

Dans le système décimal, on peut écrire tous les nombres avec dix chiffres (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9). On dit que l'on écrit en base 10.

☛ Ne pas confondre **nombre** et **chiffre** : un chiffre est un dessin. 5 est à la fois un nombre et un chiffre. De la même manière, il ne faut pas confondre **mot** et **lettre** : a et y sont à la fois des mots et des lettres.

I) NOMBRES ENTIERS

A) Ecriture décimale des nombres entiers

On écrit un nombre entier en le séparant par tranches de 3 chiffres en partant de la droite. Exemple: 1 213 705

Exception: On ne sépare pas les quatre chiffres d'un millésime: on écrit 1998 et non pas 1 998.

♥ Définition:

Dans l'écriture d'un nombre entier, chaque tranche de 3 chiffres en partant de la droite est une classe.

En partant de la droite, on trouve successivement:

- la classe des unités simples
- la classe des mille
- la classe des millions
- la classe des milliards (anciennement billions)

Chaque classe comprend 3 chiffres ou ordres. En partant de la droite dans chaque classe, on trouve :

- l'ordre des unités
- l'ordre des dizaines
- l'ordre des centaines

Exemple:

Pour le nombre 623 862 547 901

CLASSE	milliards	millions	mille	unités simples
ORDRE	c d u	c d u	c d u	c d u
NOMBRE	6 2 3	8 6 2	5 4 7	9 0 1

1: ordre des unités, classe des unités simples

7: ordre des unités, classe des mille (ou unités de mille)

8: ordre des centaines, classe des millions (ou centaine de millions)

B) Orthographe de l'écriture et lecture des nombres entiers

♥ Orthographe de l'écriture des nombres entiers:

Les mots utilisés sont invariables sauf milliard, million, vingt, cent et un. Vingt et cent prennent un "s" s'ils sont multipliés et non suivis.

Exemples:

3 000 s'écrit " trois mille "

400 s'écrit " quatre cents " mais 401 s'écrit " quatre cent un".

♥ Lecture des nombres entiers :

Pour lire un nombre entier, on lit, de gauche à droite , chaque classe en la faisant suivre du nom de cette classe, sauf si cette classe vaut 000.

Exemples:

1 203 504 se lit : 1 **million** 203 **mille** 504 **unités simples**

1 000 004 se lit : 1 **million** 4 **unités simples**

21 004 000 se lit : 21 **millions** 4 **mille**

C) Décomposition d'un entier suivant les puissances de 10

Puissances de 10 :

♥ *Définition:*

10^n se lit 10 puissance n et vaut $10 \times 10 \times 10 \dots \times 10$ (n facteurs égaux à 10) et n s'appelle l'exposant

Exemples:

♥ 10^1 se lit 10 puissance 1 et vaut 10

♥ 10^2 se lit 10 puissance 2 (ou «10 au carré» ou «le carré de 10») et vaut $10 \times 10 = 100$

♥ 10^3 se lit 10 puissance 3 (ou « 10 au cube» ou «le cube de 10»)et vaut $10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$

♥ 10^4 se lit 10 puissance 4 et vaut $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\ 000$

10^6 se lit 10 puissance 6 et vaut 1 million

10^9 se lit 10 puissance 9 et vaut 1 milliard

On utilise les puissances de 10 pour écrire les très grands nombres. Par exemple, il est plus facile d'écrire 10^{15} que d'écrire:

1 000 000 000 000 000 qui vaut 1 million de milliards.

Décomposition d'un entier suivant les puissances de 10

Exercice:

Décomposer 5 000, 2 547 et 300 500 suivant les puissances de 10:

$$5\ 000 = 5 \times 1\ 000 = 5 \times 10^3$$

$$\begin{aligned} 2\ 547 &= 2 \times 1\ 000 + 5 \times 100 + 4 \times 10 + 7 \\ &= 2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 4 \times 10 + 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 300\ 500 &= 3 \times 100\ 000 + 5 \times 100 \\ &= 3 \times 10^5 + 5 \times 10^2 \end{aligned}$$

II) NOMBRES DÉCIMAUX

A) Définition, écriture et lecture d'un nombre décimal

Définition:

Un nombre décimal est le résultat de la division d'un nombre entier par 10, 100, 1000, 10 000 ... etc. (c'est-à-dire par une puissance de 10). On peut donc toujours l'écrire en écriture fractionnaire en notant le nombre entier au numérateur et la puissance de 10 au dénominateur.

Exemples :

1) Le quotient de 56 par 1000 est un nombre décimal. On peut l'écrire :

$$\frac{56}{1000}$$

2) Le quotient de 4 356 par 10 est un nombre décimal. On peut l'écrire

$$\frac{4356}{10}$$

☛ **Attention : tous les nombres entiers sont des nombres décimaux .**

Exercice : Ecrire 53 de plusieurs manières comme résultat de la division d'un nombre entier par une puissance de 10:

$$53 = \frac{530}{10} = \frac{5300}{100} = \frac{53000}{1000} = \frac{530000}{10000} = \dots\dots\dots$$

Écriture décimale d'un nombre décimal:

♥ *L'écriture décimale d'un nombre décimal est composée, de gauche à droite,*

- *de la partie entière*
- *de la virgule*
- *de la partie décimale*

Exemple:

Le nombre décimal $\frac{23075}{1000}$ s'écrit, en écriture décimale 23,075.
Remarquez qu'il y a autant de zéros au dénominateur de la fraction que de chiffres dans la partie décimale.
Sa partie entière est 23
Sa partie décimale est 075

Lecture d'un nombre décimal:

En écriture décimale, chaque chiffre de la partie décimale, s'appelle un ordre. On trouve, de gauche à droite en partant de la virgule :

- *l'ordre des dixièmes*
- *l'ordre des centièmes*
- *l'ordre des millièmes*
- *l'ordre des dix-millièmes*
- *l'ordre des cent-millièmes*
- *l'ordre des millièmes.....*

♥ *Pour lire un nombre décimal, on lit*

- *la partie entière (sauf si elle est égale à zéro)*
- *la partie décimale comme un nombre entier suivi du nom du dernier ordre de cette partie*

Exemples :

- 1) 23,075 se lit, comme 5 est l'ordre des millièmes:
23 unités 75 millièmes
2) 0,00023 se lit, comme 3 est l'ordre des cent-millièmes :
23 cent-millièmes

B) Décomposition d'un nombre décimal suivant les puissances de 10

Puissances négatives de 10 :

♥ Définition:

10⁻ⁿ se lit 10 puissance -n et vaut $\frac{1}{10^n}$ ou 0,0.....01 avec n zéros en comptant celui qui est avant la virgule (ou n chiffres après la virgule)

Exemples

- ♥ $10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0,1$ (1 dixième)
- ♥ $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01$ (1 centième)
- ♥ $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$ (1 millième)
- ♥ $10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0,0001$ (1 dix-millième)
- ♥ $10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100000} = 0,00001$ (1 cent-millième)
- ♥ $10^{-6} = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1000000} = 0,000001$ (1 millionième)

On utilise les puissances négatives de 10 pour noter les très petits nombres: il est plus facile d'écrire 10^{-10} que d'écrire 0,0000000001.

<u>ORDRE</u>	<u>Dixième</u>	<u>Centième</u>	<u>Millième</u>	<u>Dix-millième</u>
Ecriture décimale	0,1	0,01	0,001	0,0001
Ecriture fractionnaire	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$
Ecriture en puissance de 10	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}

Décomposition d'un nombre décimal suivant les puissances de 10

Exercice : Décomposer les nombres décimaux suivant les puissances de 10: 0,07 - 0,305 - 705,024

$$0,07 = 7 \times 10^{-2}$$

$$0,305 = 3 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-3}$$

$$705,024 = 7 \times 10^3 + 5 \times 1 + 2 \times 10^{-2} + 4 \times 10^{-3}$$

III) MULTIPLICATION ET DIVISION PAR 10,100,1000 ET PAR 0,1 PAR 0,01 ET PAR 0,001

📌 **Attention :**

L'écriture décimale d'un nombre entier a une partie décimale qui ne comporte que des zéros. Ex: $5 = 5,0 = 5,00 = 5,000$ etc.

♥ **Multiplication par 10 , 100 , 1000**

Pour multiplier un nombre par 10 , 100 ,1000 , on déplace la virgule de 1 , 2 , 3 rangs vers la droite

Exemple: $2,37 \times 1000 = 2370$

♥ **Division par 10 , 100 , 1000**

Pour diviser un nombre par 10 , 100 ,1000 , on déplace la virgule de 1 , 2 , 3 rangs vers la gauche

Ex: $4,3 : 1000 = 0,0043$

♥ **Multiplication et division par 0,1 par 0,01 et par 0,001**

<i>Multiplier par</i>	<i>1 000</i>	<i>100</i>	<i>10</i>	<i>0,1</i>	<i>0,01</i>	<i>0,001</i>
<i>c'est diviser par</i>	<i>0,001</i>	<i>0,01</i>	<i>0,1</i>	<i>10</i>	<i>100</i>	<i>1 000</i>

Exemples (multiplier par 0,1 et 0,01) :
 $55 \times 0,1 = 5,5$ (poser l'opération) et $55 : 10 = 5,5$

$3,75 \times 0,01 = 0,0375$ et $3,75 : 100 = 0,0375$

Exemple (diviser par 0,1) :

Combien de pièces de 10 centimes faut-il pour obtenir 56,20 F ?

Le résultat est le résultat de la division de 56,20 F par 0,10 F.

Mais, comme il y a 10 pièces de 10 centimes dans 1 Franc , il y en aura 56 fois plus dans 56 Francs , c'est-à-dire 560 pièces de 10 centimes et il faut 2 pièces de 10 centimes pour obtenir 0,20 F.

Il faut donc $560 + 2 = 562$ pièces de 1 centimes.

Donc $56,2 : 0,1 = 562$ et $56,2 \times 10 = 562$

Donc diviser par 0,1 revient à multiplier par 10.

IV) ECRITURE ET LECTURE DES NOMBRES SUR LA CALCULATRICE

A) Lecture des grands et petits nombres sur une calculatrice

Exemple 1 :

Si on calcule à la main $9\,000\,000\,000 \times 2\,000\,000$, on trouve:

$18\,000\,000\,000\,000\,000$, c'est-à-dire 18×10^{15}

Si l'on effectue la même opération à la calculatrice, elle affiche:
 1.8^{16}

¹⁶ veut dire que pour écrire le résultat en écriture décimale, il faut déplacer le point de 1.8 de 16 rangs vers la droite

Il faut recopier en rouge sur le cahier ce qui est écrit en *italique gras* et savoir par coeur ce qui est précédé de ♥

1|8 000 000 000 000 000

| 16 chiffres |
|----->|

1.8¹⁶ sur l'écran de la calculette veut dire 18 000 000 000 000 000

Exemple 2 :

Si on calcule à la main $0,000000006 : 1\,000\,000$, on trouve

$0,0000000000000006$ (14 zéros entre la virgule et 6),
c'est-à-dire 6×10^{-15} .

Si l'on effectue la même opération à la calculatrice, elle affiche:

$6.^{-15}$

⁻¹⁵ veut dire que pour écrire le résultat en écriture décimale, il faut placer la virgule en déplaçant le point situé à droite de 6 de 15 rangs vers la gauche

0,0000000000000006

| 15 chiffres |
|<-----|

6.⁻¹⁵ sur l'écran de la calculette veut dire 0,0000000000000006

B) Ecriture des grands et petits nombres sur une calculatrice

Calculatrices Casio

Pour entrer le nombre 9 000 000 000 000 dans votre calculatrice, vous l'écrivez d'abord sous la forme 9×10^{12} , puis vous tapez:

- le nombre 9
- la touche **×10^x** ou **EXP**
- le nombre 12
- la touche =

Pour entrer le nombre 0,0000000000007 dans votre calculatrice, vous l'écrivez d'abord sous la forme 7×10^{-13} , puis vous tapez:

- le nombre 7
- la touche **×10^x** ou **EXP**
- le nombre -13
- la touche =

Calculatrices Texas Instruments

Pour entrer le nombre 9 000 000 000 000 dans votre calculatrice, vous l'écrivez d'abord sous la forme 9×10^{12} , puis vous tapez:

- le nombre 9
- la touche **EE**
- le nombre 12
- la touche =

Pour entrer le nombre 0,0000000000007 dans votre calculatrice, vous l'écrivez d'abord sous la forme 7×10^{-13} , puis vous tapez:

- le nombre 7
- la touche **EE**
- le nombre -13
- la touche =

V) UNITES USUELLES

A) Préfixes

A partir d'une unité de base donnée, on utilise les préfixes suivants pour désigner les multiples et les sous-multiples de cette unité:



<u>Préfixe</u>	<u>Correspondance avec l'unité de base:</u>	<u>Symbole:</u>
Multiples	Multiplié par:	
exa	10^{18}	E
peta	10^{15}	P
téra	10^{12}	T
giga	10^9	G
méga	10^6	M
kilo	10^3	k
hecto	10^2	h
déca	10	da
Sous Multiples	Multiplié par :	
déci	10^{-1}	d
centi	10^{-2}	c
milli	10^{-3}	m
micro	10^{-6}	μ
nano	10^{-9}	n
pico	10^{-12}	p
femto	10^{-15}	f
atto	10^{-18}	a

Exemple de lecture du tableau :

1 gigamètre représente un milliard de mètres et se note 1 Gm

1 nanomètre représente un milliardième de mètres et se note 1 nm

B) Unités de base

♥ *Les unités de base sont :*

Unité de longueur : le mètre (m)

Unité de masse : le gramme (g)

Unité de temps : la seconde (s)

Unité d'aire : le mètre carré (m²)

Unité de volume : le mètre cube (m³)

Unité de contenance : le litre (l)

Unité de temps : la seconde (s)

♥ *Le lien entre les différentes unités de base est : Un cube de 1 dm de côté (cad de volume 1 dm³) contient 1 l d'eau et pèse 1000 g*

C) Unités de longueurs

♥ *L'unité de base est le mètre (m)*

Convertir 3,567 dam en km, dm , mm en utilisant un tableau

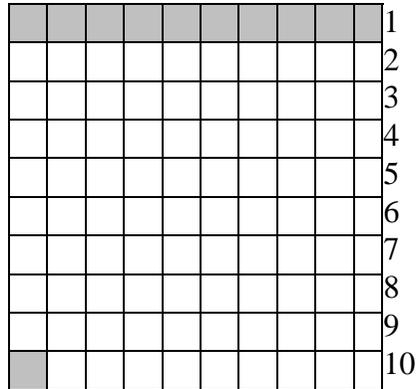
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		3	5	6	7	

$$3,567 \text{ dam} = 0,03567 \text{ km} = 356,7 \text{ dm} = 35\ 670 \text{ mm}$$

Il faut recopier en rouge sur le cahier ce qui est écrit en *italique gras* et savoir par coeur ce qui est précédé de ♥

D) Unités d'aire

♥ *L'unité de base des aires est le mètre carré (m^2), c'est l'aire d'un carré de côté 1 m.*



Le grand carré ci-dessus a 1 m de côté (ou 10 dm) , son aire représente $1 m^2$.

Son aire vaut:

$$10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} = 10 \times 10 \text{ dm}^2 = 100 \text{ dm}^2. \text{ Donc } 1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$$

♥ *Chaque unité d'aire représente 100 unités d'aires inférieures et est 100 fois plus petite que l'unité d'aire supérieure. Il faut donc une tranche de deux chiffres (unités et dizaines) pour représenter une unité d'aire*

Exemple:

Que représentent les chiffres 3,1,2 dans la mesure d'aire $315,247 m^2$?

3 représente les unités de dam^2 ;

1 représente les dizaines de m^2 ou les dixièmes de dam^2 ;

2 représente les dixièmes de m^2 ou les dizaines de dm^2 ;

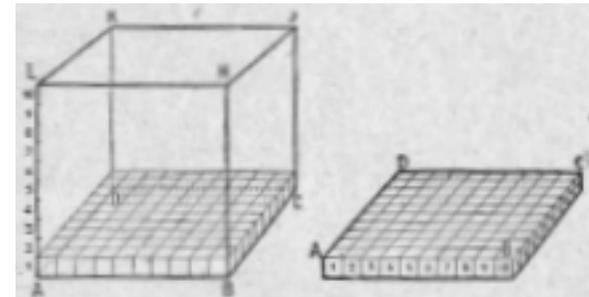
Exercice : En utilisant un tableau, convertir $2,357 dam^2$ en km^2 , m^2 et cm^2 .

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
d	u	d	u	d	u	d	u	d	u	d	u	d	u
					2	3	5	7					

$$2,357 \text{ dam}^2 = 0,0002357 \text{ km}^2 = 235,7 \text{ m}^2 = 2\,357\,000 \text{ cm}^2$$

E) Unités de Volume et de contenance

♥ *L'unité de base des volumes est le mètre cube (m^3), c'est le volume d'un cube de côté 1 m.*



Le cube ci-dessus a 1 m de côté (ou 10 dm) , son volume représente $1 m^3$.

Son volume vaut :

$$10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} = 10 \text{ dm} \times 100 \text{ dm}^2 = 10 \times 100 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ dm}^3. \text{ Donc } 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$$

♥ *Chaque unité de volume représente 1000 unités de volume inférieures et est 1000 fois plus petite que l'unité de volume*

supérieure. Il faut donc une tranche de trois chiffres (unités, dizaines et centaines) pour représenter une unité d'aire.

Exemple:

Que représentent les chiffres 3,1,2 dans la mesure de volume 315, 247 m³ ?

3 représente les dixièmes de dam³ ou les centaines de m³;

1 représente les dizaines de m³ ou les centièmes de dam²;

2 représente les dixièmes de m³ ou les centaines de dm³;

Exercice: En utilisant un tableau, convertir 2,35 dam³ en hm³, m³ et dm³.

km ³			hm ³			dam ³			m ³			dm ³			cm ³			mm ³		
c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u
								2	5	3										

$$2,35 \text{ dam}^3 = 0,00253 \text{ hm}^3 = 2\,530 \text{ m}^3 = 2\,530\,000 \text{ dm}^3.$$

Liaison Volume / Contenance

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l et } 1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml} = 1000 \text{ mm}^3$$

dm ³			cm ³			mm ³		
c	d	u	c	d	u	c	d	u
hl	dal	l	dl	cl	ml			

F) Unités de masse

♥ *L'unité de base est le gramme (g)*

Convertir 3,567 dag en kg, dg, mg en utilisant un tableau

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
		3	5	6	7	

$$3,567 \text{ dag} = 0,03567 \text{ kg} = 356,7 \text{ dg} = 35\,670 \text{ mg}$$

G) Unités de temps

♥ *L'unité de base est la seconde (s)*

Les autres unités sont: l'année, le mois, le jour (j), l'heure (h) et la minute (min)



$$1 \text{ an} = 365 \text{ j} = 8760 \text{ h} = 525\,600 \text{ min} = 31\,536\,000 \text{ s}$$

$$1 \text{ mois} = 30 \text{ j} = 720 \text{ h} = 43\,200 \text{ min} = 2\,592\,000 \text{ s}$$

$$1 \text{ jour} = 24 \text{ heures} = 1440 \text{ min} = 86\,400 \text{ s}$$

$$1 \text{ heure} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$$

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

Exercice:

Convertir 3 j 20 h 40 min 15 s en secondes

$$3 \text{ j } 20 \text{ h } 40 \text{ min } 15 \text{ s} =$$

$$3 \times 86\,400 \text{ s} + 20 \times 3600 \text{ s} + 40 \times 60 \text{ s} + 15 \text{ s} =$$

$$259\,200 \text{ s} + 72\,000 \text{ s} + 2400 \text{ s} + 15 \text{ s} = 333\,615 \text{ s}$$

Exercice :

Convertir 333 615 s en j, h, min, s

$$\begin{array}{r|l} 333\ 615 & 86\ 400 \\ 74\ 415 & \mathbf{3\ j} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 74\ 415 & 3\ 600 \\ 2\ 415 & \mathbf{20\ h} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2\ 415 & 60 \\ 15 & \mathbf{40\ min} \end{array}$$

Donc $333\ 615\ s = 3\ j\ 20\ h\ 40\ min\ 15\ s$

V) EXERCICES SUPPLEMENTAIRES (VERSION PROF)

Calculatrice Spéciale

On dispose d'une calculatrice pouvant afficher 7 signes de la manière suivante (elle n'affiche que des nombres positifs):

- soit 7 chiffres(ou 6 chiffres + virgule)
- soit, dans l'ordre : 4 chiffres(ou 3 chiffres + virgule), +/-, 2 chiffres

Si le nombre a 7 chiffres (ou 6 chiffres + virgule) , elle l'affiche ainsi

2 317 415 s'affiche

2	3	1	7	4	1	5
---	---	---	---	---	---	---

23,7415 s'affiche

2	3	,	7	4	1	5
---	---	---	---	---	---	---

Si le nombre a plus de 7 chiffres (ou 6 chiffres + virgule), elle place une virgule dans la deuxième case à partir de la gauche et affiche de la manière suivante :

Exemple 1 :

$4572,46752 = 4,57246752 \times 10^3$, et l'affichage est :

4	,	5	7	+	0	3
---	---	---	---	---	---	---

Le but de l'exercice est de demander à l'élève de prévoir l'affichage par cette calculatrice du résultat de diverses opérations (il peut s'aider d'une vraie calculatrice pour effectuer les opérations) afin qu'il comprenne le principe de l'affichage sur une calculatrice :

Exemples :

Affichage de 4568×6422 (= 29 335 696)

2	,	9	3	+	0	7
---	---	---	---	---	---	---

Affichage de $2564 : 128$ (= 20,03125)

2	,	0	3	+	0	1
---	---	---	---	---	---	---

Affichage de $6 : 128$ (= 0,046875)

4	,	6	8	-	0	2
---	---	---	---	---	---	---

Affichage de $0,00431 : 1000$ (= 0,00000431)

4	,	3	1	-	0	6
---	---	---	---	---	---	---

Calculs sans connaître la technique de la division:

Exemple :

Combien vaut a si $4,5 : a = 450$?

On sait que $4,5 \times 100 = 450$ donc $a = 0,01$

Autres exemples à traiter (c'était un contrôle il y a deux ans) et, je le répète sans connaître la technique de la division décimale et sans calculatrice

1) $3,12 : X = 0,0312$

2) $524 \times X = 0,0524$

3) $10^{s3} : X = 10^{s'3}$

4) $X : 2,3 = 10^{s3}$

5) $X \times 10^{s3} = 0,00456$

6) $X : 10^{s3} = 10^{s'3}$

(s et s' designe - ou + au choix)