la raison du mot calcul (*calculus*, petit caillou, parce que les Romains et avant eux les Grecs s'étaient servis de cailloux pour compter). Mais au XVIe siècle, d'abord en Allemagne à la suite de la

Réforme et aussi en France, on employa un mode de notation un peu plus expéditif que le maniement des jetons dont il n'était du reste que la figure. C'est ce qu'on nomma le *calcul par lignes*. On le trouve désigné dès 1505 sous le nom *algorithmus linealis*, et un peu plus tard de *numeratio calcularis,* par opposition à la *numeratio figuralis,* c'est-à-dire aux chiffres. Adam Riese est dans la première moitié du XVIe siècle la grande autorité en cette matière. On traçait sur une planche ou sur une table quatre lignes parallèles, comme une portée de musique, et on y plaçait des jetons (ou bien on les figurait par des points). Sur la ligne inférieure, ils valaient 1 ; sur la seconde 10 ; sur la troisième 100 ; sur la quatrième 1,000. Si on dépassait ce nombre, on marquait une croix au-dessus de la première portée, on en traçait une seconde où l'on recommençait à compter par un, dix, cent, en ajoutant seulement le mot mille après les nouveaux nombres. Les jetons placés dans l'espace intermédiaire entre deux lignes valaient 5 fois plus que ceux de la ligne inférieure, 5 unités, 5 dizaines, 5 centaines, etc.
Par exemple pour écrire 4081/2, on plaçait les jetons de la manière suivante :

Pour faire une addition, on faisait autant de cases plus une, qu'il y avait de nombres à additionner ; et en commençant par la gauche on enlevait ligne par ligne les jetons des premières cases pour les reporter dans celle du total, en ayant soin, quand on avait cinq jetons, d'en placer un seul entre les deux lignes pour signifier 5, et quand on en avait 10, d'en placer un seul sur la ligne supérieure. — La soustraction se faisait d'une manière analogue. La multiplication et la division étaient trop difficiles pour être pratiquées couramment à l'aide de jetons : quand l'élève était arrivé jusque là, on l'initiait au calcul par chiffres (popularisé en Allemagne par Rudolff à la fin du XVIe siècle).

Mais ce calcul lui-même s'énonçait alors dans un langage et avec des formes hérissées de difficultés. On n'employait pas le mot million, on disait mille fois mille. On disposait autrement qu'aujourd'hui la division et les autres opérations : elles exigeaient en général un bien plus grand effort d'attention. Si on ouvre par exemple les rares traités d'arithmétique imprimés en français jusqu'au milieu du XVIIIe siècle, on reste confondu des inextricables complications que présentait alors, non seulement comme raisonnement, mais même comme opération, la multiplication ou la division même sur des nombres entiers. Aussi, quand on entreprenait par exception de faire dans l'enseignement élémentaire une certaine part à l'arithmétique, ce ne pouvait être qu'à la condition de l'enseigner par la mémoire.

M. Kehr qui, dans sa précieuse *Histoire des méthodes de l'enseignement primaire en Allemagne*, a consacré un long chapitre à l'histoire de l'enseignement primaire du calcul, cite comme un des premiers textes authentiques qui s'y rapportent une ordonnance du collège de Weimar, en 1619, statuant « qu'on enseignerait aux garçons les éléments du calcul aussitôt qu'ils savent lire et écrire. » Dans la seconde moitié du XVIIIe siècle, l'enseignement de l'arithmétique est l'objet d'un véritable enthousiasme, notamment dans les écoles bourgeoises.
Le zèle prend des formes diverses : ici, on menace du fouet tout élève qui ne fera pas les progrès voulus en arithmétique ; ailleurs, on met les règles en vers et en musique (*Arithmetica poetica*, de Georges Meichsner, et une foule d'imitations), on s'ingénie à inventer des problèmes attrayants, amusants, curieux (M. Kehr en donne des exemples). Les livres d'enseignement de Christian Pescheck eurent une influence décisive sur les progrès du calcul dans l'enseignement populaire. On poussa même si loin ce nouvel ordre d'études que les procédés ne tardèrent pas à devenir par trop abstraits et difficiles. De là l'importance essentielle de la révolution pédagogique dont Pestalozzi donna le signal en ramenant le calcul, comme tout l'enseignement primaire, à l'intuition, à la vue des objets concrets, aux procédés sensibles. Peut-être cette réaction, à son tour, ne fut-elle pas exempte d'excès. Autant que nous en pouvons juger par le témoignage de ses contemporains et de ses premiers disciples, Pestalozzi, à force d'exercer la mémoire de ses élèves et de les rompre à la pratique des opérations usuelles, arrivait à de véritables tours de force, ce qui n'est jamais le but normal de

l'enseignement.

Blochmann raconte dans ses « Extraits de la Vie de Pestalozzi », qu'un jour un riche négociant de Nuremberg vint visiter l'institution du réformateur ; il avait entendu vanter la facilité avec laquelle calculaient les élèves, et, pour s'en assurer, il demanda l'autorisation de leur poser un problème : c'était une règle de société très compliquée, à quatre proportions et où toutes les données étaient des fractions. Les enfants lui demandèrent si la question devait être résolue mentalement ou par écrit. « Mentalement, si vous l'osez », répondit-il étonné, et il prit lui-même du papier et de l'encre pour résoudre le problème. Il n'en avait pas encore fait la moitié que, de tous côtés, on criait : « J'ai trouvé ! » Les réponses concordaient avec le résultat qu'il obtint quelques instants après. Se tournant vers Pestalozzi, il lui dit alors : « J'ai trois garçons, je vous les enverrai aussitôt que je serai de retour chez moi. »

On sait que cette prépondérance du calcul dans l'institut de Pestalozzi fut un des griefs principaux de ses adversaires. On tournait en ridicule « la grande adoration de la nouvelle table de multiplication, le culte perpétuel de l'arithmétique » ; mais quelques critiquée que pût mériter dans le détail 1'enseignement de Pestalozzi, - et nul n'en a jamais fait de plus vives ni de plus franches que Pestalozzi lui-même -, on lui doit incontestablement d'avoir à la fois popularisé cette étude et montré de quels développements elle est susceptible, même dans l'instruction élémentaire.

Depuis lors, l'enseignement du calcul n'a cessé de se perfectionner en se généralisant ; dans tous les pays, dans toutes les langues, d'excellents traités et manuels populaires en facilitent l'introduction dans l'école à tous les degrés ; les écoles enfantines elles-mêmes y préparent les enfants à l'aide de bouliers et de tableaux de numération élémentaire ; et nulle branche de l'enseignement populaire ne jouit d'une faveur plus générale.

CALCUL MENTAL

Georges Bovier-Lapierre*

Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire

Tome 1 de la 1$^{\text{ère}}$ partie, page 317

CALCUL MENTAL. — Quoique l'enseignement de l'arithmétique dans nos écoles primaires se soit considérablement amélioré, il présente encore un côté défectueux qui donne prise à la critique : c'est l'usage trop habituel de l'écriture pour les calculs les plus simples, et la lenteur des procédés dans bien des cas où l'ignorant trouve presque instantanément la solution demandée. Tel père de famille, qui n'a reçu aucune instruction, prend un malin plaisir à mettre en défaut sur ce point son fils, un des forts de l'école ; et, si l'on va au marché, on y trouve à chaque instant l'occasion d'admirer la promptitude avec laquelle un compte est bientôt fait de tête, malgré les quarts et demi-quarts dont il peut être compliqué.

Entrons à l'école et écoutons l'enfant qui est au tableau noir, armé de son morceau de craie. En face d'une addition où le chiffre 7, par exemple, figure trois fois dans la même colonne, il dira : 7 et 7 font 14 ; 14 et 7 font 21, au lieu de saisir d'un coup d'œil le groupe des trois chiffres, quand il sait déjà que 3 fois 7 font 21. — A-t-il à ôter 9 de 23, il ne manquera pas de s'exprimer ainsi : 9 ôté de 13, il reste 4 ; 1 ôté de 2, il reste 1, tandis qu'au-dehors de la classe, il n'hésite pas un instant pour savoir qu'on lui doit encore des billes, s'il n'en reçoit que 9 au lieu de 23. — Qu'on lui demande le prix de 5 mètres d'étoffe à 16 francs le mètre, il écrira aussitôt 5 au-dessous de 16, tirera un trait et opérera conformément à la règle. Il ne croira pas pouvoir se passer davantage de son crayon pour prendre les deux tiers ou même le tiers d'un nombre qui serait supérieur à dix. En même temps, par un phénomène analogue, si nous lui demandons de nous dire une règle, une définition, il sera fort empêché de la reproduire autrement que par une récitation littérale, comme si ce n'était pour lui qu'une phrase apprise par cœur.

Il n'est pas nécessaire d'insister longuement sur ces défauts, bien connus de tous les maîtres et plus faciles à constater qu'à corriger. Ne résultent-ils pas en grande partie de la manière dont l'écolier est généralement initié à l'étude de l'arithmétique ? On se hâte de lui définir la quantité, l'unité, le nombre, de lui exposer la théorie de la numération et successivement les quatre règles, mais on ne le fait pas assez ni assez tôt calculer de tête ; il finit par s'imaginer qu'on ne peut calculer qu'avec des chiffres, et par se représenter la langue des nombres comme étant nécessairement une langue écrite. Au contraire, il faudrait bien le familiariser avec cette idée que l'arithmétique parlée précède l'arithmétique écrite. Les idées numériques ne sont pas plus inaccessibles, pas plus abstraites pour l'enfant que toutes les autres, pourvu qu'on ne dépasse pas la limite des nombres que son imagination peut aisément se figurer : toute l'arithmétique est en germe dans son esprit, il ne s'agit que de la faire éclore par un développement naturel ; et c'est précisément l'objet des exercices oraux ou du calcul mental.

Non-seulement le calcul mental offre une préparation indispensable à l'arithmétique écrite, mais il donne lieu à une gymnastique intellectuelle de la plus haute importance ; il fait contracter des habitudes d'analyse et de réflexion qui accroissent bien vite la perspicacité de l'esprit. <u>Aussi ne faut-il pas considérer le calcul mental comme devant cesser après les premiers mois d'étude, pour être totalement remplacé par le calcul écrit. Il ne doit jamais disparaître ; on y trouve à tous les degrés un stimulant que rien ne supplée, un moyen précieux de vivifier, de varier, d'égayer même l'enseignement ;</u> il pique la curiosité, aiguise l'émulation, secoue les intelligences ; il aiguillonne les uns, il retient les autres ; par les fautes mêmes qu'il amène, il prémunit les esprits trop prompts contre leur propre légèreté, les esprits lourds

* Ancien professeur à l'école normale de Cluny.

contre leur lenteur, les imaginations vives contre leur mobilité. Au point de vue pédagogique ou psychologique, le calcul mental ne complète pas seulement, il consomme l'œuvre de l'enseignement arithmétique : c'est par lui que l'esprit s'assimile en quelque sorte la substance de cet enseignement, et en recueille tout le fruit.

Que le calcul mental prenne donc dans nos écoles une large place, comme initiation, comme accompagnement et comme révision continuelle de l'arithmétique à tous ses degrés. À cet égard, plusieurs pays étrangers ont eu trop longtemps sur nous une certaine supériorité : les écoles anglaises, suisses, américaines, n'ont jamais cessé de cultiver le calcul de tête, et d'en tirer les meilleurs résultats : convenons que dans ces pays on en avait besoin plus que chez nous, aussi longtemps qu'on n'y employait pas le système métrique. Mais les facilités qu'offre ce système pour le calcul écrit ne doivent pas nous laisser perdre ou même amoindrir une aussi précieuse faculté que celle de compter de tête rapidement, pas plus que la diffusion de l'écriture ou de l'imprimerie n'a fait diminuer l'usage de la parole.

CALCUL MENTAL

G. Bovier-Lapierre

Dictionnaire de pédagogie d'instruction primaire, Hachette, 1887.

Tome 1 de la deuxième partie, pages 325 à 327.

CALCUL MENTAL. - Arithmétique I-L. - Le calcul mental est applicable à tous les degrés de l'enseignement arithmétique. Il forme en quelque sorte un petit cours d'arithmétique, élémentaire parallèle à l'autre. Nous ne pouvons présenter ici le tableau détaillé de cet enseignement purement oral ; nous nous bornerons à en esquisser le plan.

1° Au début les élèves énoncent les dix premiers nombres, en comptant des objets visibles, à leur portée, comme des jetons, de petits cailloux, des haricots, les doigts, etc., et en ajoutant successivement un objet de plus au nombre précédent ; de la même manière les nombres depuis onze, douze, jusqu'à vingt ; depuis vingt et un jusqu'à trente, et ainsi de suite jusqu'à cent.

Le maître appelle leur attention sur les dizaines. Il leur en donne une image sensible, matérielle ; par de petits paquets composés par exemple de dix bâtonnets comme ceux des allumettes ; il se sert aussi de la pièce de dix centimes qu'il met à la place de dix pièces d'un centime, en lui rendant son nom de décime qu'on a eu tort de lui enlever. Dans la dénomination des dizaines, on emploie encore en Suisse et dans une partie de la France les termes *septante, huitante, nonante* : le maître pourra s'en servir sans scrupule pour rétablir la régularité de la nomenclature, sauf à indiquer bientôt après les termes qu'un usage capricieux leur a substitués.

2° Il exerce ensuite les élèves à trouver les valeurs que prend chaque nombre, quand il est augmenté de deux, de trois, de quatre, etc., sans toutefois dépasser cent. Il leur apprend le nom de l'opération qu'ils ont effectuée sur les divers problèmes qui leur avaient été posés et le nom par lequel on désigne le résultat. Qu'il ne se presse pas trop de venir au secours de l'enfant dans une addition où les nombres se composent de dizaines et d'unités. Celui-ci, guidé par son bon sens, parviendra toujours à sortir d'embarras, et découvrira même la voie la plus naturelle.

Pour mettre plus de variété dans ces exercices ; le maître fera entrer dans les problèmes ; outre les objets déjà indiqués plus haut, les mesures de temps, telles que le jour, l'heure et la minute ; le gramme, en disant que c'est le poids de la pièce d'un centime ; le franc, en ajoutant que cette pièce pèse cinq grammes et qu'elle vaut autant que cent centimes ; le mètre, le décimètre, et le centimètre en montrant à l'aide d'un mètre de bois ou de cuivre que le mètre se divise en dix décimètres et en cent centimètres ; le litre en mettant sous leurs yeux une boîte cubique ayant un décimètre sur ses trois dimensions. C'est ainsi qu'il amènera les élèves à faire connaissance avec le, système métrique, sans le leur présenter sous la forme d'un tableau scientifique, où les diverses mesures sont énumérées avec des étiquettes propres à effaroucher les enfants.

3° Par des problèmes analogues aux précédents, ils apprendront à diminuer de un, de deux, de trois, etc., un nombre donné, sans excepter le cas ou dans le nombre à retrancher il y aurait plus d'unités que dans l'autre. Demandez à l'un d'entre eux par exemple ce qui reste de soixante-trois centimes, après qu'il en a dépensé vingt-huit. II est presque certain qu'après un instant de réflexion, il ôtera d'abord vingt-trois centimes de soixante-trois, ce qui lui donne quarante centimes pour reste, puis qu'il ôtera encore cinq centimes de ce reste, pour arriver à trouver trente-cinq centimes, en moins de temps que nous n'en mettons ici à l'expliquer.

4° Ayant ainsi acquis la pratique intelligente de l'addition et de la soustraction, pour des nombres qui ne surpassent pas cent, les élèves vont être mis en face de nouveaux problèmes, sans être avertis qu'il s'agit d'une nouvelle opération, la multiplication.

Pour procéder méthodiquement, le maître leur fait d'abord découvrir combien valent 2 fois 1, 2 fois 2, 2 fois 3... jusqu'à 2 fois 9, au moyen de deux groupes composés chacun de deux petits cailloux par exemple, composés de trois, de quatre, etc. II répétera les mêmes questions, en les appliquant à d'autres objets, et quand il sera assuré que les élèves n'éprouvent plus d'hésitation pour énoncer les résultats, il leur enseigne de la même manière ce que valent 3 fois, 4 fois ... 9 fois chacun des neuf premiers nombres. Interrogés ensuite plusieurs fois sur des problèmes où les nombres sont pris dans un ordre quelconque, ils gravent les produits dans leur mémoire d'une manière aussi sûre et aussi rapide que l'ancienne méthode était lente et fastidieuse.

Ils remarqueront d'eux-mêmes qu'en tout cela ils n'ont fait autre chose que d'effectuer des additions dans lesquelles les nombres étaient égaux. À ce moment, on prononce le nom donné à cette addition abrégée en prenant la précaution de distinguer bien nettement le multiplicateur du multiplicande ; mais on démontre qu'ils donnent le même produit quand ils sont mis l'un à la place de l'autre, et pour cela il suffit de faire voir que 3 groupes de 5 haricots peuvent être remplacés par 5 groupes composés de 3 haricots.

Au moyen de questions convenablement choisies, ils apprendront que le produit de deux facteurs devient double, triplé, quadruplé, etc., quand l'un des facteurs devient lui-même double, triple ou quadruple. Si on leur dit par exemple, que chaque jour Pierre a écrit 3 pages et son frère Paul 6 pages, il n'en est aucun qui ne dise qu'à la fin de la semaine le travail de Paul est double de celui de Pierre. Ils auront ainsi un moyen de trouver plus promptement un produit sur lequel ils pourraient être un peu embarrassés. Aussi un élève, à qui on demande combien font 4 fois 16, se rappelant que 4 fois 8 valent 32, double aussitôt le premier produit pour arriver à 64, après avoir observé que 16 est le double de 8. Ils acquièrent de cette manière la pratique de cet important principe : *pour multiplier un nombre par un autre qui est le produit de deux facteurs, on peut multiplier ce nombre par le premier facteur et le résultat ensuite par le second*.

5° Les élèves, sachant maintenant trouver le produit de deux nombres, vont être conduits, toujours par les questions du maître, à effectuer l'opération inverse. On propose à l'un d'entre eux de partager par exemple 8 billes à 2 camarades, 12 billes à 3, etc. Quand ils auront résolu une suite de problèmes semblables, ils connaîtront ce que c'est que la division. On leur indique alors les termes de *dividende* et de *diviseur* ; mais on ne citera le nom de quotient qu'après avoir montré que le résultat de la division exprime combien de fois le dividende contient le diviseur. Ce sera ici le moment de dire ce qu'on appelle *demie*, *tiers*, *quart*, *cinquième*, etc.

Ils ne trouveront pas plus de difficultés pour diviser par un nombre d'unités un dividende où le nombre des dizaines ne serait pas divisible par le diviseur, par exemple 65 francs à diviser entre 4 personnes. En regardant cette somme comme formée de 6 pièces de 10 francs et de 5 pièces de 1 franc, l'élève chargé d'effectuer le partage donnera d'abord une pièce de 10 francs à chaque personne ; puis, remplaçant les 2 pièces de 10 francs qui restent par 20 pièces de 1 franc, il a encore à partager 25 francs, ce qui fait 6 francs pour chaque personne, avec 1 franc de reste. En remplaçant aussi ce franc par 10 pièces do 1 décime, il donne 2 décimes à chacune, et enfin, s'il remplace encore les 2 décimes qui lui restent par 20 centimes, il a terminé la division et trouvé 16 francs et 25 centimes pour chaque part.

6° Nous ne pouvons indiquer ici les divers moyens par lesquels les opérations peuvent être abrégées dans certains cas ; la sagacité des maîtres saura les découvrir et les mettre au profit de l'élève. Nous appellerons plutôt leur attention sur l'importance et la simplicité des moyens qu'ils ont à leur disposition pour rendre les calculs sur les fractions aussi faciles que ceux qui ont été effectués précédemment. Qu'ils se gardent bien de commencer par parler de numérateur et de dénominateur ; qu'ils ne prononcent pas même le nom de fraction ; mais

qu'ils proposent une suite de petits problèmes, tels que les suivants :
Combien une demi-heure vaut-elle de quarts d'heure ?
Combien 2 heures et quart font-elles de quarts d'heure ?
Combien y a-t-il de mètres dans une longueur égale à 8 tiers de mètre?
Quelle est la longueur formée par trois règles ayant, l'une 3 huitièmes de mètre, l'autre 1 huitième de mètre, et la dernière 2 huitièmes de mètre ?
Aucun élève ne sera embarrassé pour donner la réponse. Ils la trouveront aussi facilement pour ces autres problèmes :
Emile doit prendre les 3 quarts d'un sac de 24 billes, combien en aura-t-il ?
On demandait son âge à une jeune fille ; elle répondit : les 5 huitièmes de mon âge font 10 ans.
Dans le premier, ils diront : le quart de 24 est 6 ; donc Emile aura 3 fois 6 billes ou 18 billes. Dans le second ; puisque 5 huitièmes de l'âge cherché font 10 ans, 1 huitième vaut 5 fois moins ou 2 ans ; donc l'âge est égal à 8 fois 2 ans ou 16 ans.
C'est maintenant qu'il y a utilité à employer les noms de *fraction*, de *numérateur* et de *dénominateur*. - On pourra aussi aborder la réduction des fractions au même dénominateur, en apprenant à convertir des demies et des quarts en huitièmes, des demies et des tiers en sixièmes, etc. - V. l'article *Calcul* dans la 1ère Partie.

[G. Bovier-Lapierre.]

Lectures et exercices. - On pourra quelquefois piquer l'émulation et la curiosité des élèves en leur racontant quelques exemples de ces tours de force de calcul mental, accomplis par des enfants. En voici un ou deux que la très grande majorité de nos élèves ne résoudrait que la plume à la main.

En 1829, on entendit parler d'un enfant italien de sept ans, Vincent Zuccaro, qui avait une étonnante facilité de calcul et qui, en quelques instants, résolvait de tête des problèmes compliqués. Une expérience publique fut faite à Palerme sous la surveillance deux professeurs de mathématiques en présence de plus de quatre cents personnes. Voici deux des problèmes qui furent posés à l'enfant

1° *problème.* - Un navire est parti de Naples pour Palerme à midi, a fait 10 milles par heure. Un autre, qui fait 7 milles par heure, est parti au même moment de Palerme pour Naples. .À quelle heure se rencontreront-ils et combien de milles aura fait chacun d'eux, la distance entre les villes étant de 180 milles ?
Vincent Zuccaro répond aussitôt : Le premier navire aura fait 105 milles ; le deuxième, 74.
- Oui, mais à quelle heure la rencontre ?
- Cela s'entend : à l0 heures et après le départ.
L'enfant, ayant aperçu la liaison entre les deux parties de la réponse, pensait que les assistants l'avaient comprise comme lui et qu'il était inutile de l'énoncer.

2° *problème.* - Dans trois attaques successives ont péri le quart, puis le cinquième, puis le sixième des assaillants qui se trouvent alors réduits à 138. Combien étaient-ils d'abord?
L'enfant répond : 360.
D. Comment avez-vous trouvé ce nombre ?
R. S'ils avaient été 60, il en serait resté 23 après les attaques ; mais 23 est le sixième de 138, donc les assaillants étaient d'abord six fois 60, c'est-à-dire 360.
D. Mais pourquoi avez-vous supposé 60 plutôt que 50 ou 70 ?
R. Parce que ni 50 ni 70 ne sont divisibles par 4 ni par 6.
(D'après la Revue Encyclopédique, T. XLIII, p.239)

ARITHMETIQUE

H. Sonnet*

Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire, Hachette, 1887.
Tome 1 de la première partie, pages 114 à 118.

ARITHMÉTIQUE - Il n'est pas nécessaire d'insister sur l'importance de cette étude. Indispensable à tous par ses applications usuelles, l'arithmétique est de plus une discipline incomparable pour l'intelligence. Aussi à ce double titre est-elle inscrite partout aujourd'hui et à tous les degrés dans les programmes de l'enseignement primaire. Nous énumérons ci-dessous les prescriptions législatives des divers pays, avant d'aborder l'examen des méthodes.

1. Législation. –

Pays Étrangers. - Dans un certain nombre de programmes scolaires, le mot d'arithmétique est pris en un sens général, pour désigner d'abord l'étude du calcul élémentaire, ensuite les notions d'arithmétique théorique et appliquée susceptibles d'entrer dans l'enseignement populaire.
À ce titre, l'arithmétique figure au nombre des objets obligatoires de l'instruction primaire à tous les degrés, en Hongrie, en Espagne, en Angleterre, en Ecosse, en Hollande, en Italie, en Russie, aux Etats-Unis. Ailleurs, et spécialement en Allemagne, en Autriche, en Belique, en Danemark, en Suède, en Norvège, dans la Suisse allemande, le mot de calcul est employé comme équivalent de celui d'arithmétique, et en tient la place dans les programmes primaires. La ville de Brème et le Portugal font une distinction entre l'arithmétique, terme réservé pour les opérations plus compliquées que les quatre règles, et le simple calcul (*Rechnen, Contar*) ; l'enseignement du *calcul* s'y donne par conséquent au degré inférieur, et celui de l'*arithmétique* au degré supérieur de l'école primaire. V. *Calcul*.

France. - Le calcul élémentaire fait partie des matières obligatoires de l'enseignement primaire ; l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques est comprise dans les matières facultatives (L. 15 mars 1850, art. 23.)
L'arithmétique est comprise dans le programme d'enseignement des écoles normales primaires. (Décr. 2 juillet 1866, art. 1er.)
Les aspirants et aspirantes au brevet de capacité doivent, dans les épreuves écrites, donner la solution raisonnée d'un ou de plusieurs problèmes d'arithmétique comprenant l'application des nombres entiers et l'usage des fractions. Il est accordé une heure pour cette composition. (Arr. 3 juillet 1866, art. 14.)
Des questions orales leur sont posées sur l'arithmétique et le système métrique (ibid., art. 15).
(E. de Resbecq.]

2. Méthodes et Programmes. –
L'enseignement de l'arithmétique qu'admettent les divers degrés de l'instruction primaire ne diffère que par l'étendue et par les méthodes qu'il convient d'appliquer suivant l'âge et les connaissances de l'auditoire à qui l'on s'adresse. Mais tous ces programmes, dans la forme, convergent vers un but commun, qui est de donner aux élèves une connaissance raisonnée de la science du calcul. Nous allons en indiquer les grands traits, en distinguant quatre degrés : *Cours élémentaire, cours moyen, cours supérieur des écoles primaires, et cours des écoles normales*.

* Inspecteur d'académie honoraire.

COURS ÉLÉMENTAIRE.

Ce cours ne comprend que « les quatre règles sur les nombres entiers et l'étude élémentaire du système des poids et mesures. »

1. L'enseignement, dans ce cours, s'adressant à de très jeunes enfants, on devra éviter les définitions abstraites. On n'opérera autant que possible, que sur des nombres concrets. Il n'est pas nécessaire pour cela que les élèves aient vu le système métrique ; ils savent tous que le pain et la viande se vendent au kilogramme, que les étoffes se mesurent au mètre, que le temps s'évalue en heures, etc. : cela suffit pour fournir au maître les nombres concrets dont il aura besoin. L'idée première de chaque opération devra être introduite à propos d'un petit problème d'application usuelle, dans lequel on ne devra pas craindre trop de simplicité. - On inaugurera, dès le début il se peut, l'usage du calcul de Tête, à l'aide de petits problèmes très simples sans doute, mais variés et multipliés ; un quart ou un tiers de la durée de la classe devra être consacré à cet exercice, qui donnera aux enfante une grande facilité pour leurs études ultérieures en arithmétique.

2. Quoique la plupart des enfants qui entrent au cours élémentaire sachent déjà compter plus ou moins, il est nécessaire de reprendre la numération ; elle ne devra pas être poussée au-delà du nombre *mille*. Le meilleur moyen d'apprendre aux enfants à compter consiste à leur faire compter effectivement des objets semblables, comme des pois, des noisettes, ou de simples bûchettes analogues à des allumettes et que l'on a taillées d'avance. Des paquets de dix bûchettes liées ensemble serviront à introduire l'idée des dizaines ; et dix paquets semblables, réunis en un seul, donneront l'idée d'une centaine, etc. Si le maître dispose d'un boulier-compteur, il lui sera facile de montrer comment dix boules de la première rangée sont remplacées par une boule de la seconde, comment dix boules de la seconde rangée sont remplacées par une boule de la troisième, et ainsi de suite. C'est dans cette dépendance des diverses unités que consiste tout notre système de numération. On exercera longtemps les élèves à énoncer un nombre, connaissant les diverses unités dont il se compose, ou à décomposer un nombre énoncé en ses différentes unités ; et ce n'est que lorsque les élèves seront rompus à ce double exercice de numération parlée que l'on abordera la numération écrite, qui ne présentera plus dès lors aucune difficulté.

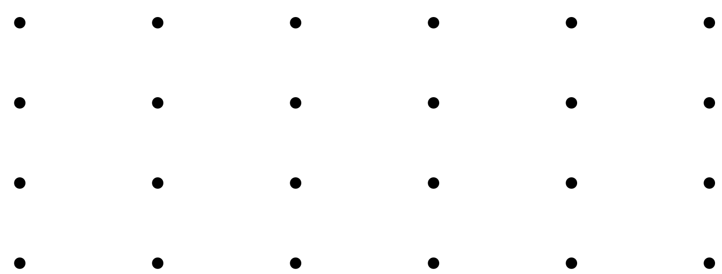
3. On introduira l'idée d'*addition* en faisant additionner effectivement des objets semblables formant plusieurs groupes qui auront été comptés séparément ; on reconnaîtra ainsi que l'addition n'est que l'application de la numération. - On construira, ou, ce qui est préférable, on fera construire aux élèves la *table d'addition*, et on la leur fera apprendre imperturbablement par cœur. Quand ils la sauront bien, on leur fera exécuter l'addition de plusieurs nombres d'un chiffre chacun, comme 3 et 5, 8 ; et 7, 15 ; et 1, 16 ; et 9, 25 ; et 8, 33. On pourra alors aborder l'addition des nombres de plusieurs chiffres et on en fera l'application à de petits problèmes usuels. - La preuve se fera en additionnant de bas en haut, si l'on a d'abord additionné de haut en bas.

4. L'idée de la *soustraction* pourra être introduite en séparant d'un groupe d'objets semblables précédemment comptés une portion de ce groupe, que l'on comptera, ainsi que le reste. À l’aide de la table d'addition, on exercera les enfants à soustraire un nombre d'un chiffre d'un nombre d'un ou deux chiffres au plus ; et, quand ils y seront exercés, on pourra aborder la soustraction de deux nombres quelconques. Quand le chiffre inférieur surpasse le chiffre supérieur, on n'aura pas recours à la méthode de l'emprunt, qui peut devenir incommode dans beaucoup de cas ; on ajoutera 10 au chiffre supérieur et, en passant à la colonne suivante à gauche, on ajoutera l'unité au chiffre intérieur. - On appliquera la règle de la soustraction à des problèmes très simples. La prouve de la soustraction se fera en additionnant le reste et le plus petit nombre.

5. La multiplication n'est autre chose qu'une addition dans laquelle tous les nombres à ajouter

sont égaux ; après avoir introduit ainsi l'idée de multiplication en opérant sur de petits nombres, on fera construire aux élèves, et apprendre par cœur la table de multiplication. Quand ils la sauront bien, on pourra aborder la multiplication d'un nombre de deux chiffres par un nombre d'un seul, celle d'un nombre de trois chiffres par un nombre d'un seul, enfin la multiplication de deux nombres de deux ou trois chiffres chacun. On s'en servira pour faire résoudre de petits problèmes pratiques très élémentaires.

On montrera sur un tableau analogue à celui-ci :



qu'un produit de deux facteurs est indépendant de l'ordre de ces facteurs ; et l'on utilisera cette propriété pour faire la preuve de la multiplication.

6. La *division* n'est autre chose qu'une série de soustractions dans lesquelles le nombre à soustraire est toujours le même ; on le fera aisément comprendre sur de petits nombres ; par exemple 6 peut être soustrait 4 fois du nombre 24 ; le quotient de 24 par 6 est donc 4. Mais, en considérant le tableau ci-dessus, on voit que si l'on voulait partager 24 en 6 parties égales, chacune d'elles serait égale à 4 ; d'où une autre manière de considérer la division. On habituera les enfants à ces deux points de vue de la division, en les exerçant sur la table de multiplication précédemment apprise. On pourra alors aborder la division d'un nombre de trois chiffres par un nombre d'un seul, et celle d'un nombre de trois chiffres par un nombre de deux, en se fondant sur l'idée de partage, qui est la plus commode pour établir la règle de la division. On appliquera la division à quelques problèmes usuels. La preuve se fera en observant que, quel que soit le point de vue sous lequel on envisage l'opération, le produit du diviseur par le quotient doit toujours être égal au dividende, si l'opération se fait sans reste ; et à ce produit augmenté du reste, s'il y en a un.

7. Quand la division aura été étudiée, on pourra proposer aux élèves de petits problèmes récapitulatifs dans lesquels ils auront à effectuer plusieurs des quatre opérations.

II est bien entendu que, pendant toute l'étude des quatre opérations, on multipliera les exercices de calcul de tête, en en graduant la difficulté d'après les résultats obtenus, sans que toutefois ces exercices puissent jamais devenir une fatigue pour les élèves.

8. L'étude du *système métrique* exige impérieusement que l'on mette sous les yeux des élèves, soit les mesures elles-mêmes, soit un tableau qui les représente en vraie grandeur. Il ne suffit pas d'ailleurs de leur montrer les mesures, il faut leur faire voir comment on s'en sert, il faut leur faire mesurer des longueurs, exécuter des pesages, etc., afin d'éviter l'aridité d'une étude abstraite.

Le point délicat de cette étude est de faire bien comprendre aux élèves que le décimètre carré, par exemple, n'est pas le dixième du mètre carré, mais bien le centième ; que le décimètre cube n'est pas le dixième du mètre cube, mais bien le millième. II faut reconnaître que c'est là le côté faible de la nomenclature du système métrique ; on devra donc y insister, y revenir souvent en s'aidant, s'il est possible, de modèles propres à ce genre de démonstration, comme ceux qui font partie du *compendium métrique*, de l'*appareil Level*, du *nécessaire Carpentier*,

etc.
Comme les élèves du cours élémentaire n'ont point vu les nombres décimaux, il faudra nécessairement ajourner toutes les explications et toutes les applications qui conduiraient à des nombres de cette espèce.

COURS MOYEN.
Ce cours embrasse, outre les matières comprises dans le cours élémentaire, les opérations sur les nombres décimaux, les principaux caractères de divisibilité, le calcul des fractions ordinaires, les règles de trois, d'intérêt, d'escompte et une étude plus approfondie du système métrique.
9. Le caractère de l'enseignement doit être un peu moins élémentaire : on pourra faire moins constamment usage des méthodes intuitives recommandées dans le cours de l'année précédente ; cependant on devra toujours opérer, autant que possible, sur des unités concrètes et choisir comme exemples des problèmes d'une application usuelle.
On étendra la numération à des nombres quelconques ; toutefois il ne paraît pas utile d'aller au-delà des milliards ou billions. Dans l'addition, on pourra donner pour exemple, au besoin, des colonnes de vingt ou trente nombres, mais des nombres de quatre à cinq chiffres suffiront ; il ne faut pas que les opérations proposées deviennent un labeur sana intérêt. Dans la multiplication, on remarquera le cas où les facteurs sont terminés par des zéros. - On examinera le cas analogue dans la division.
10. L'étude des nombres décimaux ne doit être abordée, selon nous, que lorsque les élèves sont suffisamment exercés sur le calcul des nombres entiers. Avant d'entamer les opérations, on insistera sur la numération décimale, sur les changements qu'amène le déplacement de la virgule, sur la faculté d'écrire des zéros à la droite, etc.
L'addition et la soustraction des nombres décimaux n'offrent aucune difficulté. Dans la multiplication, il faudra remarquer que le sens de l'opération a changé : multiplier un nombre par 0,75 par exemple, c'est répéter 75 fois la 100^{e} partie de ce nombre ; et cette opération porte le nom de multiplication parce qu'elle résout les problèmes analogues à ceux qui exigeraient une multiplication s'il s'agissait de nombres entiers ; il sera aisé de le faire comprendre par des exemples simples.
Dans la division, ce qu'il y a de plus commode est d'appeler *quotient* un nombre qui, multiplié par le diviseur, donne pour produit le dividende. On ne distinguera que deux cas : celui où le diviseur est entier, et celui où il est décimal ; on ramène le second cas au premier, en supprimant la virgule du diviseur et multipliant le dividende, par 10 100, 1000, etc., selon que le diviseur avait 1, 2, 3 décimales, etc. On ne craindra pas de multiplier les exemples de multiplication ou de division, en résolvant des problèmes d'un intérêt pratique.
11. On aura à démontrer que *multiplier un nombre par un produit de deux facteurs revient à multiplier successivement par chacun de ces facteurs*. On connaît la démonstration. Pour faire voir, par exemple, que multiplier 5 par 12 revient à multiplier 5 par 4, et le produit par 3, on forme le tableau suivant :

5	**5**	**5**	**5**
5	**5**	**5**	**5**
5	**5**	**5**	**5**

qui renferme 3 lignes contenant chacune 4 fois le nombre 5, ou 4 colonnes renfermant 8 fois ce même nombre ; le résultat doit rester le même de quelque façon que l'on fasse l'addition.
On aura ensuite à exposer les caractères de divisibilité par 2, 3, 4, 5, 6 et 9, ce qui n'offre aucune difficulté ; et l'on se servira du caractère de divisibilité par 9 pour faire la preuve de la multiplication et de la division.

12. Le calcul des fractions ordinaires exige quelques notions préliminaires. Les élèves n'ont vu que les fractions décimales : l'idée générale de fraction ne peut être encore nettement formée dans leur esprit. Pour introduire cette idée, les moyens intuitifs pourront être utiles. Si, par exemple, on divise une règle en 12 parties égales, et qu'on prenne la longueur de la règle pour unité, ses divisions fourniront des longueurs représentant : ; ou ; ou ; ou ; ; ou ; ; ou ; ou ; enfin . On s'en servira pour faire comprendre ce que c'est qu'une fraction, le rôle de ses deux termes, les différentes formes dont une même fraction est susceptible. On montrera comment, à l'aide des caractères de divisibilité précédemment étudiés, on peut souvent réduire une fraction à une expression plus simple ; mais on ne recherchera pas sa *plus simple expression* : cette recherche doit être réservée pour le cours supérieur. Dans la réduction des fractions au même dénominateur, on indique la simplification qui se présente quand l'un des dénominateurs, ou un multiple simple de ce dénominateur, est divisible par tous les autres ; mais la recherche du *plus petit dénominateur commun* sera également réservée pour le cours supérieur.
Ces préliminaires établis, l'addition et la soustraction n'offriront plus de difficulté. Dans le cas où l'on a à soustraire d'un nombre entier accompagné d'une fraction un autre nombre entier accompagné d'une fraction, il peut arriver que la fraction qui accompagne le plus petit nombre soit la plus grande ; dans ce cas, après avoir réduit les deux fractions au même dénominateur, il faut ajouter à la plus petite une unité, sous la forme d'une fraction de même dénominateur, effectuer la soustraction devenue possible, et augmenter d'une unité le plus petit des deux nombres entiers.
13. Pour faire comprendre la *multiplication*, on fera ce que l'on a déjà fait à l'occasion de la multiplication des fractions décimales ; on partira de cette définition que multiplier, par exemple, un nombre par , c'est en répéter 3 fois le quart ; et l'on justifiera, comme plus haut, le nom de multiplication donné à cette opération, en remarquant qu'elle résout des problèmes analogues à ceux qui exigeraient une multiplication s'il s'agissait de nombres entiers.- Dans la *division*, on regardera le quotient comme le nombre par lequel il faudrait multiplier le diviseur pour avoir le dividende.
14. Les règles de *trois*, *d'intérêt*, *d'escompte*, etc., . devront être traitées par la méthode de l'unité. Il sera nécessaire de multiplier les applications. Mais, dans le choix des problèmes, le malus devra faire en sorte que la proportionnalité sur laquelle le problème s'appuie soit réelle. Ainsi le prix d'une étoffe est généralement proportionnel au nombre de mètres qu'elle contient, le produit d'une fontaine est proportionnel au temps écoulé, etc. ; mais il n'est pas toujours exact de supposer que, toutes choses égales d'ailleurs, le prix d'un mur soit proportionnel à la hauteur ou le prix d'un fossé proportionnel à sa profondeur ; si la hauteur dans le premier cas, la profondeur dans le second, dépassent une certaine limite, la nature du travail peut changer de telle sorte que son prix dépasse de beaucoup celui que la proportionnalité suppose. Les trois quarts des problèmes que l'on a l'habitude de proposer sur les ouvriers supposent ainsi une proportionnalité qui n'est admissible que si les dimensions considérées ne varient qu'entre d'étroites limites.
La *règle d'alliage* devra être traitée dans ce cours, mais en se bornant au problème direct.
15. Dans l'étude du *système métrique*, on devra, puisque les élèves ont vu le calcul des nombres décimaux, insister sur les changements d'unités. Un bon exercice consiste à faire écrire un nombre décimal, tel que 4,075 par exemple et à le faire énoncer en prenant

successivement le 4 pour des mètres, pour des mètres carrés, pour des mètres cubes, pour des litres, pour des kilogrammes, pour des hectares. Si un élève subit cette épreuve sans se tromper, on peut être sûr qu'il sait son système métrique.

L'exposé de ce système comporte quelques détails sur le titre des monnaies ; cette matière fournit des problèmes intéressants, mais qui exigent une certaine attention.

À la suite du système métrique, on place d'ordinaire des notions sur la mesure du temps. C'est une occasion de donner aux enfants une idée des nombres complexes. Mais la comparaison des mesures anciennes et nouvelles fait partie du cours supérieur.

COURS SUPERIEUR

16. Indépendamment des matières enseignées dans le cours moyen, le cours supérieur comprend les nombres premiers, la recherche du plus grand commun diviseur et du plus petit multiple commun ; la conversion des fractions ordinaires en fractions décimales ; les rapports, les proportions, les règles de société, et des notions d'arithmétique appliquée, telles que les rentes, les actions industrielles, la caisse d'épargne.

Dans la révision que l'on fera des quatre opérations principales, on pourra, on devra même mener de front les nombres entiers et les nombres décimaux ; ce rapprochement, qui eût été prématuré dans le cours moyen, sera tout à fait à sa place dans celui-ci.

On continuera, comme dans les deux cours précédents, à multiplier les exercices de calcul de tête, mais il sera h propos de faire connaître aux élèves les principaux procédés qui constituent spécialement le *calcul mental*. Soit, par exemple, à multiplier 37 par 19, on multiplie 37 par 20 ce qui se fait en doublant et mettant un zéro à droite, et donne 740 ; il faut alors retrancher 37 ; au lieu de cela, on retrancha 40 et l'on rajoute 3, ce qui donne 703. Les artifices de ce genre, qui semblant allonger le calcul, l'abrègent au contraire, parce que le calcul se trouve ramené à des opérations très simples, en quelque sorte intuitives, et qu'il est facile de se rendre familières.

17. Dans l'étude des nombres premiers, on se bornera à ce qui est strictement nécessaire pour la recherche du plus grand commun diviseur et du plus petit multiple commun ; encore ces matières, qui ne sont pas absolument obligatoires, ne devront-elles être abordées que si les élèves sont suffisamment préparés.

Dans les proportions, on n'insistera que sur la propriété fondamentale, relative aux produits des extrêmes et des moyens, et sur le calcul d'un des termes quand les trois autres sont connus. Dans les suites de rapports égaux, on se bornera à cette propriété que la somme des antécédents est à la somme des conséquents comme un antécédent quelconque est à son conséquent ; on établira facilement la proposition avec des termes entiers, et il suffira de la vérifier pour des termes fractionnaires. Les règles d'intérêt, d'escompte, de société pourront être traitées comme application des proportions et des suites de rapports égaux. - Dans les questions de mélange ou d'alliage, on devra traiter quelques problèmes inverses, tels que celui-ci : *On a 60 hectolitres de blé à 25 fr. ; combien faut-il y ajouter d'hectolitres à 19 fr., pour faire un mélange valant 21 fr. l'hectolitre*. Les questions de ce genre se résolvent en remarquant que ce que l'on perd sur la meilleure qualité en la vendant au prix moyen, on doit le regagner sur la qualité inférieure vendue à ce même prix moyen.

Les problèmes d'application sur les rentes, les actions industrielles, la caisse d'épargne, n'offrent point de difficulté nouvelle, et ne demandent que de l'attention. Mais ces problèmes sont intéressants, et il y a avantage à les multiplier.

18. Le système métrique devra être étudié un peu plus à fond que dans le cours moyen. On insistera sur la comparaison des mesures de volume et de capacité, sur celle des poids et des volumes d'eau correspondants, sur la valeur et le poids des monnaies, en un mot sur tous les rapprochements propres à faire pénétrer dans l'esprit des élèves la connaissance approfondie du système légal des poids et mesures.

Dans ce cours, la comparaison des anciennes mesures aux nouvelles sera naturellement à sa place ; on exercera les élèves à se servir des tableaux de conversion. On pourra leur donner une idée des nombres complexes, mais uniquement pour faire ressortir les avantages du système décimal.

COURS DES ÉCOLES NORMALES.

19. Le cours d'arithmétique dans une école normale doit naturellement être consacré à la révision détaillée et approfondie du cours supérieur. Il comprend en outre la racine carrée et la racine cubique, dont la pratique s'est même introduite dans plusieurs écoles. - Pour aborder théoriquement la racine carrée, il faut avoir étudié la composition du carré d'un nombre contenant des dizaines et des unités. On exposera la théorie de la racine carrée des nombres entiers et des nombres décimaux, ainsi que la racine carrée d'une fraction ordinaire ; mais il est inutile de s'arrêter à calculer la racine d'un nombre à moins d'une fraction de la forme , comme , ; c'est un hors-d'œuvre dont on n'a aucun besoin dans la pratique.

On peut faire des observations analogues sur la racine cubique, sur laquelle il n'est pas d'ailleurs nécessaire d'insister beaucoup, attendu que c'est à l'aide des logarithmes que l'on calcule ordinairement cette racine.

20. Mais il y a un point sur lequel il noua paraît essentiel d'insister auprès des élèves-maîtres : nous voulons parler du choix et de la préparation des exemples donner dans les cours qu'ils seront chargés de faire. Tout le secret de cette préparation consiste dans l'emploi des opérations inverses. Si l'on veut, par exemple, préparer une division qui présente quelque circonstance particulière sur laquelle on veut appeler l'attention des élèves, il faut se donner le quotient et le diviseur ; on forme alors le dividende par multiplication, en ajoutant, si l'on veut, au produit, un nombre moindre que le diviseur, afin d'obtenir un reste.

Si l'on veut choisir des fractions dont la somme donne un nombre entier, on prendra un nombre entier, que l'on réduira en fraction, en prenant un dénominateur facilement décomposable en facteurs premiers on partagera ensuite le numérateur en parties ayant chacune, s'il est possible, des facteurs communs avec le dénominateur. Prenons, par exemple, le nombre 2, qui revient à ; on peut décomposer 36 en 7, 8, 9 et 12 ; on pourra donc prendre les fractions , , et qui reviennent à , , , et .

Si l'on veut préparer un exemple de règle de mélange, par exemple de blés de qualités différentes, on se donnera les prix des deux qualités à mélanger et le prix moyen ; et l'on prendra les nombres d'hectolitres des deux espèces de blé, dans le rapport inverse des différences entre les prix extrêmes et le prix moyen.

Si l'on veut préparer un exemple de racine carrée dans lequel la racine contienne un zéro, par exemple, 2,307, on se donnera cette racine, on l'élèvera au carré, et l'on ajoutera, si l'on veut obtenir un reste, un nombre inférieur ou tout au plus égal au double de la racine choisie.

C'est par de tels moyens qu'on fait naître à volonté les circonstances sur lesquelles on veut appeler l'attention des élèves ; et avec un peu d'exercice, on acquiert facilement l'habitude de ce mode de préparation.

Voir l'article *Arithmétique* dans la II^{e} Partie. [H. Sonnet]

DIVISION
H. Sonnet

Dictionnaire de pédagogie d'instruction primaire, Hachette, 1887.
Tome 1 de la deuxième partie, pages 603 à 606.

DIVISION. - Arithmétique, IX et X. -

1. - La division est une opération qui a pour but de partager un nombre donné en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans un autre nombre donné. Le nombre à partager s'appelle le *dividende* ; celui qui indique le nombre des parties à obtenir s'appelle le *diviseur* ; et le résultat de l'opération, c'est-à-dire l'une des parties demandées, porte le nom de *quotient*. Si, par exemple, on demande de partager 40 en 5 parties égales, auquel cas chacune des parties demandées sera 8, le nombre 40 sera le dividende, 5 le diviseur et 8 le quotient. On peut remarquer que si l'on répète l'une des parties trouvées, autant de fois qu'il y a de parties, on doit obtenir le nombre à partager ; ainsi, dans l'exemple ci-dessus, 5 fois 8 font bien 40. C'est ce qu'on exprime généralement en disant que *le dividende est le produit du quotient par le diviseur*.

Mais la même opération peut être présentée sous un autre point de vue. Puisque 40 contient 5 parties égales chacune à 8, et que 5 fais 8 est la même chose que 8 fois 5, on peut dire que l'opération a pour but de chercher combien de fois 5 est contenu dans 40, ou, en général combien de fois le diviseur est contenu dans le dividende ; le résultat, 8, exprimant ce nombre de fois, s'appelle *quotient* (du latin *quoties*, combien de fois). Sous ce point de vue, le *dividende est regardé comme le produit du diviseur par le quotient*.

Enfin, comme dans ces deux manières d'envisager la division, le dividende est un produit dont les deux facteurs sont le diviseur et le quotient ; on peut dire que la division a pour but, *étant donné un produit de deux facteurs*, appelé dividende, *et l'un de ses facteurs*, appelé diviseur, *de trouver l'autre facteur*, appelé *quotient*.

(Dans le cours élémentaire on pourra introduire l'idée de division en supposant qu'on ait à partager également entre des écoliers un certain nombre de billes, un certain nombre de noix, etc.)

Il n'arrive pas toujours que le dividende contienne un nombre exact de fois le diviseur ; le but de l'opération est alors de chercher le plus grand nombre de fois que le diviseur est contenu dans le dividende. Celui-ci n'est plus alors le produit exact du diviseur par le quotient ; mais il est égal à ce produit augmenté d'un certain *reste*, nécessairement moindre que le diviseur. Ainsi 43 étant le dividende et 5 le diviseur, le premier nombre contient le second 8 fois, plus un reste, qui est 3 ; et 43 est égal à 5 fois 8 augmenté de 3.

2. - Lorsque le diviseur n'a qu'un chiffre et que le dividende est moindre que 10 fois le diviseur, la table de multiplication fait connaître immédiatement le quotient. Soit, par exemple, à diviser 61 par 7. On suivra, dans la table, la colonne verticale qui commence par 7 ; on n'y trouvera pas le nombre 61, mais on verra que 61 est compris entre deux multiples consécutifs de 7, savoir 56 et 63. Or. 56 est dans la colonne horizontale qui commence par 8 ; c'est donc le produit de 7 par 8. On en conclut que 61 contient 8 fois 7, plus un reste qui est la différence entre 56 et 61, c'est-à-dire 5. Le quotient est donc 8 et le reste 5 ; et le dividende 61 est bien égal au produit du diviseur 7 par le quotient 8, augmenté du reste 3.

On verra de même qu'en divisant :	57	par	9,	on obtient quotient	pour	6	et reste	pour	3 ;
"	76	"	8,	"		9	"		4 ;
"	53	"	6,	"		8	"		5 ; etc.

3. - Supposons maintenant que le diviseur n'ait qu'un chiffre, mais que le dividende en ait plusieurs, et soit à diviser 3215 par 7. Le quotient aura plusieurs chiffres ; mais ses plus hautes unités seront des centaines, car un seul mille répété 7 fois donnerait un produit plus grand que le dividende. On aura donc les centaines du quotient en prenant la 7^e partie des 32 centaines du dividende, ce qui rentre dans le cas ci-dessus. On trouvera pour quotient 4 centaines, et il restera 4 centaines, qui, jointes aux dizaines du dividende, donneront 41 dizaines. On aura les dizaines du quotient en prenant la 7^e partie de ces 41 dizaines. On trouve pour quotient 5 dizaines ; et il reste 6 dizaines, qui, jointes aux 5 unités du dividende, donnent 65 unités. On prendra la 7^e partie de ces 65 unités ; ce qui donne 9 unités ; et il reste 2 unités. Le quotient total est donc 459, et le reste de l'opération est 2. –

Dans la pratique, on dispose l'opération comme ci-dessous :

3	2	1	5	7
2	8			459
	4	1		
	3	5		
		6	5	
		6	3	
			2	

Les nombres 32 centaines, 41 dizaines, 65 unités sont les *dividendes partiels* successivement employés ; les nombres 28 centaines, 35 dizaines, 63 unités sont les produits du diviseur 7 par les centaines, par les dizaines, et par les unités obtenus successivement au quotient. Le second dividende partiel 41 a été obtenu en retranchant 28 de 32 et en écrivant à côté du reste 4 centaines le chiffre 1 des dizaines du dividende. Le troisième dividende partiel 65 a été obtenu en retranchant 35 de 41, et en écrivant à côté du reste 6 dizaines le chiffre 5 des unités du dividende. Enfin le reste 2 de l'opération a été obtenu en retranchant 63 de 65.

Pour abréger l'écriture on se dispense ordinairement d'écrire les produits 28, 35, 63, et l'on opère les soustractions de tête. L'opération est alors disposée comme ci-dessous :

3	2	1	5	7
	4	1		459
		6	5	
			2	

et elle s'énonce comme il suit : le 7^e de 32 est 4, que j'écris au quotient ; 7 fois 4 font 28 ; de 32 reste 4 ; et je descends le chiffre 1 du dividende. Le 7^e de 41 est 5, que j'écris au quotient à la suite du 4 ; 7 fois 5 font 35 ; de 41 reste 6 ; et je descends le chiffre suivant du dividende. Le 7^e de 65 est 9 que j'écris au quotient à la suite de 5 ; 7 fois 9 font 63 ; de 65 reste 2.

4. - Il peut arriver que l'un des dividendes partiels ainsi obtenus soit plus petit que le diviseur ; cela indique que le quotient n'a pas d'unités de l'ordre de ce dividende partiel ; on met un zéro au quotient pour en tenir la place, et l'on abaisse le chiffre suivant du dividende pour former un nouveau dividende partiel de l'ordre immédiatement inférieur. Soit, par exemple, à diviser 3562 par 7.

3	5	6	2	7
3	5			508
	0	6		
		0		
		6	2	
		5	6	
			6	

ou

3	5	6	2	7
		6		508
		6	2	
			6	

Le 7^e des 35 centaines du dividende est 5 centaines, et il reste 0 ; à côté de ce zéro on descend le chiffre 6 du dividende, ce qui donne pour dividende partiel 6 dizaines ; ce dividende partiel étant moindre que le diviseur 7, cela indique que le quotient ne contient pas de dizaine ; on écrit 0 au quotient pour en tenir la place, et l'on abaisse le chiffre 2 du dividende, ce qui donne pour nouveau dividende partiel 62 unités. Le 7^e de 62 est 8, que l'on écrit au quotient ; et il reste 6 unités. On a figuré l'opération, d'abord en écrivant les produits des divers chiffres du quotient par le diviseur, et secondement en ne les écrivant pas.

5. - *Exercices et problèmes.*

Diviser	8543	par	9 ;	le quotient est	949	et le reste	2 ;
"	17621	"	8 ;	"	2203	"	0 ;
"	51697	"	6 ;	"	8616	"	1 ;
"	20039	"	5 ;	"	4007	"	4 ;
"	62216	"	8 ;	"	7777	"	0 ;

Partager 1242 fr. entre 9 personnes. (Part de chacune : 138 fr.).

En 365 jours combien y a-t-il de semaines ? Rép. : 52, et. il reste 1 jour.

Des porteurs portent respectivement 22 kilog., 29 kilo., 31 kilog., 18 kilog. et 25 kilo. ; quelle serait charge de chacun, si la charge totale était également répartie. Rép.: La charge totale est 125 kilogrammes ; dans l'hypothèse d'une égale répartition, chacun porterait le cinquième de cette charge, c'est-à-dire 25 kilogrammes.

6. - Nous supposerons maintenant que le diviseur ait un nombre de chiffres quelconque, mais que le dividende soit moindre que 10 fois le diviseur, ce qu'on reconnaîtra sur-le-champ en mettant par la pensée un zéro à la droite du diviseur. Et soit à diviser 3345 par 459. Le quotient n'ayant qu'un chiffre, on pourrait l'obtenir par tâtonnement en multipliant successivement le diviseur par 1, 2, 3, 4. etc., jusqu'à ce qu'on obtienne deux produits consécutifs comprenant entre eux le dividende ; le multiplicateur ayant donné le plus petit de ces deux produits serait le quotient demandé. Ainsi, dans l'exemple actuel, on trouvera que le dividende 3345 est compris entre 3213, produit du diviseur par 7, et 3672, produit du diviseur par 8. Le quotient demandé est donc 7, et le reste de l'opération est la différence entre 3213 et 3345, c'est-à-dire 132.

Mais on abrège le tâtonnement de la manière suivante. On considère les plus hautes unités du diviseur, ici 4 centaines, et les unités du même ordre du dividende, ici 33 centaines. On divise 33 par 4, le quotient 8 est le chiffre que l'on cherche, ou bien un chiffre trop fort.
Il ne peut pas être trop faible, car le produit des 4 centaines du diviseur par 3 serait plus grand à lui seul que le dividende ; mais il peut être trop fort à cause des centaines qui peuvent provenir de la multiplication des dizaines et des unités du diviseur pour le chiffre 8, et du reste de l'opération s'il y en a un.

Ici, on reconnaît que 8 est trop fort, on le diminue d'une unité, et le produit de 459 par 7 étant moindre que le dividende, on en conclut que 7 est le véritable chiffre du quotient. - On dispose l'opération comme plus haut :

$$\begin{array}{cccc|l} 3 & 3 & 4 & 5 & 459 \\ \cline{5-5} 3 & 2 & 1 & 3 & 7 \\ & 1 & 3 & 2 & \end{array}$$

7. - Supposons enfin que nous ayons à diviser l'un par l'autre deux nombres entiers quelconques, par exemple 270 186 par 365. La première chose à faire est de chercher combien le quotient aura de chiffres ; pour cela on suit la règle suivante : *on prend sur la gauche du dividende assez de chiffres pour former un nombre qui contienne le diviseur au moins, une fois, et moins de dix ; dans l'exemple actuel on voit qu'il faut en prendre quatre ; le chiffre 1, auquel on s'arrête ainsi, sera de l'ordre des plus hautes unités du quotient*. En effet, le quotient aura des centaines, puisqu'en partageant 2701 centaines en 365 parties égales on obtiendra au moins une centaine ; mais le quotient n'aura pas de mille, parce que 270 mille partagés en 365 parties égales ne pourrait donner un mille pour chacune d'elles. Le quotient aura donc trois chiffres.

On divisera donc d'abord les 2 701 centaines du dividende en 365 parties égales : c'est le cas du n° 6 ; on trouve pour quotient 7 centaines, et il reste 146 centaines qui valent 1460 dizaines ; en y ajoutant les 8 dizaines du dividende, on obtient 1468 dizaines qui forment un second dividende partiel. On divisera donc 1468 par 365 ; on trouve pour quotient 4 dizaines, et pour reste 8 dizaines qui valent 80 unités ; en y ajoutant les 6 unités du dividende, on obtient 86 unités qui forment le troisième dividende partiel. Ce dividende partiel étant moindre que le diviseur, cela indique que le quotient n'a pas d'unités simples ; on met donc un zéro au quotient pour en tenir la place. Le quotient cherché est donc 740, et le reste de l'opération est 86.

On dispose l'opération comme ci-dessous :

2	7	0	1	8	6	365
2	5	5	5			740
	1	4	6	8		
	1	4	6	0		
			8	6		

ou, simplement :

2	7	0	1	8	6	365
	1	4	6	8		740
			8	6		

8.- On peut énoncer de la manière suivante la règle générale de la division.

Écrivez le diviseur à la droite du dividende en les séparant par un trait ; tirez un trait sous le diviseur pour le séparer du quotient. Prenez sur la gauche du dividende assez de chiffres pour former un nombre qui contienne le diviseur au moins une fois et moins de dix fois ; vous aurez ainsi un premier, dividende partiel. Divisez (par la méthode du deuxième cas, n° 6) ce dividende partiel par le diviseur ; vous aurez le premier chiffre du quotient ; multipliez le diviseur par ce chiffre et retranchez le produit du dividende partiel. À côté du reste, abaissez le chiffre suivant du dividende ; vous aurez le second dividende partiel. Divisez ce second dividende partiel par le diviseur ; vous aurez le second chiffre du quotient. Multipliez le diviseur par ce second chiffre et retranchez le produit du second dividende partiel. À côté du reste, abaissez le chiffre suivant du dividende ; vous aurez le troisième dividende partiel. Opérez sur ce nouveau dividende partiel comme sur les précédents, et continuez ainsi jusqu'à ce que vous ayez épuisé les chiffres du dividende.

S'il arrive qu'un dividende partiel soit moindre, que le diviseur, mettez zéro au quotient, et abaissez le chiffre suivant du dividende pour former un nouveau dividende partiel.

9. - Pour faire la preuve de la division, il suffit de multiplier le diviseur par le quotient, et d'ajouter à ce produit le reste de l'opération ; la somme obtenue doit être égale au dividende.

On peut aussi faire la preuve par 9. (V. l'article *Diviseurs.*)

EXERCICES ET PROBLÈMES :

Diviser	369	par	17 ;	le quotient est	21	et le reste	42 ;
"	17 512 723	"	546 ;	"	32 074	"	319 ;
"	1 199 957	"	135 ;	"	8 888	"	79 ;
"	20 000	"	97 ;	"	206	"	18 ;
"	97 273	"	239 ;	"	407	"	0 ;

Partagez. une somme de 952 fr. entre 28 personnes. (Part de l'une d'elles : 34 fr.)

Combien 2856 heures font-elles de jours ? (Rép. : 119.)

Sachant que 213 mètres d'une étoffe ont coûté 3 621 fr., calculer de prix du mètre. (Rép. : 17.)

Un voyageur a fait 713 kilomètres en 31 jours en marchant d'une manière uniforme ; combien de kilomètres a-t-il faits par jour ? (Rép.: 23).

Dans une expérience, on a constaté que le son avait parcouru 15 300 mètres en 45 secondes ; quel espace a-t-il parcouru par seconde ? (Rép. : 340 mètres).

Combien 56 625 minutes font-elles de semaines, de jours et d'heures ? (Rép. : 5 semaines, 4 jours, 7 heures et 45 minutes).

On a recueilli 2500 fr., puis 850 fr., puis 4220 fr., puis encore 970 fr., puis enfin 1000 fr., à répartir entre 160 personnes ; quelle sera la part de chacun ? (Rép. : 90 fr.)

Un marchand qui avait 132 mèt. d'un certain drap, en a vendu 30 mèt. à 18 fr., puis 45 mèt. à 16 fr., puis encore 54 mèt. à 15 fr., et enfin le reste à 14 fr. Quel est le prix moyen du mètre ? (Rép.: 16 fr.)

10. - REMARQUES SUR LA DIVISION. - Lorsqu'on augmente le dividende, sans changer le diviseur, le quotient augmente. Lorsqu'on augmente le diviseur, sans changer le dividende, le quotient diminue.

Si l'on multiplie à la fois le dividende et le diviseur par un même nombre, le quotient ne change pas, mais le reste de la division est multiplié par ce nombre. Soit, par exemple, à diviser 33 899 par 529, ce qui donne pour quotient 64 et pour reste 43. On aura l'égalité

$$33\,899 = 529 \times 64 + 43.$$

On ne troublera pas l'égalité si l'on multiplie les deux membres par un même nombre, par 12, par exemple, pour fixer les idées. Et si l'on remarque que pour multiplier une somme on peut multiplier séparément ses parties, et que pour multiplier un produit il suffit de multiplier l'un de ses facteurs, on pourra écrire

$$33899 \times 12 = (529 \times 12) \times 61 + 43 \times 12.$$

Or cette nouvelle égalité exprime que si l'on divisait 33 899 × 12 par 5423 ×12, on obtiendrait pour quotient 64 et pour reste 43 × 12 ; ce qui démontre la proposition.

Si l'on divise à la fois le dividende et le diviseur par un même nombre, le quotient ne change pas, mais le reste est divisé par ce nombre. Soit à diviser 2264 par 64, ce qui donne pour quotient 35 et pour reste 24 ; on aura l'égalité

$$2264 = 64 \times 35 + 24.$$

On ne troublera pas l'égalité en divisant les deux membres par un nombre moindre, par 8, par exemple. Et si l'on remarque que pour diviser une somme par 8 on peut diviser par 8 chacune de ses parties, et que pour rendre un produit 8 fois moindre il suffit de rendre l'un de ses facteurs 8 fois moindre, on trouvera

$$283 = 8 \times 35 + 3.$$

Or cette égalité exprime que si l'on divise 283 par 8, on obtient pour quotient 35 et pour reste 3. Ceci démontre la proposition.

11. - On se sert de cette propriété pour simplifier la division quand le dividende et le diviseur sont terminés par des zéros. On peut, en effet, en supprimer un même nombre [de *zéros* - MD] au dividende et au diviseur, ce qui revient à les diviser par une même puissance de 10 ; le quotient ne change pas ; mais le reste est divisé par cette puissance de 10.

Soit, par exemple, à diviser 3640000 par 85000 ; on pourra diviser ces deux nombres par 1000, et opérer la division sur les nombres 3640 et 85, le quotient, qui est 42, n'aura pas changé. Mais on trouvera pour reste 70 au lieu de 70000 qu'on aurait eu en opérant sur les nombres proposés.

EXERCICES ET PROBLÈMES :

Diviser	24 700	par	600 ;
"	240	"	80 ;
"	3 610 000	"	190 000.

Une locomotive a parcouru 72 kilomètres en une heure, quel chemin a-t-elle parcouru en une seconde ? (En divisant 72 000 mètres. par 3600, on trouve 20 mètres.)

La distance de la terre au soleil est de 153 048 000 000 mètres et le rayon moyen du globe terrestre est de 6366 000 mètres ; combien de fois ce rayon est-il contenu dans la distance de la terre au soleil ? (Rép.: 24 041 fois, avec un reste de 9460 mètres.)

12. - On indique la division par le signe **:** placé entre le dividende et le diviseur. Ainsi 35 : 5 indique le quotient de 35 par 5, c'est-à-dire 7.

La même opération s'indique encore d'une autre manière ; on écrit le diviseur au-dessous du dividende en les séparant par un trait horizontal. Ainsi **Erreur !** a la même signification que 35 : 5 .

Cette seconde manière d'écrire le quotient est la seule en usage lorsqu'il s'agit d'opérations combinées. Si, par exemple, on veut diviser par 8 tous les termes de l'égalité considérée ci-dessus

$$2264 = 64 \times 35 + 24,$$

on écrira

$$\frac{2264}{8} = \frac{64 \times 35}{8} + \frac{24}{8} \ ,$$

ce qui revient à

$$283 = 8 \times 35 + 3,$$

comme ci-dessus.

PROBLÈMES

P. Leysenne*

Dictionnaire de pédagogie d'instruction primaire, Hachette, 1887.
Tome 2 de la première partie, pages 2440 à 2447.

PROBLÈMES. - Pendant longtemps, dans l'enseignement primaire, le mot de problèmes ne s'est appliqué qu'à l'arithmétique ; et encore aujourd'hui il y garde cette signification, lorsqu'il est employé seul et sans aucune désignation spéciale. Dans beaucoup d'écoles primaires, élémentaires ou supérieures, on résout maintenant des problèmes de géométrie, des problèmes d'algèbre, voire môme des problèmes de trigonométrie et de physique ; mais le problème par excellence, le problème, tout court, c'est encore le problème d'arithmétique.

En réalité, quoi qu'on fasse, c'est l'arithmétique qui fournira toujours à l'enseignement primaire le plus grand nombre d'exercices pratiques et usuels sur les grandeurs. On peut même dire que tous les exercices que cet enseignement emprunte à d'autres sciences se réduisent finalement à des calculs numériques, et par conséquent se rattachent très intimement à l'arithmétique.

Nous étudierons donc d'abord les problèmes d'arithmétique proprement dits, et nous verrons ensuite dans quelle mesure d'autres sciences peuvent fournir des problèmes à l'enseignement primaire.

I. PROBLÉMES D'ARITHMÉTIQUE. - Il y a deux choses à distinguer dans l'usage que l'on fait des problèmes à l'école primaire : d'abord le *choix* de ces problèmes, et en second lieu leur *mode de résolution*.

Choix des problèmes. - Les différentes sources auxquelles l'instituteur peut puiser pour sa consommation annuelle de problèmes sont de plusieurs sortes.

1° Ou l'instituteur tire ces problèmes de son cerveau et les compose de toutes pièces, au fur et à mesure de ses besoins ;

2° Ou il les prend dans un recueil qu'il s'est lentement composé lui-même, qu'il accroît et qu'il perfectionne chaque année ;

3° Ou il se sert dans un des nombreux recueils imprimés, répandus dans les écoles et composés à son usage ;

4° Ou enfin il a recours aux journaux pédagogiques, qui lui fournissent chaque semaine une abondante provision de problèmes inédits.

Pour bien juger du parti qu'on peut tirer de l'emploi exclusif de chacune de ces sources ou de leur emploi simultané, il faut bien établir d'abord les conditions que doivent remplir les problèmes donnés à l'école primaire.

L'arithmétique devant contribuer, même à l'école primaire, à l'éducation générale de l'esprit, tout exercice qui force l'enfant à réfléchir, à chercher, à comparer, à déduire, à juger, semble à ce titre être du domaine de l'enseignement primaire. C'est là, il nous semble, une grave illusion. Il ne faut pas perdre de vue que l'enseignement donné dans nos écoles primaires s'adresse aux masses profondes des populations scolaires rurales, vouées de très bonne heure au travail des champs, et aux enfants des classes ouvrières des villes, que réclament aussi dès l'âge le plus tendre l'atelier, la mine ou le comptoir. La loi dispense de toute fréquentation scolaire l'enfant âgé de treize ans ; elle l'autorise même à quitter l'école à

* Inspecteur général de l'enseignement primaire.

onze ans s'il a obtenu le certificat d'études primaires, et personne n'ignore combien peu d'élèves renoncent à ces bénéfices de la loi. La création récente des cours complémentaires et des écoles primaires supérieures retient bien déjà et retiendra bien plus encore à l'avenir les esprits les mieux doués dans les établissements scolaires ; mais les conditions mêmes de l'existence ramèneront toujours vers l'âge de douze ou treize ans l'immense majorité de nos écoliers au travail physique rémunérateur. Il faut donc tirer le meilleur parti possible de ces quelques années de l'enfance dont nous disposons, et nos programmes doivent avoir en vue l'acquisition la plus prompte et la plus solide des éléments indispensables de chaque science.

L'arithmétique ne peut pas faire exception. Avant tout, l'enfant doit savoir calculer sûrement et rapidement et résoudre toutes les questions pratiques qu'il peut être appelé à rencontrer sur sa route pendant sa vie. Tel est le caractère que doivent avoir les problèmes à l'école primaire ; et la marge est grande encore sans qu'on ait besoin de se jeter sur les curiosités de la science, sur les propriétés abstraites des nombres, sur les problèmes fantaisistes et compliqués à plaisir.

On peut maintenant examiner la question du choix des problèmes.

1° Si le maître prend l'habitude de dicter des problèmes qu'il compose au moment même de la leçon, il peut faire preuve par là, aux yeux de ses élèves, d'une grande facilité d'invention ; mais, outre qu'il peut céder trop complaisamment au vain plaisir de la faire constater, il s'expose et il expose ses élèves à des mécomptes très fâcheux. Les données du problème ainsi improvisé peuvent être incomplètes, ou trop nombreuses, ou contradictoires. Les résultats ne sont jamais des nombres simples, prévus, préparés d'avance, qui plaisent tant aux enfants, qui leur donnent confiance dans l'exactitude de leurs raisonnements et de leurs calculs, et dont on aurait grand tort de se priver systématiquement, surtout dans les débuts. Le mal est quelquefois plus grave encore. Si un maître n'a pas résolu d'avance le problème qu'il donne, s'il n'en a pas examiné toutes les faces, pesé toutes les difficultés, s'il n'a pas reconnu toutes les opérations auxquelles il donnera lieu, tous les principes sur lesquels l'élève devra s'appuyer, et sil n'a pas fait à ce sujet les observations nécessaires, qu'il ne s'étonne pas de voir sa classe arrêtée par un obstacle qu'elle n'a pu franchir, ou, ce qui est pis, le franchissant à tout prix, au mépris des règles et du bon sens, en lui apportant des solutions impossibles, extravagantes, en toute sûreté de conscience.

Ce sont là des dangers auxquels un bon maître ne doit jamais s'exposer. Si, pour y échapper, il n'improvise que des problèmes très simples et coulés toujours dans le même moule, sa classe languit et il n'obtient pas de progrès. Le problème dicté sans préparation doit donc être proscrit absolument de l'école primaire.

2° On voyait encore, il n'y a pas longtemps, de vieux instituteurs se servant d'un gros cahier écrit tout entier de leurs mains, tout plein de problèmes d'arithmétique, qu'ils avaient lentement amassés, recueillis de toutes parts, amendés, épurés, et quelquefois composés eux-mêmes. C'était pour eux un répertoire connu qu'ils ouvraient à la page voulue, et qui suffisait à tous les besoins de leur école.

L'excellence de ce recueil personnel et intime consiste dans la parfaite connaissance que le maître ne peut manquer d'avoir de tous les problèmes qu'il donne. S'il l'emploie depuis longtemps, il en connaît toutes les difficultés, toutes les solutions. S'il le confectionne, il étudie ces difficultés et ces solutions, et rien n'est plus profitable pour lui et pour ses élèves. L'idéal en ce genre serait qu'un tel recueil ne fût jamais terminé, qu'il fût constamment remanié, refondu, complété, et tenu au niveau des publications du même ordre. Dans ces conditions, c'est un auxiliaire très précieux dont on ne peut assez recommander l'usage. Le seul danger qu'on puisse craindre, c'est qu'il ne soit pas très exactement tenu à jour, ou que les additions n'y soient pas faites avec toute la mesure et tout le discernement désirables. Ce n'est pas, en effet, une tâche facile que de reconnaître, en ce point, la limite exacte qui sépare l'enseignement primaire de l'enseignement secondaire, d'écarter toutes les applications superflues ou nuisibles, de ne retenir que les aliments substantiels et sains, facilement assimilables par de jeunes intelligences ; et, si l'on peut espérer que les esprits les plus éclairés, les chercheurs obstinés arrivent à se créer pour eux-mêmes un excellent recueil de problèmes, il est difficile d'admettre que tous les membres du corps enseignant primaire aient à la fois assez de loisirs pour se livrer à un tel travail, la clairvoyance, la sagacité, l'esprit d'ordre et de suite qu'il réclame, et enfin le courage et la persévérance nécessaires pour le mener à bonne fin.

Il est donc impossible de faire de ce travail une obligation stricte à tous les maîtres. Ce serait trop déjà de le recommander d'une manière pressante. Il faut féliciter ceux qui réussissent dans cette voie, et en chercher une autre accessible à l'universalité du corps enseignant primaire.

3° Il existe aujourd'hui, pour venir en aide à ce corps enseignant, un grand nombre de recueils imprimés. Mais quelque soin, quelque conscience qu'y apportent leurs auteurs, il est très rare que ces recueils soient acceptés par les maîtres sans restrictions. II y a souvent, dans ce fait, beaucoup de la faute des auteurs, qui ont pu manquer d'habileté, un peu de celle des maîtres, qui jugent peut-être avec sévérité ou précipitation. Mais il y a surtout une raison inhérente à la nature des choses. Quel est l'homme qui peut se flatter de répondre, dans un seul livre, à tous les besoins d'une population scolaire nombreuse et variée comme celle de la France ? Il faut des problèmes pour tous les âges, pour tous. les niveaux intellectuels, pour les régions industrielles, pour les régions agricoles, pour les centres commerciaux. Il en faut qui se rapportent à toutes les industries, à toutes les cultures, à tous les produits du monde. Il en faut qui répondent aux exigences de tous les examens, et surtout aux idées personnelles de chaque maître... C'est à désespérer d'entreprendre une telle tâche ! Cependant il est bon, il est nécessaire qu'elle soit entreprise, et par un grand nombre d'auteurs. il y aura toujours bien un recueil qui s'approchera le plus de l'idéal que s'est fait un maître sur cette matière. Que ce maître adopte donc ce recueil, s'il figure d'ailleurs sur la liste réglementaire de son département. Il ne s'agira plus pour lui que de savoir s'en servir.

Si le maître se trouve en présence d'élèves qui ne puissent pas faire les frais de ce recueil, et que personne. ne puisse les faire pour eux, il se bornera à dicter les problèmes de son livre. Si tous les élèves ont le recueil entre les mains, il désignera ces problèmes par leurs numéros d'ordre. Mais, dans aucun cas, il ne faut s'astreindre à donner tous les problèmes d'un recueil, et dans l'ordre où ils se présentent, quelque gradation rationnelle que l'auteur ait essayé d'y introduire. Cet ordre ne peut être absolu, et il ne peut s'appliquer ni à toutes les écoles, ni à tous les élèves d'une classe quelconque. Si les problèmes déjà résolus ont été parfaitement compris, il faut négliger pour le moment tous ceux qui les suivent et qui sont analogues. Si, au contraire, une catégorie de problèmes n'a pas été bien saisie par la classe, il faut en donner d'autres pareils, n'y en eut-il plus dans le recueil : il appartient au maître d'en composer ou d'en chercher ailleurs. En général, il doit régler les transitions, les brusquer ou les allonger, suivant le mouvement général de la classe. Le recueil est un cadre, un programme. Il ne doit jamais être un guide suivi servilement.

4° Les journaux pédagogiques hebdomadaire remplacent souvent aujourd'hui les recueils de problèmes. Ce sont aussi des recueils dans leur genre, et des recueils très fournis, très touffus, très variés et toujours nouveaux. Si peu qu'ils soient bien composés et bien ordonnés, ce sont des auxiliaires précieux, commodes surtout. Le facteur de la poste apporte chaque dimanche la pâture de toute la semaine. On est rassuré sur ses moyens d'existence pendant huit jours. On y trouve de plus le plaisir de la nouveauté, de l'imprévu, auquel les instituteurs ne sont pas plus insensibles que les autres mortels, et aussi la solution toute faite à côté du texte. Reste à savoir combien de maîtres prennent le texte sans regarder la solution, et résolvent eux-mêmes le problème, le crayon ou la craie à la main. Il y en a assurément ; mais il est permis de croire que tous ne considèrent pas la solution qu'ils ont là sous la main comme devant servir seulement de contrôle à la leur ; et alors, on peut craindre que ce travail personnel, cette étude des difficultés, cette gradation dans les exercices, que nous avons considérés comme indispensables à un bon enseignement des applications de l'arithmétique, ne soient un peu sacrifiés, que les progrès de la classe n'en souffrent, et aussi la culture scientifique de l'esprit des élèves.

Les journaux pédagogiques offrent les mêmes dangers que les recueils, entre les mains des maîtres qui n'auraient pas le feu sacré de leur métier ; et même ces dangers s'aggravent de toute la facilité qu'on peut en tirer pour faire une classe sans aucune préparation. Ces journaux peuvent, au contraire, rendre de grands services, soit aux maîtres qui ont conservé l'habitude de recueillir de tous les côtés les problèmes qui leur paraissent les meilleurs et les mieux appropriés aux besoins de leur école, soit à ceux qui emploient un recueil imprimé,, mais qui éprouvent le besoin de le compléter et de lui infuser de temps en temps un sang nouveau. Toutefois, l'usage de ces journaux est très près de l'abus, et tout maître soucieux des intérêts de sa classe doit n'y puiser qu'avec réserve et réflexion.

Quoi qu'il en soit, et quelque origine qu'ait un problème, il faut chercher maintenant quelles qualités il doit avoir pour être du domaine de l'enseignement primaire.

Pour répondre à cette question, nous ne pouvons mieux faire que de transcrire le passage suivant de l'instruction spéciale sur l'application des programmes d'enseignement dans les écoles normales primaires (3 août 1881) :

« *... Le maître évitera avec soin de sortir de l'enseignement primaire et de traiter des questions d'ordre purement spéculatif. II devra se borner, conformément au programme, aux théories qui donnent lieu à des applications pratiques, ou qui sont nécessaires à l'enchaînement des propositions et à la rigueur des démonstrations. Enfin, il multipliera les exercices et les problèmes, en ayant soin de les choisir exclusivement parmi ceux qui se rapportent à la vie usuelle, au commerce, à l'industrie, aux arts et à l'agriculture.* »

Si ces instructions conviennent aux écoles normales, comme le pense l'administration supérieure, elles s'appliquent bien évidemment, à plus forte raison, aux écoles primaires, et il importe que tous les maîtres s'y renferment scrupuleusement.

Ils doivent donc éviter, par exemple, de donner des exercices ou problèmes sur les divers systèmes de numération, sur les propriétés des nombres, sur les caractères de divisibilité, sur les nombres premiers, sur le plus grand commun diviseur, sur les fractions irréductibles, sur les fractions périodiques, sur les rapports et les proportions, sur les racines carrées et cubiques, etc., en dehors des opérations mêmes qu'on a dû apprendre sur ces questions.

Les nombres employés dans les problèmes doivent rarement avoir quatre ou cinq chiffres, jamais dix, douze ou quinze, comme cela n'arrive que trop souvent.

Les fractions ordinaires qui entrent dans les problèmes doivent avoir à peine deux chiffres, rarement trois, à leurs deux termes.

Les additions peuvent être longues, parce qu'on en rencontre beaucoup de telles dans la pratique mais chaque nombre doit avoir peu de chiffres.

Les soustractions, les multiplications et les divisions doivent toujours être simples et courtes, comme elles le sont dans le monde des affaires, sauf à les renouveler fréquemment.

Il faut donner beaucoup de problèmes sur les fractions ordinaires, mais les contrôler avec le plus grand soin, car souvent ils sont bizarres et très peu pratiques. C'est là que la fantaisie se donne le plus librement carrière, et jamais commerçant ne connut les combinaisons qu'on lui prête si témérairement. Dans la plupart des recueils, il y a bien au moins la moitié des problèmes sur les fractions qui n'ont aucun caractère pratique.

Il faut donner encore plus de problèmes sur le système métrique, et particulièrement sur la mesure des surfaces et des volumes, sur les poids et les densités des corps. C'est là une mine inépuisable, où l'on peut faire indéfiniment des emprunts aux opérations commerciales, industrielles ou agricoles. Mais il faut se garder d'accoupler des unités qui s'excluent dans la vie réelle, par la disproportion de leurs valeurs, comme des kilomètres et des millimètres, des mètres cubes et des centimètres cubes, des tonnes et des milligrammes, défaut fréquent dans un grand nombre d'écoles.

Les problèmes les plus usuels sont ensuite : les règles de trois en général, les problèmes d'intérêt, d'escompte, de rente, les problèmes sur les actions et les obligations, sur les assurances, les partages proportionnels, les répartitions, les questions si variées du tant pour cent.

Il faut user avec modération des problèmes de règles de trois sur les ouvriers, qui ne répondent à rien de réel, des problèmes sur les échéances communes, qui ne sont guère employés que dans la comptabilité des banques, sur l'escompte rationnel, qui n'est usité nulle part, sur les mélanges, qui sont presque toujours des opérations frauduleuses, sur les alliages, qui ne s'opèrent que chez les orfèvres et à la Monnaie de Paris. Mais le champ est vaste encore, et les questions de banque, de bourse, de finances, d'impôts, de participation dans les sociétés industrielles ou de crédit, peuvent fournir une abondante récolte de problèmes.

L'important, d'ailleurs, n'est pas de multiplier indéfiniment dans une classe le nombre des problèmes. Mieux vaut en faire un bon choix, bien raisonné, embrassant à peu près toutes les combinaisons usuelles de chiffres et d'opérations, et s'en tenir là. Si les élèves parviennent à se les assimiler parfaitement, nul doute qu'ils résoudront au besoin, en dehors de leurs classes, tous ceux qui pourront leur être présentés, soit dans un examen, soit dans un atelier, soit dans un comptoir.

Mode de résolution des problèmes. - Les problèmes d'arithmétique, même restreints dans les limites que nous venons de fixer, sont encore si nombreux et se présentent sous des aspects si variés qu'on ne peut guère donner, pour leur résolution, des conseils et des règles qui s'appliquent à tous.

Toutefois, on peut remarquer que les problèmes les plus compliqués se ramènent à des problèmes simples, élémentaires, qu'il suffit de dégager de l'énoncé les uns après les autres. Il importe donc, avant tout, que les élèves résolvent facilement ces problèmes types et fondamentaux.

La première condition à remplir est de connaître exactement les différentes règles du calcul et les définitions des opérations.

L'addition et la soustraction des nombres entiers, fractionnaires ou décimaux, n'embarrassent guère les élèves. Mais la multiplication des fractions les trouble longtemps, et la division encore plus. Ils ont tous appris la définition de la multiplication, mais ils ne reconnaissent pas cette opération dans un problème sur les fractions, et s'ils ont à prendre les 3/5 d'un nombre, ils en prendront le 5e, puis répéteront le résultat 3 fois ; et cela pendant des années entières, sans se douter que cette double opération porte un nom, que le résultat s'obtient par une règle très connue d'eux-mêmes, et qu'il ne faut pas reproduire à satiété le raisonnement qui a servi à l'établir.

Pour la division, c'est pis encore. Ils ne la reconnaissent à peu près jamais. S'ils sont arrivés, par exemple, à trouver que les 3/5 du nombre qu'ils cherchent égalent 12, ils ne voient pas que ce nombre est le quotient de 12 par 3/5. Mais, oubliant toute définition et toute règle pratique, ils diront invariablement : puisque les 3/5 du nombre cherché égalent 12, 1/5 de ce nombre égalera 3 fois moins, ou $\frac{12}{3}$, et les $\frac{5}{5}$ de ce nombre, ou ce nombre lui-même, égalera $\frac{12\times5}{3}$ =20. Et encore oublient-ils souvent des mots essentiels dans ce raisonnement; car il n'est pas rare de leur entendre dire et de leur voir écrire : $\frac{1}{5} = \frac{12}{3}$, et $\frac{5}{5} = \frac{12\times5}{3}$, ce qui est de l'incorrection la plus condamnable.

Si je signale d'abord ce laisser-aller dans les procédés appliqués à la résolution des problèmes, c'est qu'il pèse d'un grand poids sur notre enseignement primaire, et qu'il est l'indice et même la source de plusieurs autres abus qui nuisent à la vue claire des choses, en matière de problèmes. Le mécanisme et la formule remplacent quelquefois le raisonnement réfléchi.

Si, par exemple on propose à un enfant de chercher le prix de 25 objets en lui disant que 100 de ces objets ont coûté 48 francs, il ne manquera pas de dire : puisque 100 objets ont coûté 48 francs, un objet coûtera 100 fois moins ou $\frac{48}{100}$, et 25 objets coûteront 25 fois plus, ou $\frac{48 \times 25}{100}$, et il ne lui viendra pas à la pensée que 25 et 100 forment la fraction 25/100, ou 1/4, que par conséquent 25 objets coûteront les 25/100 ou le quart de 48 francs. Le rapport des deux nombres d'objets ne sera pas toujours aussi simple ; mais quand il s'agirait de 23 objets, ne pourrait-on pas lui montrer que le prix cherché est les 23/100 de 48 francs, et lui faire appliquer immédiatement la règle de la multiplication ? Ne devrait-on pas l'habituer à écrire $48 \text{ fr.} \times \frac{23}{100}$? car pour lui les expressions $\frac{48}{100}$ et $\frac{48 \times 23}{100}$, dépourvues le plus souvent de l'initiale du mot franc, n'ont aucune signification. Ce sont des symboles qu'il écrit par habitude et machinalement. Il est à craindre que ces habitudes ne nuisent au développement régulier de l'intelligence de l'enfant.

La méthode dite de réduction à l'unité peut rendre de grands services à l'enseignement primaire, et nous n'en méconnaissons pas la valeur lorsqu'elle est appliquée à propos ; mais n'en fait-on pas un abus dangereux quand on l'applique aux problèmes les plus simples, qui n'exigent que l'application de l'une des quatre règles fondamentales ? Par exemple, si on propose à un enfant cette question : *Un ouvrier est chargé de transporter 30 mètres cubes de terre, et son tombereau contient 1 mètre cube 1/2,* au lieu de lui faire dire simplement qu'il faudra autant de voyages que le nombre 1 mètre cube 1/2 est contenu de fois dans 80 mètres cubes, ou 30 : $\frac{3}{2}$ = $\frac{30 \times 2}{3}$ = 20 voyages, lui permettra-t-on de dire : pour $\frac{3}{2}$ mètres cubes, il faudrait un voyage; pour 1/2 mètre cube il faudrait 1/3 de voyage; pour 1 mètre cube il faudrait 2/3 de voyage, et pour 30 mètres cubes, il faudrait 30 fois plus de voyages, ou $\frac{2 \times 30}{3}$ = 20 voyages ? Qu'est-ce qu'un tiers de voyage pour transporter 1/2 mètre cube de terre, et 2/3 de voyage pour en transporter 1 mètre cube ? Voilà cependant ce qui se dit couramment dans bien des écoles.

Il faut donc, avant tout, débarrasser la résolution des problèmes de ces marches lentes, pénibles et anti-rationnelles.

En second lieu, il ne faut pas laisser croire aux enfants qu'ils font un raisonnement, lorsqu'ils écrivent le tableau des opérations que comporte un problème. Un raisonnement suppose des phrases, et des phrases qui s'enchaînent, qui expriment des idées liées entre elles. Or, ce n'est pas faire un raisonnement que d'écrire sur plusieurs lignes :

Nombre de mètres	20 × 3 =60
Nombre de francs	60 × 5 =300
Nombre de personnes	$\frac{300}{15} = 20$

Ce n'est pas raisonner davantage que de dire : Pour faire ce problème, il faut multiplier 20 par 3, ensuite multiplier 60 par 5, et après diviser 300 par 15. Il faut toujours faire raisonner un problème en entier, de vive voix, par un ou plusieurs élèves. Leurs cahiers pourront d'ailleurs ne contenir que le tableau des calculs et les calculs eux-mêmes.

Un troisième conseil à donner aux maîtres, c'est de ne pas donner à résoudre des problèmes entièrement nouveaux à des élèves abandonnés à eux-mêmes. Il faut que le maître et les élèves les cherchent et les trouvent ensemble. C'est là un art délicat, mais qui caractérise essentiellement le bon maître ; et celui-là excelle en cet art, qui parvient à faire trouver les solutions des problèmes à ses élèves, ou qui les laisse dans la conviction, ce qui revient au même pour l'effet à produire, que ce sont bien eux qui les ont trouvées. Il devra ensuite leur laisser le plaisir d'en trouver un certain nombre de même espèce, en y introduisant graduellement quelques difficultés nouvelles. Il passera ensuite à des exercices plus compliqués ou d'un autre ordre, en suivant la même méthode. De temps en temps il donnera des problèmes de récapitulation.

On ne saurait trop exciter de bonne heure chez l'enfant la confiance en ses propres forces, et rien n'est plus propre à lui inspirer cette confiance que la satisfaction qu'il éprouve à réussir ses problèmes au prix de quelques efforts. Mais il faut éviter avec soin que des efforts consciencieux de sa part restent trop souvent, ou seulement plusieurs fois de suite, sans résultats. Car, dans ce cas, l'enfant se dépite, trouve l'arithmétique trop difficile, n'y prend plus d'intérêt, et n'en écoute plus les leçons qu'avec indifférence. II y a même un autre danger à craindre, moins apparent pour un maître peu clairvoyant, mais peut-être plus grave, c'est que des élèves, découragés par l'inutilité de leurs efforts, cherchent à tromper leur maître en lui donnant, comme venant d'eux, des solutions copiées sur les cahiers de camarades plus forts ou plus anciens dans la classe. La disproportion si grande qui existe quelquefois entre les aptitudes apparentes des premiers élèves d'une classe et celles des derniers n'a souvent pas d'autre cause.

Si un instituteur est parvenu à donner à ses élèves, par de bonnes définitions, une idée très exacte et très juste des différentes opérations fondamentales ; s'il leur a appris à utiliser ces définitions dans la résolution de leurs problèmes ; s'il a proscrit l'emploi à outrance de la réduction à l'unité dans les problèmes simples, où elle est inutile ou nuisible ; s'il leur fait rendre compte d'un problème, en les obligeant à donner, en phrases correctes et complètes, la raison de chaque opération partielle ; s'il les guide avec soin dans la recherche en commun de tout problème d'un genre nouveau ; s'il ne leur donne jamais à chercher des problèmes au-dessus de leurs forces : cet instituteur a déjà accompli la plus grande partie de sa tâche. Les problèmes les plus compliqués n'offriront pas à ses élèves beaucoup plus de difficultés que les plus simples, parce qu'ils viendront à leur heure, et découleront tout naturellement des connaissances antérieurement acquises.

La difficulté d'un problème vient ordinairement de la longueur de l'énoncé, et des rapports multiples qui existent entre les grandeurs proposées et les grandeurs cherchées.

Le premier soin que l'on doit avoir, en face d'un problème à résoudre, est donc de le lire très attentivement, et plusieurs fois de suite, si c'est nécessaire. Cette recommandation n'est pas banale, et elle vise un défaut très général, que l'on ne saurait trop combattre. Cette lecture attentive permettra de découvrir les rapports qui lient entre elles toutes les grandeurs du problème et de reconnaître les problèmes élémentaires qui y sont contenus et l'ordre dans lequel ils doivent être abordés.

Il resterait à donner des méthodes sûres pour résoudre les problèmes élémentaires ; mais ces méthodes ne peuvent guère être expliquées que sur des exemples. D'ailleurs, le plus souvent, elles sortent assez naturellement du sujet, et maîtres et élèves les découvrent assez aisément. Il y a seulement deux points, en dehors des remarques qui précèdent, sur lesquels l'accord n'est pas unanime, et qui peuvent cependant exercer une influence capitale sur renseignement de l'arithmétique à l'école primaire.

Et d'abord, disons-le tout de suite, les membres du corps enseignant primaire redoutent d'introduire dans leurs écoles la notion de rapport et l'idée de proportionnalité. Ces deux mots les effraient, et j'avoue que cet effroi serait légitime, s'il pouvait être question de développer devant des enfants la théorie complète des rapports et des proportions, et de leur en faire faire l'application à la résolution des problèmes ; mais autant il faut se garder de cet excès, autant il me paraît indispensable, dès que les enfants ont étudié la division et les fractions, de leur montrer le rôle que jouent dans maint problème les quotients ou les fractions formées par les nombres donnés. Si l'on craint d'effaroucher l'enfant par le mot de rapport, qu'on le supprime, mais qu'on conserve la chose. Aussi bien on ne peut pas l'écarter ; il semble seulement qu'on évite de la faire remarquer, lorsqu'elle est là, sous les yeux de l'enfant, et qu'il suffirait de la lui montrer.

Supposons qu'on cherche, avec un enfant, l'intérêt de 480 francs, à 5%, pendant sept mois. Pourquoi ne lui dirait-on pas : Puisque l'intérêt de 100 francs, pendant un an, est de 5 francs, l'intérêt de 480 francs sera autant de fois 5 francs que 100 francs est contenu de fois dans 480 francs, ou $5\,\text{francs} \times \frac{480}{100}$? Mais cet argent n'est placé que pendant 7 mois, ou les 7/12 de l'année, donc l'intérêt ne sera que les 7/12 du résultat précédent, ou $5\,\text{francs} \times \frac{480}{100} \times \frac{7}{12}$.

N'y a-t-il pas un intérêt de logique à montrer à l'enfant que les 5 francs d'intérêt se sont modifiés avec le capital, qu'ils deviennent, en même temps que lui, 2, 3, 4 fois plus grands, qu'ils deviennent, dans notre exemple, les 480 centièmes de ce qu'ils étaient d'abord, et ensuite qu'ils se réduisent aux 7/12 de leur nouvelle valeur, parce que le temps du placement n'est que les 7/12 de l'année?

J'admets même qu'on ait procédé par la méthode de réduction à l'unité, et qu'on ait obtenu le résultat sous la forme suivante :

$$\frac{5 \mathit{francs} \times 480 \times 7}{100 \times 12}$$

N'est-il pas absolument indispensable de montrer aux enfants que ces nombres ne sont pas placés ainsi au hasard, que dans les mêmes circonstances ils occupent toujours la même place, que cette place est facile à trouver logiquement, et non pas seulement mécaniquement, parce qu'elle tient à la nature des choses, et à la proportionnalité des grandeurs considérées

La proportionnalité des grandeurs ! Mais il n'y a que cela dans l'arithmétique appliquée. On en fait dès le cours élémentaire. Les problèmes les plus simples en sont imprégnés. Le prix de tout ce qui se paie est proportionnel ou à une longueur, ou à une surface, ou à un volume, ou à un poids, ou à un temps, etc., etc. Quand on dit que l'intérêt de 1 franc est 100 fois moindre que l'intérêt de 100 francs, on fait de la proportionnalité. On en fait encore quand on dit que l'intérêt de 480 francs est 480 fois plus grand que l'intérêt de 1 franc. Pourquoi donc ne dirait-on pas tout de suite que l'intérêt de 400 francs, de 500 francs, est 4 fois, 5 fois plus grand que celui de 100 francs, et que celui de 480 francs est les 480 centièmes de celui de 100 francs ?

Je crois donc que les maîtres devraient s'attacher, sans même changer leurs méthodes, à mettre toujours en évidence, dans le cours de la résolution d'un problème, et surtout dans le résultat final, le rôle que jouent les grandeurs qui y entrent, particulièrement lorsque ce rôle se manifeste sous la forme de rapport.

Le second point sur lequel l'accord n'est pas encore fait entre les membres du corps enseignant primaire, c'est l'application des procédés élémentaires de l'algèbre à la résolution des problèmes d'arithmétique. Pour beaucoup d'entre eux, la question n'est même pas posée, et le mot seul risque de les effrayer. En effet, l'algèbre a toujours passé pour être du domaine de l'enseignement secondaire, et la plupart des instituteurs, surtout ceux qui ont déjà un certain âge, n'ont pas été élevés avec la pensée qu'ils auraient un jour à enseigner l'algèbre. Aussi leurs études ne se sont-elles pas portées de ce côté-là, et ils redouteraient aujourd'hui d'avoir à y ajouter ce complément. Qu'ils se rassurent. Il ne s'agit nullement d'introduire dans l'enseignement primaire l'étude de l'algèbre proprement dite, science très vaste, dont les limites se confondent avec celles des sciences mathématiques elles-mêmes, mais seulement de lui emprunter, quelques procédés élémentaires, tout à fait à la portée des enfants de nos écoles, faciles à comprendre, faciles à appliquer, et qui abrégeraient singulièrement leur tâche journalière.

Quelques bons esprits paraissent redouter pour l'enfant la facilité même que l'algèbre apporterait dans la résolution de ses problèmes. L'effort serait diminué et les ressorts de l'intelligence en seraient affaiblis. Assurément ce reproche serait grave, s'il était mérité ; car il faut éviter dé détendre les ressorts de l'intelligence, à tout âge. Mais l'algèbre, loin de supprimer toute l'activité de l'esprit, lui donne un nouvel aiguillon, sous une forme doublement attrayante, par son mécanisme ingénieux, qui fait le bonheur des enfants, et par l'espoir, rarement déçu, qu'il leur donne de trouver les solutions cherchées. Il est certain que dans un grand nombre de questions, où l'esprit des enfants suit péniblement des raisonnements longs et embarrassés, l'application de l'algèbre lèverait immédiatement toute difficulté. N'est-ce rien qu'un tel avantage ? Et y a-t-il vraiment un grand danger à se servir d'un instrument commode, d'un outil facile à manier? Ne restera-t-il pas encore aux enfants assez d'efforts à faire, même dans l'étude de l'arithmétique? Ne pourra-t-on pas d'ailleurs revenir toujours sur les raisonnements qu'on jugera propres à exercer leur sagacité et leur jugement? La comparaison même des deux méthodes ne contribuera-t-elle pas à cette culture de l'esprit qu'on craint de compromettre par l'algèbre ?

On oublie trop d'ailleurs que les programmes de l'enseignement primaire vont chaque jour grossissant, qu'il faut que l'enfant apprenne aujourd'hui beaucoup et vite. A-t-on le droit de le priver d'un moyen d'acquérir en peu de temps l'art si nécessaire de résoudre tous les problèmes pratiques de l'arithmétique, sous le prétexte que le procédé est nouveau ou qu'il appartient à une autre science?

Nous ne pouvons nous empêcher ; dans l'intérêt de cette cause, de signaler un fait bien significatif. Dans les examens du brevet de capacité, les membres des commissions, avant de corriger les problèmes d'arithmétique, en cherchent naturellement d'abord les solutions. Or, neuf fois sur dix, leur premier mouvement est de les résoudre par l'algèbre. La solution arithmétique leur est même souvent indiquée par la solution algébrique, et il n'est pas rare que la première soit la reproduction exacte de la seconde, moins l'emploi des signes et la simplicité du langage.

Il nous reste à montrer, par quelques exemples, les avantages qu'on peut retirer des procédés élémentaires de l'algèbre.

Voici d'abord l'application la plus générale qu'on pourrait en faire à l'école primaire.

Soit le problème suivant : *Un champ rectangulaire, de 300 mètres de long sur 180 mètres de large, produit 15 hectolitres de blé par hectare. Ce blé pèse 80 kilogrammes l'hectolitre et se vend 25 francs le quintal. Quel est le revenu brut de la récolte de ce champ* ?
Une suite de raisonnements très simples nous conduit au résultat suivant :

$$x = \frac{300\times180\times15\times80\times25}{10000\times100} = 1620 \text{ francs.}$$

Or, ce problème contient cinq quantités, qui pourraient être prises à leur tour pour inconnues,

ce qui donnerait lieu à cinq autres problèmes. Si on s'en tient aux procédés de l'arithmétique, chaque problème nouveau exige des raisonnements nouveaux, qui sans offrir de bien grandes difficultés, peuvent embarrasser les enfants et surtout les lasser. Tandis que si on a représenté par x la quantité cherchée, quelle qu'elle soit, on pourra répéter identiquement le même raisonnement, et on aura, à chaque fois, une équation, d'où il sera facile de tirer l'inconnue.
Si, par exemple, c'est la longueur du champ qui est inconnue, l'équation du problème sera :

$$\frac{x \times 180 \times 15 \times 80 \times 25}{10000 \times 100} = 1620 \text{ francs}$$

d'où :

$$x = \frac{1620 \times 10000 \times 100}{180 \times 15 \times 80 \times 25} = 300 \text{ mètres.}$$

Si l'inconnue est le poids de l'hectolitre de blé, l'équation du problème sera :

$$\frac{300 \times 180 \times 15 \times x \times 25}{10000 \times 100} = 1620 \text{ francs}$$

d'où

$$x = \frac{1620 \times 10000 \times 100}{300 \times 180 \times 15 \times 25} = 80 \text{ francs.}$$

Et ainsi de suite.

L'artifice, facile à faire comprendre aux enfants, consiste simplement à représenter toujours l'inconnue par x, à la considérer comme une quantité connue, et à exprimer par une égalité les relations qui existent entre toutes les quantités du problème. Dans les problèmes à donner aux enfants, ces relations sont toujours simples, et l'équation qui en résulte est d'une résolution facile. Quelques exemples bien gradués fourniront l'occasion de donner et d'expliquer les règles de cette résolution.

L'emploi des procédés algébriques aura bien d'autres avantages. Il simplifiera singulièrement le langage dans certains problèmes, d'ailleurs faciles, mais qu'on ne parvient à expliquer que péniblement, et à grand renfort de phrases embarrassées.
Supposons qu'on ait à partager une somme de 1100 francs entre trois personnes, de manière que la deuxième ait 100 francs de plus que la première et là troisième 60 francs de plus que la deuxième.

Dans la solution arithmétique, on rapporte toutes les parts à la première, et l'on reconnaît que les trois parts valent trois fois la première, plus 260 francs ; d'où on tire, que la première vaut = 280 francs. Sans doute un enfant peut se tirer de ces explications ; mais combien le raisonnement, qui au fond est le même, se présente-t-il plus clairement, si on représente par x la première part. La deuxième devient $x + 100$ et la troisième $x + 100 + :60$, de sorte qu'on a l'équation :

$$3x+260 =1100$$

d'où

$$x = \frac{1100-260}{3} = 280 \text{ francs.}$$

L'algèbre permettra surtout aux enfants de résoudre, comme en se jouant, des problèmes qu'ils ne sauraient pas seulement par où entamer, s'ils étaient livrés à eux-mêmes, sans maître, sans camarades, sans livres et sans cahier. En voici un exemple :

Un père a 40 ans, et son fils en a 10. Dans combien de temps l'âge du père ne sera-t-il plus que le triple de l'âge du fils

Par l'arithmétique, on remarque que la différence des deux âges est de 30 ans, et qu'elle sera toujours la même. Donc, à l'époque cherchée, cette différence sera le double de l'âge du fils ; par suite le fils aura 15 ans. Donc la condition demandée aura lieu dans 5 ans.

Ce raisonnement est assurément court et simple, et cependant très peu d'élèves, livrés à eux-mêmes parmi les plus intelligents, sont capables de le découvrir. C'est qu'il faut songer à la différence des âges qui n'est pas énoncée dans le problème, et à la constance de cette différence qui, pour être évidente, n'en peut pas moins échapper à un enfant. La solution algébrique supprime cette double difficulté. Le temps cherché étant représenté par x, on a immédiatement l'équation :

$$40+ x = 3\ (10+x)$$

d'où l'on tire :

$$x=5$$

Tous les problèmes sur les fontaines et sur les bassins à remplir ou à vider, les problèmes sur les courriers, les mobiles, les trains de chemins de fer, les problèmes d'intérêt, les problèmes d'alliage, les problèmes de partages, sous toutes sortes de conditions, se résolvent par l'algèbre sans aucun effort.

On pourra aussi résoudre par l'algèbre, avec la dernière facilité, des problèmes à deux inconnues.

Quoi de plus commode, par exemple, et de plus élégant, que la solution par l'algèbre de la question qui consiste à trouver deux nombres, connaissant leur somme et leur différence? On a deux équations :

$$x+ y = s$$
$$x - y = d$$

d'où

$$2x= s + d$$

et

$$x = \frac{s+d}{2}$$

On trouve de même :

$$y = \frac{s-d}{2}$$

Et l'on voit clairement que l'un des deux nombres cherchés est la demi-somme des deux nombres donnés, et que l'autre en est la demi-différence. Ce procédé d'élimination, par addition et soustraction, s'étend à un grand nombre de problèmes ; car on peut toujours ramener les deux coefficients d'une même inconnue à être égaux.

Soit à résoudre ce problème : *Le contenu d'une demi-pièce de vin de 110 litres est tiré dans 138 bouteilles renfermant les unes 5/6 de litre, les autres 3/4 de litre. Combien y a-t-il de bouteilles de chaque espèce* ?

On a immédiatement les deux équations :

$$x+y =138$$
$$\frac{5x}{6} + \frac{3y}{4} =110$$

En chassant les dénominateurs, la seconde devient :

$$10x + 9y =1320.$$

Or, en multipliant par 10 tous les termes de la première, elle devient :

$$10x + 10y =1380.$$

En retranchant maintenant l'une de l'autre, on a $y = 60$, et, par suite, $x =78$.

Ces équations à deux inconnues, ainsi résolues, permettent d'abandonner cette ancienne méthode de résolution des problèmes, dite de fausse position, beaucoup trop employée encore aujourd'hui, et qui n'a aucune valeur scientifique.

Soit, par exemple, à faire la somme de 184 francs avec 47 pièces de monnaie, les unes de 5 francs et les autres de 2 francs.

Si on ne veut pas se servir des notations et des procédés algébriques, on en est réduit à procéder par tâtonnements. On suppose, ou bien que toutes les pièces sont de 2 francs, par exemple, ou bien qu'un certain nombre, d'ailleurs arbitraire, sont de 2 francs. On fait le compte. On constate une différence, une erreur ; et de la valeur même de cette erreur, on tire un moyen de la corriger. N'est-ce pas là un procédé barbare ? Il n'est pas d'ailleurs toujours rigoureux, et il y aurait quelquefois lieu de démontrer la proportionnalité sur laquelle on s'appuie pour faire la correction de l'erreur première.

Par l'algèbre, toute difficulté est supprimée. On a les deux équations :

$$x+y=47$$
$$5x+2y=184$$

La première devient : $2x+2y=94$
Et, par soustraction, on obtient : $3x=90$, et $x=30$.

Il serait difficile de passer en revue tous les avantages que l'enseignement primaire peut tirer de cet usage discret des procédés élémentaires de l'algèbre. Nous pensons cependant en avoir assez dit pour les faire entrevoir. La moindre tentative faite par un instituteur dans cette voie l'aura bientôt convaincu mieux que tous nos arguments ; et, s'il gardait encore quelques craintes sur les dangers d'une méthode qui facilite trop le travail intellectuel des enfants, rien ne l'empêcherait de faire taire ses scrupules, en invitant ses élèves, aussi souvent qu'il le jugerait à propos, à chercher aussi les solutions purement arithmétiques de leurs problèmes.

II. PROBLÈMES D'ALGÈBRE, DE GÉOMETRIE, DE TRIGONOMÉTRIE, DE PHYSIQUE, etc. - Les considérations qui précèdent indiquent assez dans quelle mesure l'enseignement primaire peut emprunter des problèmes à d'autres sciences.

L'algèbre ne devant s'y introduire que par ses procédés les plus élémentaires, il serait tout à fait inopportun de donner, dans les écoles élémentaires, des exercices sur la multiplication et la division algébriques, sur les équations du 1er degré à plusieurs inconnues, sur celles du 2^{e} degré à une inconnue, sur les équations littérales, sur l'interprétation dos solutions négatives, ni aucun problème numérique qui exige des transformations de calcul ou des opérations un peu compliquées. Toutes ces questions doivent être réservées pour les écoles normales et les premières divisions des écoles primaires supérieures. Des programmes précis ont même posé des limites assez étroites à l'étude de l'algèbre dans ces écoles.

La géométrie se rattache à l'enseignement des écoles primaires par le système métrique et la mesure des surfaces et des volumes. Dans ce cadre, on ne peut assez proposer de problèmes aux élèves, et jamais ils ne sauront trop bien déterminer les éléments d'un solide ou d'une surface. Mais pour cela il suffit qu'ils sachent calculer et qu'ils aient dans leur mémoire les règles, les formules qu'ils doivent appliquer. Sans doute il ne serait pas mauvais qu'ils fussent en état de se rendre compte de toutes ces formules, mieux encore qu'ils pussent les retrouver par le raisonnement ; mais alors ils devraient étudier la géométrie tout entière, car les propositions s'enchaînent avec une telle rigueur, et dépendent tellement les unes des autres, qu'il y en a bien peu à supprimer. Or, cette étude complète est manifestement impossible, comme étant hors de la portée des élèves de nos écoles élémentaires.

On pourrait autoriser les maîtres à donner à leurs meilleurs élèves quelques notions raisonnées sur les triangles, les parallèles, le cercle, la mesure des angles, la similitude, le carré de l'hypoténuse, et quelques-unes de ses conséquences ; mais combien la ligne de démarcation est difficile à tenir entre ce qui est possible ou utile et ce qui ne l'est pas ! On le voit assez à l'étrange abus qui est fait, dans beaucoup d'écoles élémentaires, des problèmes graphiques, des problèmes de géométrie pure, des lieux géométriques, empruntés à des ouvrages destinés à l'enseignement secondaire, ou extraits de cahiers rapportés de l'école normale. On ne saurait assez s'élever contre le danger de ces exercices, où, à l'insu de beaucoup de maîtres, le travail personnel de l'élève est à peu près nul, et doit l'être, où la mémoire joue le principal rôle, quand elle est assez fidèle, ce qui est rare. On peut par là faire plaisir à des parents éblouis, faire illusion à des amis de l'instruction peu compétents. Les hommes du métier reconnaissent trop facilement l'inanité d'un tel enseignement. La géométrie proprement dite, comme l'algèbre, doit être abandonnée aux écoles normales et aux écoles primaires supérieures.

Je n'ai rien à dire des problèmes de trigonométrie, qui ne sont, dans l'enseignement primaire, que des applications numériques de formules, et sont réservés d'ailleurs aux écoles supérieures.

Les problèmes de physique peuvent rentrer, dans une certaine mesure, dans le cadre de l'enseignement primaire. On peut emprunter à cette science d'excellents exercices, sur le principe d'Archimède, sur les densités des solides et des liquides, sur les vases communicants, sur la presse hydraulique, sur les échelles thermométriques, sur le poids de l'air et la pression atmosphérique, sur les aérostats, la loi de Mariotte, la vitesse du son, etc., etc. Mais il faut bien se garder de s'aventurer dans les coefficients de dilatation, dans les corrections barométriques, dans les chaleurs spécifiques, dans les lois du pendule ou des cordes vibrantes, dans les densités ou les mélanges des gaz et des vapeurs, dans l'hygrométrie, dans l'optique, etc., etc.

On voit qu'il y a deux parts à faire, très distinctes, dans la physique, au point de vue des applications. On ne peut se guider, dans le choix des problèmes à adopter, que par le grand principe qui a dominé toute cette étude : ne s'écarter jamais de ce qui est pratique et usuel.

C'est à ce titre que nous ne mentionnons pas la chimie et l'astronomie, qui s'occupent, l'une des infiniment petits, l'autre des infiniment grands, et échappent par là absolument à l'enfant.