III

COMPTER-MESURER-CALCULER

OU « LA CONNAISSANCE INTIME DU NOMBRE »

ARITHMÉTIQUE

NOTIONS PRÉLIMINAIRES

1. - On appelle **quantité** tout ce qui peut être augmenté ou diminué, comme une somme d'argent, un nombre d'arbres, la hauteur d'un mur.

2. – L'**unité** est une quantité connue qui sert à mesurer à évaluer toutes les quantités de la même espèce qu'elle.

Ex. : Si l'on compte les tables de la classe, les arbres de la cour, l'unité est une **table**, un **arbre**.

3. - Un **nombre** est le résultat obtenu en comparant une quantité à son unité.

Il est *concret* s'il désigne l'espèce d'unité, comme 12 litres ; il est *abstrait* s'il ne désigne pas l'espèce d'unité, comme 12.

4. - Il y a trois espèces de nombres

1° **Le nombre entier**, qui ne contient que des unités entières : quatre francs : 4 fr.

2° **La fraction**, qui ne contient que des parties de l'unité : vingt-cinq centimètres : 0m,25 ; deux tiers : 2/3.

3° **Le nombre fractionnaire**, qui est un nombre entier accompagné d'une fraction : trois francs quarante centimes : 3fr.40 ; deux unités un tiers : 2 1/3

5. – L'**arithmétique** est la science des nombres et du calcul.

6. - Le **calcul** est l'art de combiner les nombres.

L'ART DE COMBINER LES NOMBRES EN 1907

Brouet et Haudricourt Frères, *Arithmétique et système métrique Cours Moyen*, Paris, 1907.

L'apprentissage du calcul proposé dans le *Dictionnaire Pédagogique* ne prend tout son sens que si on le situe dans l'histoire de l'enseignement des mathématiques. Pour ce qui est de la période antérieure à 1887, nous avons dit ce qu'il y avait à dire dans l'introduction générale de cette anthologie, et nous avons dit ensuite, dans l'introduction à la première partie, en quoi le sacrifice de l'intuition initié par les maths modernes constituait de manière générale une régression pédagogique.

Il nous reste donc à examiner, en ce qui concerne spécifiquement l'enseignement du calcul à l'école élémentaire, et l'apport des thèses sur l'apprentissage du calcul développées dans le DP et les incohérences auxquelles le rejet de celles-ci a conduit durant les trois dernières décennies.

Rappelons donc pour reprendre le fil, qu'à dater de 1882, et en rupture avec l'obscurantisme de la loi Falloux qui distinguait programme obligatoire et programme facultatif, la géométrie devient une matière obligatoire jusqu'au CM2, la géométrie de construction, traitée en travail manuel et en dessin, étant inscrite au Programme du Certificat d'études[1]. Qu'à partir de la même date, sont enseignés simultanément dés le début de l'enseignement élémentaire, à côté de l'écriture-lecture qui fait de l'écriture la voie d'accès privilégiée à la lecture, l'enseignement simultané du système métrique, de la numération, du calcul écrit et du calcul mental, et des quatre opérations.

La nouveauté et l'efficacité de cette pédagogie simultanée du calcul tiennent dans les quelques points suivants.

L'enseignement simultané de la numération et de la mesure

Le plus simple est ici de citer quelques lignes tirées de l'article *Numération* signé de Georges Bovier-Lapierre[*] et que nous reproduisons intégralement infra.

> **Nombre ; unité. -** Qu'un enfant interrogé au tableau soit invité par le maître à dire combien d'élèves sont assis à la table qui est devant lui ; il compte et répond qu'il y en a six, par exemple : le terme six est un nombre, et l'élève est l'unité. Qu'on lui demande ensuite d'indiquer la longueur de la table ; il porte le mètre d'un bout de la table à l'autre, et il trouve qu'il y est contenu quatre fois par exemple, il est dit que la table a une longueur de quatre mètres ; ici le terme quatre est un nombre et le mètre est l'unité.
>
> D'après ces exemples (qu'on fera bien de multiplier) on voit que mesurer une quantité quelconque, c'est chercher combien de fois, elle contient une certaine quantité de même espèce, connue ou adoptée par l'usage.
>
> Cette quantité connue, qui sert à évaluer les quantités de même espèce, est appelée unité.

[1] Contrairement à une affirmation de la DEP qui sert de base à la comparaison de niveau des élèves 1920 – 1995 : « "*On constate … qu'il n'y avait pas de géométrie [au programme du Certificat d'études]*".

* Ancien professeur à l'École normale de Cluny

On appelle nombre l’expression qui indique combien il y a d’unités dans la quantité mesurée.

Le texte de Bovier-Lapierre appelle une première remarque. On y trouve explicitée, bien sûr sur une base expérimentale, une définition de l’unité qui est fondamentale puisque lorsque l’on compte, on compte toujours des unités. Mais il y a là beaucoup plus, même si on ne le théorisait peut-être pas aussi explicitement à l’époque parce qu’alors c’était *naturel*. Et ce *beaucoup plus* est ce que le mathématicien Ron Aharoni[*] explique lorsqu’il dit qu’il n’y a pas *quatre* opérations mais *cinq* :

> À côté des quatre opérations traditionnelles, il y en a une cinquième, plus basique et plus importante : celle qui consiste à construire et enseigner ce qu’est une unité. Prendre une part du monde et la considérer comme un tout. Cette opération est la base de beaucoup de connaissances mathématiques à l’école élémentaire. D’abord pour compter. La multiplication est basée sur le fait de déclarer qu’un ensemble [d’objets] est un tout, de déclarer que c’est l’unité, et de répéter ce procédé. Le concept de fraction part de l’idée que l’on a un tout que l’on partage en parties. Le système décimal est basé sur le fait de rassembler dix objets en une unité appelée « dizaine » et de répéter ce processus de manière récursive. La construction de l’unité, le fait de lui donner un nom, est quelque chose qui doit être appris de manière explicite et avec insistance [3]

Deuxième remarque : cet enseignement de la numération n’est pas basé seulement sur le nécessaire comptage d’objets palpables physiquement mais également sur l’introduction, indispensable pour la compréhension de ce qu’est la nature même de la physique qui ne peut exister sans mesure et sans unités, des unités du Système International. Cette introduction initiale est la condition première d’une vision non mécaniste du rapport entre les mathématiques et la physique.

L’enseignement simultané de la numération et des quatre opérations

Développé dans l’article *Calcul intuitif*, l'apprentissage simultané des quatre opérations au fur et à mesure des progrès dans l'apprentissage de la numération s’oppose très précisément aux méthodes précédentes qui apprenaient d'abord la numération puis successivement chaque opération séparément.

* Ron Aharoni, mathématicien israélien qui participe à la mise en place en Israël depuis 2003 du réseau d’écoles primaires *IFMA* (*Israeli Foundation for Math Achievement for All*). http://www.ifma.org.il/english/index.html

[3] Ron Aharoni, *What should be covered in elementary school in arithmetic?*, *British Mathematical Colloquium*, Birmingham, 2003. http://math.nyu.edu/mfdd/braams/links/bmc-2003.html

> Traitant donc les nombres comme un objet quelconque qu'il s'agirait de rendre familier à l'intelligence de l'enfant, Grübe s'élève contre l'antique usage d'apprendre successivement aux élèves d'abord l'addition, puis la soustraction, puis les deux autres règles. [4]

Le progrès est considérable ; il facilite à la fois la connaissance de la numération et la pratique des opérations.

En effet, la numération de position est directement liée aux opérations : 340 signifie bien *3 fois* 100 *plus* 4 *fois* 10. En même temps tout nombre comprend en lui-même la notion primitive de multiplication puisque 6 est une autre écriture de 6×1.

De surcroît, la « connaissance intime du nombre », pour reprendre l'expression de René Thom, n'est possible que si tout nombre est non seulement conçu comme nombre ordinal et cardinal (pour cela, et pour comparer deux nombres, une conception additive de la numération suffit) mais aussi comme le résultat de ses différentes « décompositions » utilisant toutes les opérations. On ne comprend vraiment ce qu'est le nombre 6 qu'une fois dépassée la compréhension de sa place entre 5 et 7 dans le comptage et quand il apparaît comme le résultat de 4+2, 5+1, 7-1, 8-2, 2×3, 6×1, et comme le quotient des nombres 12 à 17 par 2 etc.

Chaque opération prend ainsi sa physionomie par sa définition, son sens, c'est-à-dire la compréhension des situations dans lesquelles on l'emploie, et par son algorithme ; l'intelligence de chaque opération est renforcée par la possibilité de la comparer sous tous ses aspects avec les autres opérations.

L'importance du calcul mental

Le DP s'appuie sur une compréhension fine de la liaison initiale entre l'apprentissage de la langue et celui du calcul[5]. Dans cette optique, le calcul mental a deux objectifs complémentaires :

- a) un objectif général appuyé sur le fait que le calcul mental est exclusivement basé sur la numération parlée et pas du tout sur la numération écrite. L'élève ne doit pas se représenter « *la langue des nombres comme étant nécessairement une langue écrite. Au contraire, il faudrait bien le familiariser avec cette idée que l'arithmétique parlée précède l'arithmétique écrite* », tout à la fois pour combattre «*l'usage trop habituel de l'écriture pour les calculs les*

[4] Ferdinand Buisson in *Calcul intuitif, Dictionnaire de pédagogie d'instruction primaire*, Hachette, 1887. Tome 1 de la première partie, pages 316 à 317. http://michel.delord.free.fr/fb-calcintuit.pdf

[5] Sur la liaison générale entre la connaissance de la langue écrite, notamment la grammaire, et les mathématiques, lire Henri Poincaré, *Les sciences et les humanités*, Paris, A. Fayard, 1911. http://michel.delord.free.fr/poincare-sh.pdf

plus simples » et afin de développer chez lui «*une gymnastique intellectuelle de la plus haute importance [qui] fait contracter des habitudes d'analyse et de réflexion qui accroissent bien vite la perspicacité de l'esprit* » car «*c'est par lui que l'esprit s'assimile en quelque sorte la substance de l'enseignement de l'arithmétique, et en recueille tout le fruit* ».[6]

- b) un objectif particulier au Cours Préparatoire : en tant que *Calcul intuitif* comme « *un mode d'enseignement des premiers éléments du calcul* » ; en tant que calcul *« purement oral »* précédant le calcul écrit pour les petits nombres, y compris, ce que nous ne le développerons pas ici, jusqu'à l'introduction des fractions dès la première année d'enseignement.

Cette introduction du *calcul intuitif* vise bien sûr à développer l'usage du calcul mental pour *toute* la scolarité. Elle permet :

- de rendre plus sûr le calcul mental de l'élève. En effet celui-ci est *obligé* d'apprendre des techniques ***mentales*** de calcul basées exclusivement sur la numération orale puisqu'il n'a à ce stade pas d'autres modes de calcul. Au contraire, si le calcul mental n'est appris qu'après l'apprentissage du calcul écrit, il aura tendance à utiliser, pour des opérations simples, le calcul écrit au lieu du calcul mental.

- de lui faire comprendre la nécessité et la supériorité du calcul écrit qui permet de traiter des opérations qui ne peuvent l'être par le calcul mental.

Le calcul mental a aussi d'autres supériorités sur le calcul écrit.

Il oblige à concevoir en permanence le nombre à la fois comme un tout et comme la somme de ses diverses unités (ou ordres) nommées en tant que telles pendant le calcul lui-même. Au contraire, le calcul écrit opère colonne par colonne et traite chaque ordre comme s'il s'agissait d'unités de la classe des unités simples. Cette évidence est notée par l'Inspecteur général Cabois dans une conférence pédagogique prononcée à Lourdes le 18 octobre 1901 :

> Le calcul mental est celui qui se fait sans le concours de l'écriture. Il est tout à fait différent du calcul écrit. Le premier opère simplement sur les nombres ; le calcul écrit, au contraire, opère sur les chiffres, sans tenir compte des nombres, excepté pour le résultat final.

En outre, la maîtrise des diverses formes de calcul mental rend facile la maîtrise des algorithmes des opérations, y compris de la division sans soustraction : au moment de l'apprentissage des algorithmes des opérations, l'élève n'a plus en effet qu'à apprendre ce nouvel algorithme puisqu'il possède déjà une connaissance complète des sous-algorithmes

[6] Article Calcul mental

nécessaires. Inversement, la pratique régulière des divisions sans poser les soustractions est un excellent entraînement, du CE au CM, aux formes élémentaires du calcul mental sur les *quatre* opérations.

Il est aisé de montrer que l'enseignement actuel du calcul à l'école élémentaire tourne le dos sur ces points essentiels aux apports du DP. Reprenons point par point.

Rupture de la liaison entre l'apprentissage de la mesure et l'apprentissage du calcul

À partir des années 70, au prétexte qu'une mesure n'est effectivement jamais exacte et suppose donc au moins la connaissance des nombres décimaux, il n'est plus question, comme l'on n'apprend les décimaux qu'après les nombres entiers, de pouvoir dire : *une table mesure 2 m de long* au moment où on apprend le nombre 2 puisque «*les naturels ne sont plus liés à la mesure des objets du monde physique*[7]». La rupture avec la période 1882-1945 est clairement indiquée par l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public, élément moteur de la réforme des mathématiques modernes)

> [Le nombre entier] résulte de la considération des ensembles, disons, sans inconvénient, des collections d'objets ; c'est par-là qu'il faut commencer. Une telle affirmation peut paraître banale. Il faut la répéter. Elle implique une séparation nette entre le nombre utilisé comme cardinal d'un ensemble et le nombre utilisé pour exprimer une mesure ; une séparation, nette et honnête entre : " Il y a 6 crayons sur cette table " et " Ce crayon mesure 6 centimètres ".
> Rupture avec les Instructions de 1945, qui déclaraient : " On enseignera le décimètre en même temps que la dizaine ". … Il faut en outre laisser intacte chez l'enfant l'idée qu'une mesure a bien des chances de ne pouvoir se traduire par un nombre naturel. Il y a un abîme entre le discret et le continu. Le continu est remis à plus tard : la mesure a disparu du Cours Préparatoire[8].

La dernière affirmation : "*Il faut en outre laisser intacte chez l'enfant l'idée qu'une mesure a bien des chances de ne pouvoir se traduire par un nombre naturel. Il y a un abîme entre le discret et le continu. Le continu est remis à plus tard : la mesure a disparu du Cours*

[7] Marguerite Robert, *Un nouvel état d'esprit*, in La mathématique à l'école élémentaire, Paris, Supplément au bulletin APMEP n° 282, 1972, 502 pages. Pages 15 à 59.
[8] P. Jacquemier, *Promenade au long du programme du 2 Janvier 1970 et des commentaires qui les accompagnent*, in La mathématique à l'école élémentaire, Paris, Supplément au bulletin APMEP n° 282, 1972, 502 pages. Pages 59 - 74

Préparatoire" relève d'un dogmatisme échevelé incompatible avec le pédagogie du calcul. En effet, si l'on doit distinguer la mesure du comptage, cela ne peut se faire que lorsque l'on ne peut plus compter les unités, c'est-à-dire lorsqu'on aborde les nombres irrationnels et le continu, sujets qui ne sont compréhensibles que dans l'enseignement secondaire. On demande donc ici à l'élève de Cours préparatoire de penser une séparation qu'il ne peut pas penser en prétendant qu'il faut laisser intacte chez lui une idée … qu'il n'a pas encore.

Réduction du calcul au numérique

Mais la vulgate pédagogique en vigueur depuis 1970 donne une autre raison qui fera que non seulement on ne peut pas dire *une table mesure 2 m de long* (Il était impératif de dire *La longueur de la table mesurée en mètres est le nombre 2*) mais on ne pourra pas non plus et surtout l'écrire, que ce soit au CP ou plus tard. Toujours dans la conception axiomatique sous-jacente à la réforme des maths modernes, l'écriture *2m* ne peut être abordée que lorsque l'on en connaît le modèle mathématique sous-jacent. Or il y en a plusieurs, mais les deux qui semblent adaptés et peuvent être abordés le plus tôt dans cette conception sont ceux d'espace vectoriel de dimension 1 et de polynômes qui, même dans les conceptions délirantes de l'époque, ne peuvent effectivement pas être enseignés en CP. La conclusion sera toute simple : *exit* tous les *nombres concrets* que ce soit 5 m, 4 Fr ou 3 pommes, ce qui sera justifié par un argument dogmatique : «*Les Instructions de 1945 parlent en plusieurs endroits de "nombres concrets". Cette expression, … est proprement antinomique, car un nombre ne saurait être concret.* [9]».

Le fait de refuser les nombres concrets entraîne une autre conséquence beaucoup plus importante encore qui est de refuser les opérations sur les nombres concrets qui sera également justifiée de manière formelle, ou comme le dit le mathématicien Rudolf Bkouche[10] en se réfugiant dans *l'illusion langagière*[11] : c'est-à-dire réduire la problématique de l'enseignement des nombres concrets à la question « *Faut-il mettre les unités dans les calculs ?* » et en y répondant *non*. Le BO de 70 présentant les programmes de l'école primaire s'exprime ainsi : «*Les phrases telles que 8 pommes + 7 pommes = 15 pommes*

---

[9] P. Jacquemier, op.cit. . Cet argument est encore repris, 30 ans après, par Stella Baruk.

[10] Rudolf Bkouche, professeur émérite de mathématiques à la faculté de Lille. Proche des idées de Ferdinand Gonseth, il s'est intéressé de très prés, depuis les débuts de sa carrière, aux divers aspects de l'enseignement. On peut consulter une partie de ses nombreux écrits à : http://michel.delord.free.fr/rb/indexrb.html

[11] Rudolf Bkouche, *L'enseignement scientifique entre l'illusion langagière et l'activisme pédagogique*, *Repères-IREM* n°9, octobre 1992, p. 5-12. Consultable à : http://michel.delord.free.fr/rb/rb-illu_activism.pd

n'appartiennent [pas] au langage mathématique».

Que cette assertion soit une profonde ineptie mathématique, seuls ceux qui l'ont formulée ne veulent pas le voir. Le mathématicien Jean-Pierre Demailly[12] faisait remarquer récemment - ce qu'un lecteur suffisamment expert pourra entendre - que cela revient en effet à ignorer par exemple ce qu'est le calcul tensoriel, où les questions de covariance et de contravariance des groupes de transformation sont fondamentaux, avec des grandeurs vectorielles qui doivent être pensées comme vivant dans des espaces différents (dotés chacun de leurs unités de mesure, dans le cas où il y a des structures euclidiennes). Mais dès 1968, soit deux ans avant la parution de ce BO, et pour lutter contre cette position pédagogique qui faisait florès aux USA depuis les années 50 (voir *supra* la pétition de *Morris Kline*), l'un des grands géomètres du XX^e^ siècle, Hassler Whitney**,** avait démontré la vacuité de cette affirmation dans l'une des plus célèbres revues mathématiques mondiales[13].

N'en restons donc pas à la question de savoir si telle phrase est mathématique ou non ; intéressons-nous que cache le refus de mettre les unités dans les calculs. La réponse est encore une fois dans le numéro spécial du bulletin de l'*APMEP* déjà cité qui explique en quoi consiste la *mutation fondamentale* - ce n'est pas nous qui le disons mais les partisans des programmes de 70, après deux ans de réflexion sur leur application :

> Les naturels ne sont plus liés à la mesure des objets du monde physique et, surtout, les opérations sur les naturels ne sont plus tirées des opérations sur les "grandeurs" du monde physique ou de l'univers quotidien telles que longueurs, poids, prix, capacités. L'abandon des "opérations sur les grandeurs" est bien la mutation fondamentale apportée par les programmes transitoires, c'est lui qui transforme profondément les démarches de la pensée dans l'enseignement élémentaire[14].

Or, que sont les *opérations sur les grandeurs* ? Ce sont les opérations que l'on trouve dans les formules du type *Aire du rectangle = Largeur × Longueur*, les opérations que l'on fait par exemple pour la résolution de problèmes et qui font intervenir non seulement la valeur numérique des données mais aussi les rapports des diverses grandeurs sur lesquelles on opère, rapports qui correspondent à des nombres concrets mesurant ces grandeurs.

---

[12] Jean-Pierre Demailly est membre de l'Académie des Sciences. Il est aussi coauteur avec Roger Balian, Jean-Michel Bismuth, Alain Connes, Laurent Lafforgue et Jean-Pierre Serre du texte "*Les savoirs fondamentaux au service de l'avenir scientifique et technique : Comment les réenseigner*"

[13] Whitney Hassler, *Institute for Advanced Study*, *The mathematics of physical quantities, Part I: Mathematical models for measurement*, American Mathematical Monthly. February 1968.
Introduction à : http://michel.delord.free.fr/h_whitney.pdf

[14] Marguerite Robert, op. cit.

Les réformateurs de 1970, en interdisant l'écriture $2\text{m} \times 3\text{m} = 6\text{m}^2$, jetaient le discrédit sur l'enseignement du raisonnement qui consiste à dire *Si je multiplie une longueur par une longueur, je trouve une aire* ou *Si je multiplie des mètres par des mètres, je trouve des mètres-carrés*. La cible de cette attaque sera principalement la définition de la multiplication donnée très classiquement comme dans la page ci-contre.

Voici ce que dit P. Jacquemier à ce sujet dans le numéro de l'*APMEP* de 1972 :

> Il n'y a pas à distinguer multiplicande et multiplicateur ; si on les distingue souvent, c'est parce qu'on pense plus à ces "nombres concrets", 3 sacs de 7 oranges, 15 barriques de 228 litres, qu'à des nombres. L'emploi de ces mots ne se justifie pas […]
>
> "Quelle est l'unité du multiplicande ? " Les litres. "Du multiplicateur ? " Les barriques. "Le produit a la même unité que le multiplicande" déclare le maître. Puis, se ravisant à cause de cette curieuse unité barrique, injustement éliminée, et se souvenant de ses cours de Physique du Lycée : "En fait, c'est 228 litres par barrique". Cette nouvelle unité, le litre-par-barrique, ou l/ba lui fait peur et il interrompt sa lancée. Il fallait l'interrompre, bien sûr. La sagesse, même si c'est une petite révolution dans nos classes, c'est de considérer que la multiplication agit sur les naturels, que les naturels sont 15 et 228, et non 15 barriques et 228 litres.

Il n'échappe à personne que l'auteur de ces lignes discrédite l'utilisation de l'écriture des unités dans les opérations en choisissant *ad usum* un problème dont la solution est caricaturée par l'utilisation de l'unité-quotient *litre par barrique*. L'intérêt pédagogique de l'écriture *288 litres <u>par</u> barrique × 15 barriques = 4320 litres*, a été longuement discutée, tout au long de l'histoire de l'enseignement de l'arithmétique et notamment en 1959 par le mathématicien Albert Chatelet[15], en la comparant à *288 litres/barrique × 15 barriques = 4320 litres* et à *288 litres × 15= 4320 litres.*

Si l'objectif de P. Jacquemier avait été de discuter des difficultés réelles posées par l'enseignement des unités-quotient, il aurait pris par exemple comme problème à traiter : *Quelle est la distance parcourue par un avion volant pendant 15 h à une vitesse moyenne de 288 km/h* ? Problème dont une écriture de la solution est *288 km/h × 15 h = 4320 km*.

Mais son seul but est, au travers de cet exemple de justifier le BO qui explique que toute expression dans laquelle figure des unités «*n'appartient pas au langage mathématique* » et il conseille donc benoîtement de «*considérer que la multiplication agit sur les naturels, que les naturels sont 15 et 228, et non 15 barriques et 228 litres.* », ce qui a effectivement l'avantage de réduire la difficulté de la question en ne l'abordant pas.

---

[15] A. Chatelet et M. Bompart, *Enseignement de l'arithmétique, Editions Bourrelier*, Paris, 1959. Chapitre *Remarques sur l'enseignement de la multiplication et de la division*, pages 191ssq.

Or le type de raisonnement qu'il discrédite ainsi est justement celui qui permet de ne pas réduire l'arithmétique à de la pure numérologie et de réfléchir sur le sens du calcul que l'on fait en suivant les premières règles très précises de ce que l'on appelle le calcul dimensionnel. C'est aussi celui qui régit le calcul sur les unités du Système International de mesure. C'est, sous sa forme aboutie, que l'on ne peut enseigner qu'au niveau de l'Université, un outil extrêmement puissant qui permet, pour prendre un exemple simple, de montrer sans expérimentation, simplement à partir de la nature des unités en jeu, que la période d'un pendule ne peut pas dépendre de sa masse[16]. Si l'on redescend au niveau de l'enseignement primaire et aux éléments de calcul dimensionnel que l'on peut y enseigner, on peut l'utiliser dans différentes situations.

- Pour ne pas confondre les formules qui donnent l'aire du disque et le périmètre du cercle, c'est-à-dire $\pi \times R^2$ et $2 \times \pi \times R$. En effet
    - $2 \times \pi \times R$ est le produit du nombre pur $2 \times \pi$ ($\approx 6{,}28$) par une longueur, c'est-à-dire une longueur et il ne peut donc s'agir d'une formule donnant une aire. Il s'agit donc de la formule donnant le périmètre du cercle.
    - $R^2 = R \times R$ est le produit d'une longueur par une longueur et représente une aire. Donc $\pi \times R \times R$ est le produit d'un nombre pur π ($\approx 3{,}14$) par une aire $(R \times R)$, c'est donc une aire et cette formule ne peut être celle donnant le périmètre. Il s'agit donc de la formule donnant l'aire du disque.

- Pour vérifier *a posteriori* la cohérence d'un calcul en raisonnant sur les unités employées. À condition justement que l'on ait appris les opérations non comme des opérations exclusivement sur les nombres purs mais en tenant compte des grandeurs qu'elles représentent, c'est-à-dire *le calcul sur les grandeurs* dont l'abandon est présenté comme *la mutation fondamentale* par les partisans de la réforme. Le prix de 5 kg de pommes à 3€ le kg ne peut être représenté par le calcul 3+5 car l'on ne peut qu'ajouter des unités de même nature mais il peut être représenté par l'opération 3 × 5 (ou 3€ × 5) car, en suivant la définition de la multiplication, la réponse est bien une addition qui se répète dans laquelle 3 (ou 3 €) est bien la quantité répétée autant de fois qu'il y a de kg , c'est-à-dire 5 fois, ce qui se calcule en faisant la multiplication 3€ × 5 (ou 3 × 5) dans laquelle 3€ est le multiplicande, 5 le multiplicateur et dont le produit 15 € est bien un prix puisqu'il est «de même nature » que le multiplicande.

[16] François Lurçat, *Cours de physique DEUG*, Editions Ellipses, 1993. pages 22-23.

Au moins reconnaissons aux promoteurs de la réforme de 1970 une parfaite cohérence dans leur volonté de séparer les *mathématiques pures* de la physique. Leur refus d'apprendre la numération en utilisant les unités du SI, leur refus d'écrire 5m parce que 5 m est un nombre concret donc mis hors la loi, débouche bien sur le refus du calcul sur les grandeurs qui est le fondement même du calcul en physique. Reste à savoir quel enseignement de la physique est dès lors possible.

Trente-cinq ans après le BO de 70, le document d'accompagnement des programmes de 3e applicables théoriquement jusqu'en 2007, continue d'expliquer imperturbablement que *« en mathématiques, on ne travaille pas sur les grandeurs (c'est l'objet d'autres disciplines, comme la physique, la technologie, les sciences de la vie et de la Terre ou la géographie et l'économie par exemple)*[17].

Toutefois, en février 2005, a bien paru un document d'accompagnement des programmes du primaire de 2002 dont le titre *Grandeurs et mesure à l'école élémentaire*[18] semble de meilleur augure. Mieux, y sont recommandées des écritures du type 1 km = 1000 m et même au chapitre intitulé *Le calcul sur les grandeurs*, on trouve ceci :

> Plus tard l'élève maniera les égalités du type
> - pour l'aire de rectangles : $4\text{ m} \times 7\text{ m} = 28\text{ m}^2$, $8\text{ m} \times 50\text{ cm} = 8\text{ m} \times 0{,}50\text{ m} = 4\text{ m}^2$
> - pour le périmètre d'un carré de 7 cm de côté : $4 \times 7\text{ cm} = 28\text{ cm}$

Est-ce une raison pour penser que le *calcul sur les grandeurs* est reconnu en tant que tel ? Ce serait là aller trop vite en besogne. Car d'une part ce texte coexiste avec le document de 3e cité *supra* dans lequel on lit « *en mathématiques, on ne travaille pas sur les grandeurs* ». Et d'autre part, il coexiste avec les programmes du primaire de 2002 dont il est, trois ans après la parution de ceux-ci, un commentaire tardif et totalement contradictoire puisque ces programmes ne font aucune allusion au calcul sur les grandeurs [19], à sa nature, ni bien sûr à la manière de l'enseigner. De surcroît la quasi-totalité des professeurs actuellement en fonction ont eu une formation qui exclut le calcul sur les grandeurs et n'ont donc aucune clef pour expliquer celui-ci. Enfin le document d'accompagnement ne donne pas les raisons de ce changement de cap, raisons qui permettraient aux enseignants de savoir où ils en sont et ce qu'ils doivent faire.

---

[17] http://www.cndp.fr/textes_officiels/college/programmes/acc_prg3/acc_prg3_maths.pdf

[18] http://www.apmep.asso.fr/Grandeurs.pdf

[19] Alors qu'y sont détaillés les types de calcul demandés aux élèves : *calcul posé, automatisé, réfléchi, mental.*

Exemplaire de ce que depuis trois décennies l'Ed-Nat. est capable de produire en matière de programmes, ce méli-mélo ne permet donc pas de réintroduire l'enseignement du calcul sur les grandeurs.

Et c'est fâcheux, puisque le calcul sur les grandeurs n'est pas qu'une question d'écriture, mais aussi, nous l'avons dit, le début de l'analyse dimensionnelle. À ce titre, il devrait faire partie d'une progression cohérente, depuis les débuts de l'enseignement, qui permette d'en comprendre le sens et les modalités. Cela serait d'autant plus souhaitable que, comme nous l'avons vu sur l'exemple des litres/barriques, la question est loin d'être simple[20]. En effet, si le fait d'écrire 3m × 5 est une image plus précise et plus intuitive de la situation à traduire par le calcul que l'écriture 3 × 5, cette image est aussi pour cette raison plus complexe. Mais les conditions nécessaires à la construction d'une progression ne sont pas du tout remplies : d'une part dans les programmes, la numération est toujours apprise séparément des unités physiques et sans notation des unités dans les opérations ; d'autre part *ces mêmes programmes ne donnant aucune définition des opérations*, ils ne peuvent faire la liaison entre opérations et calcul sur les grandeurs. (La page de manuel reproduite ci-contre montre au contraire comment cette liaison était faite en 1930)

Ce dont ont accouché, après trente ans de gestation, les divers organismes et groupes de pression chargés de réfléchir aux programmes de mathématiques pour le Primaire est donc ceci : passer de *l'interdiction d'écrire* $4\ m \times 7\ m = 28\ m^2$*, parce que ce n'est pas une écriture mathématique,* à *l'autorisation de l'écrire* mais sans savoir pourquoi. Immense progrès ! Et, en 2001, l'APMEP relance le débat dans les colonnes de sa revue précisément sur la fausse problématique formelle « faut-il écrire / ne pas écrire » : *Faut-il mettre les unités dans les calculs ?*[21]

Il se peut surtout que les questions que nous posons n'existent tout simplement pas pour les concepteurs des programmes : leur pensée est bien l'héritière de la problématique axiomatique structurelle des mathématiques modernes dans la mesure où les programmes de 2002 persistent dans la négation de l'enseignement des nombres concrets et du calcul sur ceux-ci pour les débuts de l'enseignement. Il perpétuent l'idée qu'il faut enseigner d'abord le concept que l'on remplit ensuite de ses déterminations concrètes, enseigner la notion de

[20] Est encore plus compliqué l'enseignement de ce que signifie $4\ m \times 7\ m = 28\ m^2$, c'est-à-dire ***l'enseignement de l'équivalence des expressions*** $4\ m \times 7\ m$, $7\ m \times 4\ m$, $4\ m^2 \times 7\ m$, $4 \times 7\ m^2$, $7\ m^2 \times 4$ et $7 \times 4\ m^2$. Mais le document d'accompagnement n'en a cure, il écrit simplement « *Plus tard l'élève maniera les égalités du type, pour l'aire de rectangles :* $4\ m \times 7\ m = 28\ m^2$ » sans autres explications sur le *maniement* et donc, conformément aux programmes, sans donner de définition de la multiplication.

[21] Rémi Duvert, *Faut-il mettre les unités dans les calculs ?,* Bulletin de l'APMEP n° 436. p. 603-609. 2001.

couleur et ensuite le bleu, le vert, le rouge …, et continuent ainsi à prôner un enseignement partant de l'abstraction des nombres purs correspondant à la numération enseignée en CP, abstraction que l'on *concrétise* formellement en introduisant ensuite les *nombres avec unités* et le calcul sur ceux-ci introduit formellement *parce qu'on peut l'écrire*, mais seulement pour le collège. C'est ce qui semble sous-entendu aussi bien

- par le document d'accompagnement lorsqu'il dit « ***<u>Plus tard</u>*** *l'élève maniera les égalités du type […] pour le périmètre d'un carré de 7 cm de côté : 4 x 7 cm = 28 cm* » alors que le périmètre du carré est au programme du primaire.
- par la position de *Yves Chevallard* dont le poids est important puisqu'il est un des deux grands spécialistes de la didactique des mathématiques en France avec Guy Brousseau déjà cité : il a, dés 2001, publié *Les grandeurs en mathématiques au collège : Une Atlantide oubliée*[22], dont le titre indique bien qu'il se préoccupe des grandeurs mais seulement au collège et dont le contenu montre qu'il n'aborde ni la liaison primaire/ secondaire sur ce sujet ni la difficile question des débuts de l'apprentissage de la numération et du calcul.

[22] Chevallard Y., Bosch M., 2000-2001, *Les grandeurs en mathématiques au collège. Partie I : Une Atlantide oubliée*, Petit *x* n°55, pp. 5-32, IREM de Grenoble.

26e leçon **Arithmétique**

MULTIPLICATION

111. — Sens de l'opération. — *Voici un groupe d'élèves rangés par* 3 *rangs de* 4 *élèves* (fig. 94). *Il y a* 3 *rangs. Quel est le nombre d'élèves ?*

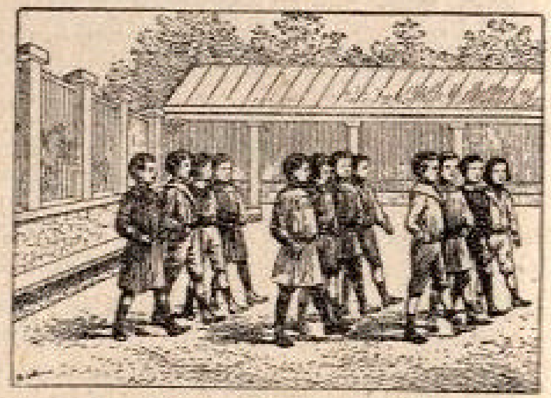


FIG. 94. — 4 élèves × 3.

Le nombre cherché est le total de 3 nombres égaux à 4 élèves, soit : (4 + 4 + 4) élèves, total 3 fois 4 élèves ou $4 \times 3 = 12$ élèves, expression qui se lit :

4 *multiplié par* 3 *égale* 12.

112. — On appelle *multiplication* cette *addition particulière de nombres égaux*. Le résultat est appelé *produit*. Le nombre ainsi répété dans l'addition est le *multiplicande;* le nombre qui indique combien de fois il faut répéter le multiplicande se nomme *multiplicateur*. *Multiplicande* et *multiplicateur* sont les *facteurs du produit*.

113. — Définition. — ***La multiplication a pour but, étant donnés deux nombres, l'un appelé multiplicande, l'autre multiplicateur, d'en trouver un troisième appelé produit, qui soit la somme d'autant de nombres égaux au multiplicande qu'il y a d'unités au multiplicateur.***

114. — REMARQUES. — 1. Le *multiplicateur*, indiquant le nombre de fois qu'il faut ajouter le multiplicande, *est toujours un nombre abstrait.*

2. Le *produit*, étant la somme de plusieurs nombre égaux au multiplicande, *est de la même espèce que le multiplicande.*

UNE DÉFINITION DE LA MULTIPLICATION LIÉE AU CALCUL SUR LES GRANDEURS

Royer et Court, *Arithmétique Cours moyen*, Armand Colin 1935.

Rupture de la liaison entre l'apprentissage du calcul et de la numération

Rappelons que de 1882 à 1970 les programmes de CP comportaient la numération jusqu'à 100 et la connaissance des 4 opérations (multiplication et division par 2 et 5). À dater de 1970, les partisans des *mathématiques modernes* ayant décrété qu'il convient d'apprendre d'abord la numération puis successivement chacune des opérations, les programmes du CP se réduisent, après suppression de toute allusion à la mesure, explicitement à *Numération, addition*[23]. Ce qui signifie qu'au moment où l'on apprend le nombre 6, il est exclu de dire qu'il vaut 2×3, puisque la multiplication n'est pas au programme, de dire aussi que la moitié de 6 est 3 puisque les fractions ne s'étudient qu'après les nombres entiers. Il est d'ailleurs interdit explicitement depuis ces années-là de présenter un nombre entier comme résultat des diverses opérations : « *D'autre part, on ne peut plus étudier chaque naturel comme somme ou produit de naturels, étudier ses "décompositions", car ces notions ainsi que celles de différence ou quotient seront abordées par étapes.* »[24].

Les programmes de 2002 se situent toujours dans cette perspective puisqu'ils précisent « *A la fin du cycle 2* [CE1], *seule la technique opératoire de l'addition est exigible.* », reconnaissant ainsi de toutes façons que l'on sépare l'enseignement du sens de celui de la technique opératoire.

Le pré-rapport de la commission Thélot, paru en septembre 2004, va encore plus loin que les programmes de 1970 en entérinant et en amplifiant ce qu'il faut considérer comme un recul phénoménal dans la démocratisation de l'enseignement des mathématiques.

CP-CE1 : « *Compter*».

CE2- Sixième : « *Calcul* ».

Cinquième-troisième : « *Opérations mathématiques* »

Concluons avec Laurent Lafforgue, médaille Fields 2002 :

> On apprenait simultanément à compter sur les nombres et à faire des opérations sur les nombres… On se familiarisait de manière de plus en plus approfondie avec les nombres en les manipulant… Selon les programmes actuellement en vigueur, les instituteurs sont censés apprendre d'abord aux enfants à compter, puis à additionner les nombres, puis à les multiplier, puis à les soustraire, et enfin à les diviser, la division n'étant abordée qu'à la fin du CM1… Pour nous cette progression n'a vraiment pas de sens … c'est-à-dire que les nombres n'ont pas de sens en dehors des opérations sur les nombres.[25]

---

[23] Arrêté du 2 janvier 1970 : Programme de mathématiques de l'enseignement élémentaire http://michel.delord.free.fr/bo70.pdf

[24] Marguerite Robert, *op. cit*.

[25] Laurent Lafforgue dans *Sciences Frictions* (France-Culture 29/01/2005) : http://grip.ujf-grenoble.fr/documents/lafforgue_delahaye.rm

Destruction de la notion même de calcul mental [26]

Au risque de paraître enfoncer des portes ouvertes, répétons que le véritable calcul mental s'effectue exclusivement mentalement, c'est-à-dire que la question est posée oralement et que le calcul se fait sans aucun recours au calcul écrit. C'est seulement à cette condition qu'il peut développer chez l'élève « *une gymnastique intellectuelle de la plus haute importance [qui] fait contracter des habitudes d'analyse et de réflexion qui accroissent bien vite la perspicacité de l'esprit.* » (Article *Calcul mental* du DP).

Les algorithmes correspondant à chaque forme de calcul ont été optimisés historiquement de manière à les rendre plus faciles en fonction de chaque type de calcul, un ordinateur ne calcule pas comme un être humain et un être humain ne calcule pas à la main comme il calcule de tête[27]. La contrainte essentielle qui porte sur le calcul mental est une contrainte liée à la minimisation de la quantité d'informations (et en particulier de nombres) qui doivent rester en mémoire du calculateur.

Or, de ce point de vue, le calcul écrit a deux graves défauts :

- a) il commence par les plus petites unités, c'est-à-dire par la droite, et calcule colonne par colonne ce qui fait que l'on peut, à la limite, effectuer par exemple, une addition sans savoir énoncer en numération parlée les nombres de départ et la somme finale. Ceci signifie que non seulement le résultat de chaque colonne n'a pas à être mémorisé puisqu'il est écrit, mais également que n'ont pas à être mémorisés l'ordre et la classe d'un chiffre puisque c'est sa place *visuelle* dans l'écriture qui la donne.
- b) il utilise des retenues, ce qui ne sollicite pas la mémoire de celui qui calcule puisqu'il peut poser ces retenues.

Au contraire le calcul mental commence par la gauche puisqu'il suit la numération parlée, ce qui lui permet de ne pas avoir de retenues, et effectue entièrement le calcul en numération parlée, c'est-à-dire énonce mentalement chaque opération partielle en faisant suivre les nombres trouvés du nom de leurs ordres.

---

[26] Pour plus de détails : Michel Delord, *Précisons nos divergences - Réponse sur un point à Roland Charnay et à la commission Joutard*, textes préparatoires à la réunion organisée le 11 octobre 2003 à la *Société Mathématique de France* sur les programmes du primaire de 2002 en présence de rédacteurs de ceux-ci :
Partie III - *A propos du calcul mental*
http://michel.delord.free.fr/ferry_calc3.pdf

[27] Voir Jane I. Roberston, *How to do arithmetic*, The American Mathematical Monthly, Vol. 86, N°6, 1979, p. 431- 439.

Ces oppositions-là étaient bien établies par plusieurs siècles d'expérience, et résumées par René Taton[28] en 1953 sous la forme suivante :

> La distinction faite par divers traités de pédagogie entre calcul mental, calcul écrit exécuté de mémoire et calcul oral, ne nous semble pas fondamentale. Le calcul écrit exécuté de mémoire n'est qu'une forme de calcul mental à la technique mal adaptée ; les opérations mentales ont en effet leurs méthodes propres et ne doivent pas être calquées sur le calcul écrit[29].

Mais soudain ERMEL[30] vint ; et déclara en 1981 :

> A la distinction « calcul écrit », « calcul mental », nous en préférons une autre, beaucoup plus nette et fondamentale : « calcul automatique » et « calcul pensé. » En effet, le calcul mental se distingue mal du calcul écrit, lorsque le calculateur fait simplement l'effort de mémoire de « poser l'opération dans sa tête ». De même, pour effectuer « mentalement » un calcul il peut parfois être utile de noter quelques résultats intermédiaires, l'essentiel du travail restant mental.[31]

Ce curieux raisonnement marqué par l'outrecuidance du "nous préférons" est fait de deux prémisses en forme de sophisme qui conduisent à une conclusion implicite totalement erronée.

On sera d'accord que la distinction calcul mental / calcul écrit n'est évidemment pas *fondamentale* lorsque *le calculateur fait simplement l'effort de mémoire de « poser l'opération dans sa tête »*, c'est-à-dire lorsque le calculateur… ne fait pas de calcul mental. Monsieur de la Palice n'aurait pas dit mieux..

On conviendra sans peine qu'il soit possible de prendre un papier pour noter un résultat intermédiaire alors même que l'on calcule mentalement et pour continuer à calculer mentalement, ce qui suppose précisément que l'on ait appris à le faire.

---

[28] René Taton (1915-2004), spécialiste de l'histoire des sciences et en particulier du mathématicien Gaspard Monge.

[29] *In* René Taton, *Le calcul mental*, Que sais-je ? n° 605, 1953. Chap. V. C) La pédagogie du calcul mental, p. 127. Extraits significatifs du texte de René Taton : http://michel.delord.free.fr/taton.pdf

[30] ERMEL : ***E****quipe de* ***R****echerche* ***M****athématique à l'école* ***El****émentaire*. Groupe de recherche central de l'INRP sur le sujet, qui publie également depuis les années 70 sous ce nom une collection qui est toujours chaudement recommandée par le ministère et, par exemple, par la commission Kahane.

[31] *In* ERMEL, Cycle Moyen, Tome 1, Sermap-Hatier, 1981.Chapitre 2. Calcul mental, p.97. Début du chapitre sur le calcul mental à : http://michel.delord.free.fr/ermel-cm.pdf

Rien dans ces truismes ne justifie de substituer la distinction « plus nette et fondamentale » entre " calcul automatique et calcul pensé" à l'opposition traditionnelle entre calcul écrit et calcul mental. Rien sinon que l'on veut à partir de là, ne plus enseigner les algorithmes spécifiques du calcul mental (qui ne s'inventent pas facilement) et autoriser simultanément des parties écrites dans l'apprentissage du calcul mental, ce qui revient à ne pas apprendre le calcul mental.

Ceci dit, il est bien évident que les algorithmes du calcul mental sont en un certain sens beaucoup moins « automatisés » que ceux du calcul écrit : il y a, par exemple, plusieurs stratégies de calcul pour la multiplication alors qu'il n'y en a en gros qu'une en calcul écrit et, pour un même calcul, il peut y avoir plusieurs stratégies. Mais cet argument ne justifie en rien la négation du caractère fondamental de l'opposition calcul mental / calcul écrit et était de toutes les façons connu depuis bien longtemps. On peut renvoyer à René Taton mais aussi à au livre *Enseignement de l'arithmétique* dirigé par Albert Chatelet et cité précédemment :

> En outre, l'enfant doit avoir l'initiative d'un choix dans la manière d'effectuer mentalement le calcul demandé. Donnons un exemple. Alors que, malgré la diversité toute relative des cas, la technique écrite de la multiplication est assez constante dans sa forme, - écrire les deux facteurs l'un au-dessous de l'autre et réciter la « table », en multipliant les chiffres de la droite vers la gauche, - la technique de la multiplication mentale change suivant le multiplicateur. Par 4, on double deux fois; par 6, on double puis on triple; par 5, on pense un zéro à la droite du multiplicande, puis on divise par 2; par 9 on pense encore un zéro, mais on retranche le multiplicande. tandis qu'on l'ajoute si le multiplicateur est 11, etc. A chaque instant il faut deviner les relations de compensation, de complément, de voisinage qui faciliteront le calcul. De telle sorte que réussissent d'abord les élèves à I'esprit délié. Et nul ne contestera qu'une telle gymnastique contribue la formation d'esprits plus alertes et plus souples.[32]

En 2002, le BO sur les programmes du primaire reprend les positions d'Ermel, ce qui n'est pas étonnant puisque leur rédacteur principal n'est autre que Roland Charnay membre de la rédaction d'ERMEL en 1981. Seul changement, l'opposition entre le calcul mental et le calcul écrit hier occultée par le couple *calcul automatique* / *calcul pensé* , l'est cette fois cette fois par un des ses avatars le couple *calcul automatisé* / *calcul réfléchi.* Le calcul mental est présenté 4 fois dans le BO comme équivalent à *mémorisation de résultats, calcul réfléchi*. Et

[32] A. Chatelet et M. Bompart, *Enseignement de l'arithmétique, Editions Bourrelier*, Paris, 1959. Chapitre *Le calcul mental*, page 166 ssq.

naturellement les principes du calcul mental, qui consistent à commencer par la gauche et à calculer en s'appuyant exclusivement sur la numération parlée, ne sont donnés nulle part.

Plus fort mais dans la même continuité, on lit dans le document d'accompagnement des programmes consacré au Calcul Mental[33] ces lignes d'anthologie :

> Les termes, d'une époque à une autre ont quelque peu varié. En première approximation, on peut être tenté d'opposer le calcul mental au calcul écrit ou instrumenté. Mais parler de calcul mental ne signifie pas que tout se passe sans écrire.
>
> Ce qu'on désigne sous le terme de calcul écrit ("l'opération posée") requiert la connaissance des tables et la gestion des retenues, donc du calcul mental. Il ne dispense donc pas de calculer mentalement, bien au contraire ; la technique écrite française traditionnelle de la division, avec ou sans les soustractions intermédiaires requiert de nombreux traitements mentaux. Le déficit de maîtrise du calcul mental fragilise gravement l'apprentissage des techniques écrites.
>
> Par ailleurs, l'expérience atteste, depuis des dizaines d'années, que les enfants ont souvent tendance à calculer mentalement en appliquant les algorithmes écrits. *Ceci est dû très probablement à un établissement insuffisant du calcul mental préalablement à l'apprentissage des techniques écrites qui sont souvent abordées trop tôt et, par la suite, à une prise de conscience insuffisante des différences de traitement entre calcul écrit et calcul mental (Souligné par nous).* Calculer mentalement 127 + 16 en référence à la technique écrite est plus coûteux en terme de charge mentale de travail que d'ajouter successivement 10 et 6. Il importe clairement que les techniques écrites s'appuient sur une pratique du calcul mental déjà bien installée[34].

On observera, outre la continuité dans la négation de la spécificité du calcul mental, la candeur sidérante avec laquelle - « Par ailleurs, l'expérience atteste, depuis des dizaines d'années, que les enfants ont souvent tendance à calculer mentalement en appliquant les algorithmes écrits »- les rédacteurs des programmes oublient que la mauvaise pratique incriminée résulte des recommandations officielles et se déchargent de leur responsabilité sur « l'expérience ». Et l'ingénuité délicieuse avec laquelle, non contents de ce faux-fuyant, ils justifient le retardement de l'apprentissage des algorithmes écrits des opérations «souvent abordés trop tôt » par " un établissement insuffisant du calcul mental."

Mais quittons le terrain des justifications pseudo-théoriques et des palinodies de l'appareil administratif pour voir les conséquences "pratiques" de la confusion calcul écrit / calcul

[33] http://eduscol.education.fr/D0048/calcul_mental.pdf

mental. L’exercice 30, dit de Calcul mental, de l’évaluation de sixième de 2002, nous le permet précisément.

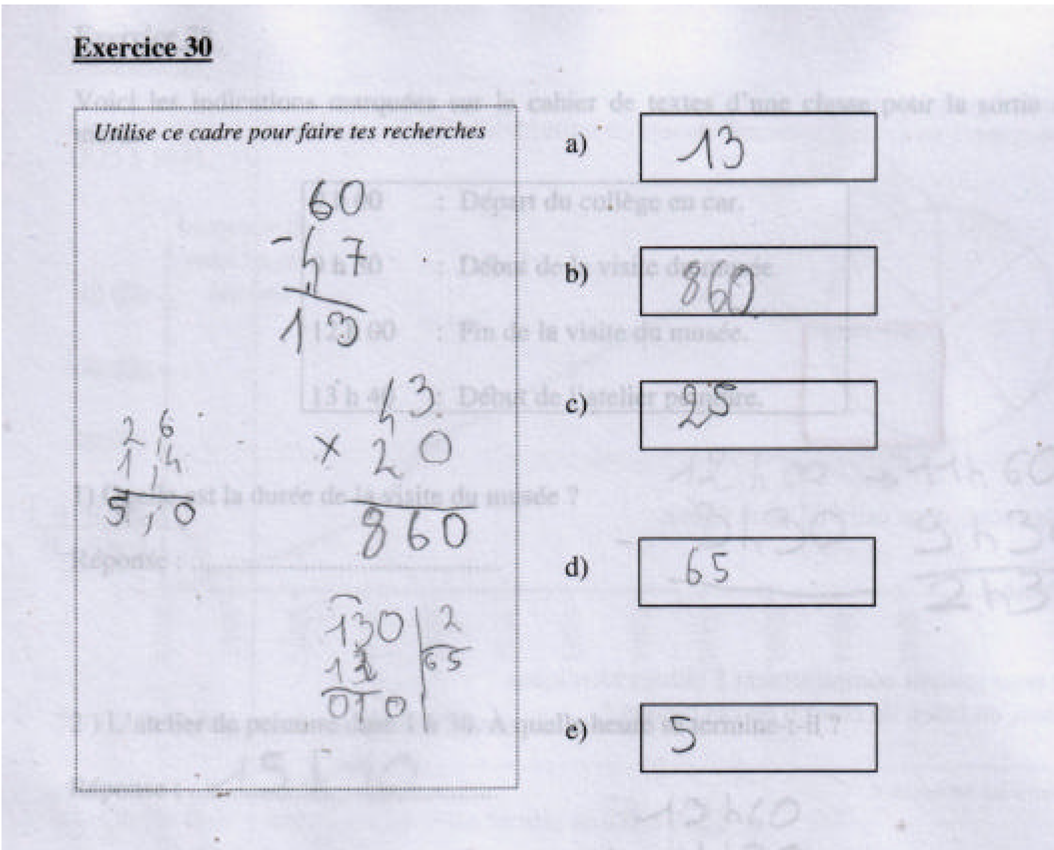
Les consignes données par le professeur recommandent à l’élève d’utiliser « *le cadre pour faire tes recherches* », ce qui, au vu des opérations demandées, revient à poser les opérations..

Exercice 30 de l’évaluation sixième 2004

Consigne au professeur

Dire : « Ce premier exercice est un exercice de calcul mental. Il est composé de cinq calculs. Je vous lirai chaque calcul deux fois. Puis je vous laisserai 15 secondes pour répondre. Un cadre est prévu pour vos recherches. »
a) Dire : « Dans la case a), écrivez le résultat de : combien faut-il ajouter à quarante-sept pour obtenir soixante ? » (bis)
b) Dire : « Dans la case b), écrivez le résultat de quarante-trois multiplié par vingt. » (bis)
c) Dire : « Dans la case c), écrivez le résultat de cent divisé par quatre. » (bis)d) Dire : « Dans la case d), écrivez le résultat de la moitié de cent-trente. » (bis)
e) Dire : « Dans la case e), écrivez le résultat de deux virgule six plus un virgule quatre. »(bis)

Et l’élève suit les consignes, en posant toutes les opérations.



UNE ORIGINALITÉ DES PROGRAMMES : LE « CALCUL MENTAL » PAR ÉCRIT.

Un des effets non négligeables de cette pratique est le suivant : les élèves à qui on a enseigné le véritable calcul mental - sans l'écrire – auront bien évidemment de plus mauvais résultats à « l'évaluation » que ceux à qui on a appris à poser les opérations du calcul mental. Ce qui prouvera « scientifiquement » que les instituteurs qui appliquent les directives officielles sont bien meilleurs que ceux qui s'y opposent pratiquement en continuant d'enseigner le calcul mental.

Mais la disparition du calcul mental n'est pas la seule catastrophe organisée par l'éducation nationale dans l'enseignement du calcul. Car, figurez-vous, la doctrine officielle est qu'il ne sert plus à rien de savoir calculer. Pas plus par écrit que mentalement.

Faut-il savoir calculer à la main ? [35]

La réponse est clairement *Non* à la lecture des directives et textes politiques et pédagogiques qui paraissent depuis une bonne vingtaine d'années et qui ont organisé méthodiquement la disparition systématique de l'apprentissage du calcul à la main

Dès 1980, Simon Nora et Alain Minc, dans *L'informatisation de la société*, rapport rédigé à la demande du Président Valéry Giscard d'Estaing, ont donné le la avec un enthousiasme non déguisé devant l'ouverture d'un nouveau et juteux marché :

> Nul n'aurait imaginé, Il y a quinze ans, la floraison d'appareils peu onéreux, à la portée de chacun et d'abord des élèves. Aujourd'hui la question n'est plus de savoir si le calcul va reculer, mais quand il va disparaître.[36]

La *COmmission Permanente de Réflexions sur l'Enseignement des Mathématiques, COPREM*, dans laquelle sont représentées l'*Inspection Générale*, la *Direction des Ecoles*, la *Direction des Collèges*, la *Direction des Lycées* reprend le refrain – avec justifications pédagogiques puisque c'est son travail - au milieu des années 80 :

> La maîtrise parfaite des « quatre opérations » effectuées sur papier n'est plus de nos jours une nécessité absolue en soi, puisque le cas échéant la machine peut jouer un rôle de « prothèse pour le calcul ». Il n'est donc pas très important d'atteindre une grande fiabilité dans l'exécution sur

[35] Pour plus de détails : Michel Delord, *Précisons nos divergences - Réponse sur un point à Roland Charnay et à la commission Joutard*, *op. cit.* Partie I - *Un scoop : Ce que pensait Jules Ferry en 1882 de l'utilisation des calculettes* http://michel.delord.free.fr/ferry_calc1.pdf

[36] Simon Nora, Alain Minc, *L'informatisation de la société,* La Documentation française, 1980.

papier des opérations : en cas d'urgence, on pourrait se procurer pour une somme modique (quelques paquets de cigarettes) une calculette à la boutique du coin. [37]

Suivent une myriade d'études pseudo-scientifiques justifiant en bonne idéologie l'abandon de l'enseignement du calcul à la main, inévitable à la sombre époque de « l'école de Jules Ferry » puisque l'on n'y disposait pas de machines à calculer, mais devenu inutile depuis que l'on dispose de calculettes. C'est bien l'orientation définie dans les programmes de 2002 :

« La diffusion massive et maintenant banalisée de nouveaux outils de calcul conduit à repenser, dès le cycle 2, la place accordée aux différents moyens de calcul et les objectifs assignés à leur enseignement. [38] »

Admettons pour le moment que «l'école de Jules Ferry », jusqu'en 1970, n'ait pas posé le problème de l'utilisation des calculettes puisque leur diffusion n'était ni *massive* ni *banalisée*. Or ce que négligent toutes ces études, parce que cela leur est indifférent et en mettant en avant des arguments exclusivement utilitaristes, c'est que pour *apprendre à utiliser une calculette*, il faut connaître le calcul humain, c'est-à-dire certes le calcul mental mais surtout le calcul arithmétique écrit dont les domaines d'application sont bien plus vastes que ceux du calcul mental. Et dans le contexte de la disparition effective du besoin du calcul humain dans la société, il faut non une diminution mais une intensification et un approfondissement de l'enseignement du calcul humain à l'école[39]. Si tant est que l'on veuille former non des consommateurs de gadgets mais des intelligences, il eut donc été raisonnable de proscrire à l'école l'utilisation de la calculette pour effectuer des opérations dont l'élève ne connaît pas l'algorithme et tant qu'il ne les pratique pas aisément.

Tout au contraire, les programmes de 2002 recommandent l'utilisation de calculatrices pour effectuer des calculs que l'élève ne sait pas faire à la main et s'alignent ainsi sur les

[37] Contribution à l'enseignement mathématique contemporain : Analyse des contenus, méthodes, progressions, relatifs aux principaux thèmes des programmes : La proportionnalité / Le calcul numérique, MEN CRDP Strasbourg Dépôt légal 1987.

[38] BO Hors série n°1 du 14 février 2002. Page 52.
ftp://trf.education.gouv.fr/pub/edutel/bo/2002/hs1/hs1.pdf

[39] La position actuelle de la CREM - ***C****ommission de* ***R****éflexion sur l'****E****nseignement des* ***M****athématiques* - est ***évidente*** … d'un point de vue utilitariste :

> « *Il est évident qu'aujourd'hui, le calcul numérique exact que nous faisons à la main, sans assistance, est très limité. Il semble difficile d'exiger de l'école qu'elle consacre un part importante du temps réduit dont elle dispose pour développer des compétences que plus personne n'utilise* ». CREM , *Rapport sur le calcul* (rédigé par *Michèle Artigue*), 45 pages. Page 25.

http://smf.emath.fr/Enseignement/CommissionKahane/RapportCalcul/RapportCalcul.pdf exigences de la société marchande. Par exemple, le *Document d'accompagnement sur le calcul* indique à la page 26

> *« Le calcul d'un quotient décimal issu de la division de deux entiers ou d'un décimal par un entier n'est donc pas une compétence exigible au cycle3 »,*

et deux pages plus loin que l'on doit

> *« Utiliser une calculatrice pour déterminer le quotient entier ou décimal (exact ou approché) de deux entiers ou d'un décimal par un entier »*[40].

Les programmes de 2002 sont très explicites puisqu'ils « repensent » les formes de l'apprentissage du calcul de manière exclusivement utilitariste, en fonction exclusive de l'utilisation du calcul dans la société, c'est-à-dire en abdiquant toute visée formatrice. Au contraire, des années 1880 aux années cinquante, des générations d'élèves ont appris en terminale l'extraction à la main des racines, non seulement carrées mais aussi cubiques, et la justification de leurs algorithmes non parce qu'ils auraient à les appliquer dans la fameuse *vie active* mais pour leur intérêt théorique et instructif. Devenus ingénieurs ou dessinateurs industriels, ils n'auraient plus à utiliser ces procédés, mais la règle à calcul ou les tables de logarithmes, plus rapide et pratiques, ce que reconnaissaient explicitement les instructions tout en maintenant au programme l'extraction à la main.

> Observation. Nous venons d'indiquer la marche à suivre pour l'extraction d'une racine cubique, et c'est tout ce qu'exigent les nouveaux programmes de l'enseignement. En effet, les multiplications et les tâtonnements auxquels donnent lieu les divers chiffres de la racine rendent l'opération pour ainsi dire impraticable, taudis que l'emploi des logarithmes permet d'extraire les racines, cubiques avec une grande rapidité.[41]

Revenons maintenant à l'argument massue des défenseurs de l'utilisation à tout crin des calculettes : *la question ne se posait pas à l'école de Jules Ferry puisque les calculettes n'existaient pas. I*gnorance crasse de l'histoire de l'enseignement ou ignorance de l'histoire tout court, mauvaise foi de camelot ? On ne tranchera pas. Toujours est-il, comme le prouve le document ci-contre, que les machines à calculer ne datent pas de 1980 et que les pédagogues de la fin du 19e non seulement n'en ignoraient pas l'existence mais avaient pris position sur l'intérêt pédagogique de leur utilisation, même si elles n'avaient pas de *diffusion massive.*

---

[40] *Documents d'application des programmes (Mathématiques Cycle 3, applicable à la rentrée 2002),* Direction de l'enseignement scolaire http://www.cndp.fr/textes_officiels/ecole/math_Ecole_C3.pdf

[41] *In* Michel Delord, *Un scoop : Ce que pensait Jules Ferry en 1882 de l'utilisation des calculettes, op. cit.*

ON NE CONNAISSAIT PAS LES MACHINES À CALCULER EN 1928 ?

M. Delfaud et A. Millet, *Arithmétique – Cours moyen et supérieur*, Hachette, 1928

On pourra trouver le débat sur l'introduction à l'école des « arithmomètres » dans l'article *Boulier* du *Dictionnaire Pédagogique* que nous reproduisons infra mais il est possible d'en donner un aperçu en citant le cours de pédagogie que donnait *Gabriel Compayré* à la fin du XIXeme siècle aux écoles normales supérieures de Fontenay-aux-Roses et de Saint-Cloud :

> **Les bouliers compteurs. -** Au lieu d'employer les premiers objets venus, on peut recourir à des appareils, notamment aux bouliers compteurs. Les bouliers compteurs sont des machines destinées à faciliter les premières notions de la numération.
>
> …
>
> En France le boulier le plus en usage est le boulier numérateur de madame Pape-Carpantier[42].
> Assurément cette machine peut rendre des services au début de l'enseignement des nombres, et elle est à sa place dans les écoles maternelles. Mais il faut prendre garde que l'abus de ces moyens matériels d'intuition numérique n'aille contre le but même que l'on poursuit.
> Les bouliers compteurs ont été sévèrement jugés.
>
> > « Le boulier, dit M. Eugène Rambert, corrompt l'enseignement de l'arithmétique….. Il faut un complément et un correctif à l'enseignement par la vue : c'est au calcul qu'il convient de le demander »
>
> Il y a quelque exagération dans ce jugement qui s'appliquerait avec plus de justesse aux machines à compter. La plupart des pédagogues recommandent le boulier compteur pour l'école maternelle et souhaitent même qu'il soit introduit à l'école primaire, au moins pour le cours élémentaire. Il faut d'ailleurs qu'il soit employé avec intelligence, qu'il facilite le travail de l'élève sans le supprimer.
>
> **Machines à compter. -** Ce qui, par exemple, doit être condamné sans réserve, ce sont les arithmomètres ou machines à compter, appareils fort compliqués, véritables manivelles, qui fournissent le résultat des opérations à effectuer et qui dispensent l'élève de tout travail.[43]

Raisonner à l'inverse, comme le font les « réformateurs », et prendre appui sur la généralisation dans la société d'outils usuels de calcul pour en répandre l'usage irréfléchi dans l'enseignement du calcul, procède d'un nihilisme pédagogique antinomique à l'instruction.

---

[42] Note de G. Compayré : *C'est depuis 1612 que le boulier a été introduit dans nos petites écoles. C'est, dit-on, de la Russie qu'il nous vient, et la Russie elle-mène le tenait de la Chine.*

[43] Gabrriel Compayré, *Cours de Pédagogie Théorique et pratique*, 1897, Librairie classique Paul Delaplane. Partie *Pédagogie pratique* : *Leçon VII : L'enseignement des sciences*
http://michel.delord.free.fr/comp-pp-07.pdf

Arrivé à ce point, on ne peut que remarquer que, pour le calcul également – et nous n'avons pas abordé la question de la géométrie pour laquelle on pourrait montrer la même chose - l'évolution des quarante dernières années constitue une régression vers des positions antérieures à celles défendues par F. Buisson et son équipe au moment de la mise en place de l'instruction publique.

MD, mai 2006

*

* *

On trouvera dans le chapitre suivant les articles ci-dessous du Dictionnaire Pédagogique.

Numération
Boulier
Calcul intuitif
Calcul
Calcul mental (1e partie)
Calcul mental (2e partie)
Arithmétique
Division
Problèmes

Nous avons omis, pour des questions de place, des articles fort importants directement ou indirectement liés au domaine traité : Abaques, Algèbre, Arpentage, Caisse d'épargne, Comptabilité, Géométrie, Multiplication, Règle de trois, Soustraction, Système métrique….

Le choix et l'ordre de présentation privilégient les débuts de l'enseignement du calcul (De *Numération* à *Calcul mental*) et permettent ensuite de survoler, en trois articles, *Arithmétique, Division, Problèmes*, quelques uns des problèmes fondamentaux posés par l'enseignement de l'arithmétique à l'école primaire.