LA DIVISION

Extrait de l'exposé pour la Mission Enseignement des sciences.
Assemblée Nationale, 31/01/2006.

Maîtrise générale du calcul à l'entrée en sixième :

Evaluation septembre 2005

- Ecrire six cent vingt sept mille en chiffre : 25% d'échecs.
- Quel nombre faut-il ajouter à 25 pour trouver 100 ? 28% d'échecs.
- Combien vaut 60 ÷ 4 ? 60% d'échecs.
- 876 × 34 : 53% d'échecs.
- 27,5 × 23 : 70 % d'échecs.

Le constat est identique l'année dernière, où par exemple 35% des élèves furent incapables de trouver la moitié de 130.

La division - Technique

I) Evaluation 2005

81 divisé par 6 : 38 % d'échecs.

408 divisé par 12 : 46 % d'échecs.

II) Apprendront-t-ils au collège et ensuite?

Evaluation 5^{eme} 2002

(La première et la seule, pour le français également[i])

Exercice 28 a

3	9	7	8	13
	0	7		306
		7	8	
			0	

Echec : 59%

Exercice 28 b

1	7	8	,	8		8
	1	8				22,35
		2		8		
				4	0	
					0	

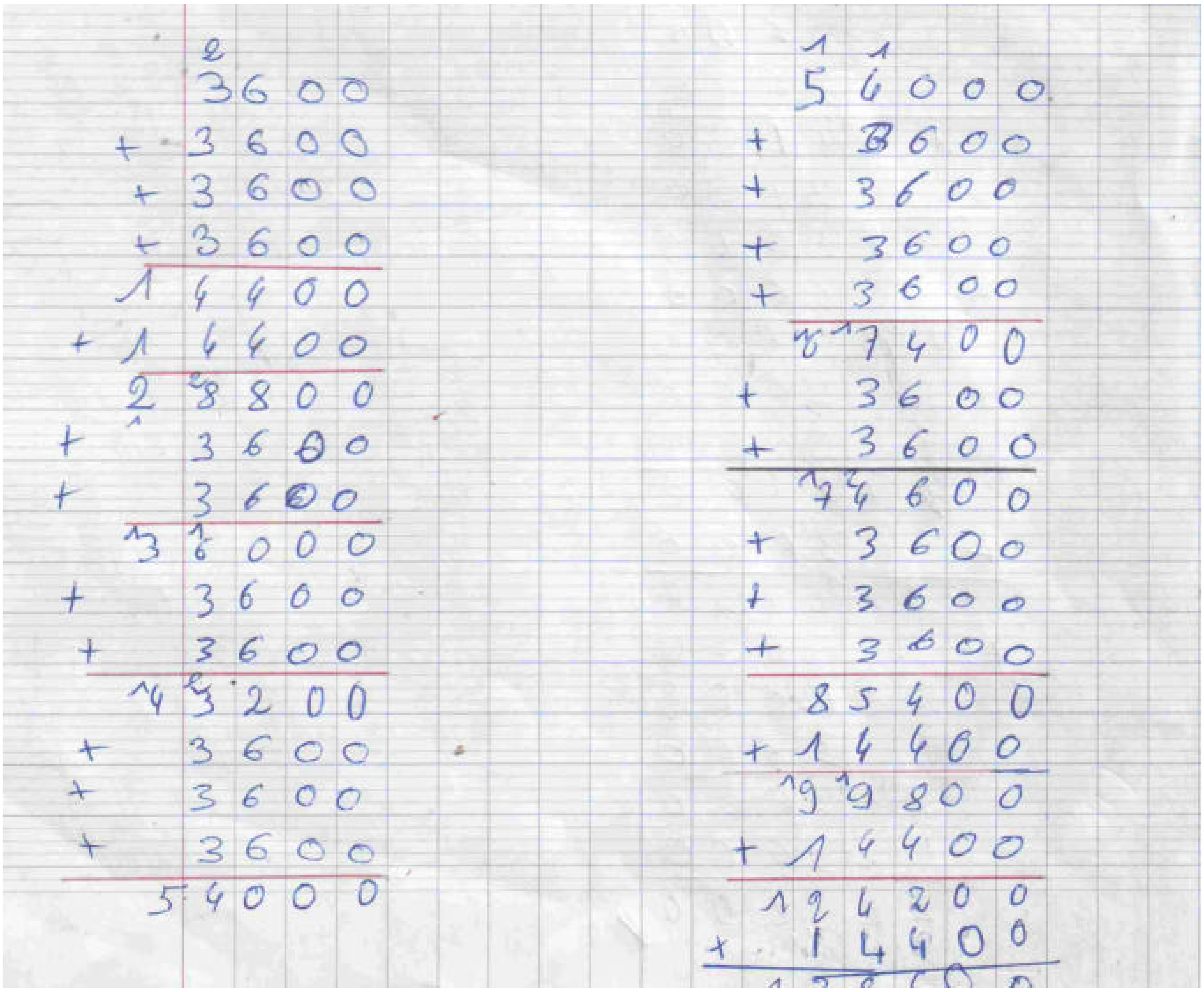
Echec : 74%

Ces résultats sont si catastrophiques que l'évaluation en cinquième n'a pas été reconduite. Aujourd'hui, de trop nombreux élèves accèdent à la terminale S sans savoir effectuer manuellement la division **1 : 0,5**. Ils sont donc obligés d'utiliser une calculette.

Apprentissage de la technique de la division

La division normale est présentée comme « la forme experte » ou « la procédure standard » de la division et on entraîne les élèves à recourir à des « procédures personnelles ». La division est réduite à une suite de soustractions (introduction connue et recommandée depuis 150 ans au moins mais présentée maintenant faussement *comme une nouveauté donnant du sens*) et la véritable division.

Conséquence sur une très bonne élève de 6ème
Division de 223 200 par 3600



```
  138600
+   3600
+   3600
--------
  145800
+   3600
+   3600
--------
  152000
+  14400
--------
  166400
+   3600
--------
  170000
+   3600
+   3600
--------
  177200
+   3600
    3600
--------
  184400
+   3600
--------
  188000
+   3600
--------
  191600
+   3600
+   3600
--------
  208800
+   3600
--------
  212400
+   3600
--------
  216000
    3600
--------
  219600
    3600
--------
  223200
```

```
  223200 | 3600
- 17200  |-----
  ------ | 2
  14120
   3600
```

La division – Sens des opérations

Il n'y a plus d'enseignement des définitions des opérations depuis les années 50 : aucune définition des opérations ne figure plus ni dans les programmes ni dans les documents d'accompagnement. Les enseignants ne les connaissent donc pas : pour s'en convaincre, demandez à un enseignant de donner la définition de la multiplication qu'il enseigne.
Dans le meilleur des cas, on répond que l'élève doit se construire « une image mentale » de l'opération, si bien qu'il est contraint de travailler en aveugle. C'est le hasard qui décide du bon choix d'une opération à effectuer.

*
* *

Tactique de l'élève : s'il y a deux nombres, il essaie à la calculette les 5 opérations possibles et donne celle qui a le résultat le plus plausible en terme d'ordre de grandeur.[ii]

Exemple :

Il y a 6 rangées de 5 tables dans une classe. Quel est l'âge de la maîtresse ?

6 + 5 = 11 ; 6 – 5 = 1 ; 6 × 5 = 30 ; 6 : 5 = 1,2 ; 5 : 6 = 0,83. Donc la maîtresse a 30 ans.

*
* *

Une définition de la multiplication (1911)[1]

Sens de l'opération

68.- La **multiplication** est une opération par laquelle on répète un nombre appelé **multiplicande** autant de fois que l'indique un autre nombre appelé **multiplicateur**.
Le résultat se nomme **produit**.
70. - Le multiplicande et le multiplicateur se nomment les **facteurs** du produit.

71. - La multiplication s'indique par le signe × (**multiplié par**) qui s'écrit entre les nombres à multiplier : 8 × 5 (*8 multiplié par 5*).

72. - La multiplication n'est qu'une *addition abrégée*.

73.- Le *multiplicande* est toujours un nombre *concret*, c'est-à-dire qui exprime des objets déterminés, comme des arbres, des mètres, des francs, etc.

74.- Le *multiplicateur* est un nombre *abstrait*, qui indique seulement combien de fois on répète le multiplicande.

75.- Le *produit* exprime toujours des **unités** *semblables* à celles du multiplicande.

Technique de l'opération
…

[1] Depuis 1970, y compris dans les programmes de 2002, on ne ***définit*** plus les opérations comme opérations sur les grandeurs. Le document d'accompagnement sur les grandeurs, *recul tactique tardif*, ne donne toujours pas de définition des opérations.
Il y a de plus d'autres multiplications sur les grandeurs qui se déduisent de celle-là : $2m \times 3\ m = 6m^2$, $2m^2 \times 3\ m = 6m^3$

Définition de la division

$3m \times 4 = 12\ m$

d'où, comme le multiplicande *3 m* et le multiplicateur *4* n'ont pas le même rôle, deux divisions permettant de trouver:

1) le *nombre de parts* : 12 m : 3 m = 4 ,
Quand on divise des mètres par des mètres, on ne trouve pas des mètres

2) la *valeur d'une part* : 12 m : 4 = 3m

A condition de ne pas l'aborde en primaire sous l'angle algébrique et formel, cette introduction de la division est une excellente aide à l'introduction future du calcul algébrique puisque

$$12x : 3x = \frac{12x}{3x} = 4$$

et

$$12x : 4 = \frac{12x}{4} = 3x$$

On pourrait faire la même remarque pour les écritures

$$2m + 3\ m = 5\ m,\ 2m \times 3 = 6m,\ 2m \times 3\ m = 6m^2,\ 2m^2 \times 3m = 6m^3$$

par rapport aux écritures algébriques

$$2x + 3\ x = 5\ x,\ 2x \times 3 = 6x,\ 2x \times 3\ x = 6x^2,\ 2x^2 \times 3x = 6x^3$$

*

* *

Pourquoi apprendre la division dès le CP ?

*Il faut apprendre très tôt, dès le CP, le sens **et** la technique de la division[2] car*

- on apprend ainsi sa technique à une époque où l'élève aime imiter le maître.

- difficile, cette technique peut s'acquérir lentement de manière agréable (Une division tous les deux jours de la fin du CP au CM2, c'est-à-dire pendant 5 ans, rend l'apprentissage aussi indolore qu'efficace)

- dans la mesure où résoudre des problèmes revient en dernière analyse à rechercher quelles sont les opérations à utiliser pour parvenir au résultat[3], le report de la mise en place de la soustraction, de la multiplication et de la division produit cet étrange résultat : pendant ce temps, que l'on peut estimer à trois ans, l'entraînement hautement productif de l'élève à la résolution des problèmes se limite au choix entre l'addition… et l'addition. Il est donc inutile d'entreprendre de vastes recherches didactiques pour savoir pourquoi les élèves confondent opération et addition ou choisissent très souvent comme opération pour résoudre un problème la dernière qu'ils ont étudiée. Le recours explicatif à des "déficits d'images mentales", des "problèmes de conflits cognitifs" ne sert qu'à masquer le déficit intellectuel des programmes.

---

[2] Rappelons que l'abandon de l'enseignement des quatre opérations en CP date de 1970.
[3] … bien que de nombreux experts du ministère considèrent cette affirmation comme une monstruosité !

Pourquoi apprendre la division *à la main* ?

A) La maîtrise de la division est la meilleure preuve de la maîtrise des trois autres opérations

B) La division sans poser les soustractions, technique spécifiquement française, est un des meilleurs exercices de base du calcul mental et d'entretien de la connaissance des tables d'opérations

C) La connaissance de propriétés de la division telles que « *Si l'on divise -ou multiplie- le dividende et le diviseur par un même nombre, le quotient ne change pas et le reste est divisé -ou multiplié- par ce nombre* » est une introduction indispensable

- à la compréhension rationnelle de l'algorithme de la division de deux nombres décimaux
  Considérer le problème suivant : *On coupe une barre de bois de 2,732 m en morceaux de 0,17 m. Lire, sur la division posée, le nombre de morceaux et la taille du morceau restant.*

- à la compréhension de la notion de fraction et en particulier de leur simplification

D) La connaissance de l'algorithme de la division est la seule manière de faire la différence entre nombres décimaux, rationnels et irrationnels (Ce qu'interdit la calculette, aussi sophistiquée soit-elle.)

E) La notion d'approximation d'un nombre rationnel par la suite des quotients décimaux est le premier contact, dès le CM, avec les notions mathématiques extrêmement profondes de limite et de limite d'une suite.

La suite 0,7 ; 0,71 ; 0,714 ; 0,7142 …. a pour limite 5/7 car ses éléments sont la suite des quotients décimaux dans la « division poussée » de 5 par 7.

F) Si l'on se place du point de vue de l'informatique théorique - c'est-à-dire pas du point de vue du B2i – l'algorithme de la division humaine est un premier exemple d'un algorithme *non trivial.*

Michel Delord
Professeur de mathématiques en collège
Conseil d'administration de la société mathématique de France
Membre de la commission enseignement de la SMF

---

[i] Consulter :
Michel Delord, *1920 - 1995 - 2002 : de l'enseignement à la remédiation*, février 2003
http://michel.delord.free.fr/remed.html
Michel Delord, *Evaluation cinquième : le niveau monte. Risques de divisions sur l'évaluation de l'évaluation?*, octobre 2002
http://michel.delord.free.fr/eval5.pdf
[ii] Cf. Michel Delord, *Michèle Artigue et l'âge du capitaine*, septembre 2003.
http://michel.delord.free.fr/captain1-0.pdf